

1. 다음중 유리수가 아닌 것을 모두 찾아라.

① $\frac{4}{9}$

② $\frac{21}{2^2 \times 3 \times 5}$

③ π

④ $0.7958243\dots$

⑤ $0.3\dot{7}$

해설

$$0.3\dot{7} = 0.3777\dots = \frac{34}{90}$$

2. 다음은 분수 $\frac{3}{80}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 안에 알맞은 수는?

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times \square}{2^4 \times 5 \times \square} = \frac{375}{10000} = 0.0375$$

① 3

② 5

③ 3^2

④ 5^2

⑤ 5^3

해설

$$\frac{3}{80} = \frac{3}{2^4 \times 5} = \frac{3 \times 5^3}{2^4 \times 5 \times 5^3} = \frac{375}{10000} = 0.0375 \text{ 에서 } \square \text{ 안에 알맞은 수는 } 5^3 \text{ 이다.}$$

3. $\frac{46}{22}$ 을 소수로 나타낼 때, 순환마디는?

① 9

② 09

③ 90

④ 090

⑤ 9090

해설

$$\frac{46}{22} = 2.\dot{0}\dot{9}$$

4. 다음 두 수의 대소 관계를 옳게 나타낸 것은?

① $0.4\dot{9} = 0.5$

② $0.83 > 0.\dot{8}\dot{3}$

③ $0.\dot{9} < 1$

④ $0.4\dot{5} > 0.5$

⑤ $0.\dot{5}\dot{6} < 0.\dot{5}0\dot{6}$

해설

$$\textcircled{1} \quad 0.4\dot{9} = \frac{49 - 4}{90} = \frac{45}{90} = 0.5$$

5. 다음 분수를 소수로 나타낼 때 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면?

① $\frac{7}{12}$

② $\frac{5}{16}$

③ $\frac{33}{18}$

④ $\frac{33}{45}$

⑤ $\frac{9}{60}$

해설

유한소수는 기약분수의 분모의 소인수가 2, 5뿐이다.

② $\frac{5}{16} = \frac{5}{2^4}$

⑤ $\frac{9}{60} = \frac{3}{20} = \frac{3}{2^2 \times 5}$

6. 분수 $\frac{7}{2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 될 때, 자연수 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 1

② 7

③ 14

④ 16

⑤ 21

해설

$21 = 7 \times 3$, 분모에 3 이 있으므로 무한소수가 된다.

7. 두 자리 자연수 a 에 대하여 $\frac{a}{70}$ 이 유한소수일 때, 다음 중 a 의 값을 모두 구하면?

① 7

② 14

③ 23

④ 35

⑤ 48

해설

$\frac{a}{70} = \frac{a}{2 \times 5 \times 7}$ 이므로 a 는 7 의 배수이다.

따라서 보기 중 두 자리 자연수이고 7 의 배수인 것은 14 , 35 이다.

8. 다음 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{5}{22}$ 를 소수로 나타낼 때, 두 소수의 순환마디를 각각 a , b 라 하면 $a + b$ 의 값은?

① 12

② 22

③ 27

④ 30

⑤ 33

해설

$$\frac{1}{12} = 0.083333\cdots, \quad \frac{5}{22} = 0.2272727\cdots$$

$$\therefore a = 3, \quad b = 27$$

$$\therefore a + b = 30$$

9. 다음 순환소수 중 정수가 아닌 것을 모두 구하면?

① $10.\dot{9}$

② $0.\dot{1}$

③ $1.\dot{9}$

④ $8.\dot{9}$

⑤ $2.\dot{1}$

해설

$$\textcircled{1} 10.\dot{9} = \frac{109 - 10}{9} = \frac{99}{9} = 11 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{2} 0.\dot{1} = \frac{1}{9}$$

$$\textcircled{3} 1.\dot{9} = \frac{19 - 1}{9} = \frac{18}{9} = 2 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{4} 8.\dot{9} = \frac{89 - 8}{9} = \frac{81}{9} = 9 \text{ (정수)}$$

$$\textcircled{5} 2.\dot{1} = \frac{21 - 2}{9} = \frac{19}{9}$$

10. 기약분수 A 를 순환소수로 나타내는데, 연우는 분자를 잘못 보아서 답이 $0.\dot{4}$ 가 되었고, 지우는 분모를 잘못 보아서 답이 $0.4\dot{1}$ 이 되었다. 이 때, 기약분수 A 를 구하면?

① $\frac{40}{901}$

② $\frac{41}{90}$

③ $\frac{40}{99}$

④ $\frac{41}{9}$

⑤ $\frac{4}{9}$

해설

$$\text{연우 : } 0.\dot{4} = \frac{4}{9},$$

$$\text{지우 : } 0.4\dot{1} = \frac{41}{99}$$

따라서 처음의 기약분수는

$$\frac{(\text{지우가 본 분자})}{(\text{연우가 본 분모})} = \frac{41}{9} = A \text{ 이다.}$$

11. 다음에서 옳은 것을 고르면?

- ① 0 이 아닌 모든 유리수는 유한소수 또는 순환소수로 나타낼 수 있다.
- ② 유한소수 중에는 유리수가 아닌 것도 있다.
- ③ 무한소수는 분수로 고칠 수 없다.
- ④ 정수가 아닌 유리수는 모두 유한소수이다.
- ⑤ 분모의 인수가 소수로만 되어 있는 분수는 항상 유한소수로 나타낼 수 있다.

해설

- ② 유한소수는 전부 유리수
- ③ 순환소수는 분수 형태로 전환가능
- ④ 순환소수도 정수가 아닌 유리수이다.
- ⑤ 분모의 소인수가 2나 5로만 이루어진 분수만 유한소수로 나타낼 수 있다.

12. 유리수 $\frac{1}{10}, \frac{1}{11}, \frac{1}{12}, \frac{1}{13}, \dots, \frac{1}{99}, \frac{1}{100}$ 중에서 유한소수는 모두 몇 개인가?

① 8개

② 9개

③ 10개

④ 11개

⑤ 12개

해설

분모가 2의 거듭제곱으로만 $2^4, 2^5, 2^6$

분모가 5의 거듭제곱으로만 5^2

2와 5의 거듭제곱으로만 $2 \times 5, 2^2 \times 5, 2^3 \times 5, 2^4 \times 5, 2 \times 5^2, 2^2 \times 5^2$

\therefore 10개

13. 분수 $\frac{3}{2^2 \times 5^3 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 100 미만의 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 큰 수 x , 100 초과인 자연수 중에서 a 가 될 수 있는 가장 작은 수 y 일 때, $y - x$ 를 구하면?

① 4

② 20

③ 24

④ 37

⑤ 50

해설

유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하는데 분자에 3이 있으므로,

a 의 값은 3의 배수가 되어야 한다.

100 미만의 자연수 중 소인수를 2와 5를 가지고 있는 가장 큰 3의 배수는

$$2^5 \times 3 = 96 \text{ 이고,}$$

100 초과인 자연수 중 가장 작은 수는 $2^3 \times 5 \times 3 = 120$ 이 된다.

따라서, 두 수의 차는 $y - x = 120 - 96 = 24$ 이다.

14. 경식이 다음 계산을 하기 위해 계산기를 사용하고 있다. 마지막 = 버튼을 눌렀을 때, 계산기 화면에 소수점 아래의 어떤 자리부터 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 되는 것은?

① $4 \div 25$

② $3 \div 18$

③ $11 \div 50$

④ $7 \div 4$

⑤ $21 \div 14$

해설

② $3 \div 18 = 0.16666\dots$ 이므로 순환마디가 6 인 순환소수가 되어 일정한 숫자의 배열이 계속 되풀이 된다.

15. 분수 $\frac{6}{7}$ 를 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$\frac{6}{7} = 0.857142857142 \dots = 0.\dot{8}5714\dot{2}$ 이므로 순환마디의 숫자의 개수가 6 개이다. 한편 $100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100 번째 자리의 숫자는 소수점 아래 넷째 자리의 숫자와 같다. 따라서 1 이다.

16. 다음 식을 만족하는 x 의 값을 구하면?

$$\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} = 0.\dot{1}$$

① $0.\dot{5}$

② $0.\dot{6}$

③ $0.\dot{7}$

④ $0.\dot{8}$

⑤ $0.\dot{9}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{x}}} &= \frac{1}{1 - \frac{1}{\frac{x-1}{x}}} \\ &= \frac{1}{1 - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{x-1}{x-1} - \frac{x}{x-1}} \\ &= \frac{1}{\frac{-1}{x-1}} = -x + 1\end{aligned}$$

$$-x + 1 = 0.\dot{1}$$

$$\therefore x = 1 - 0.\dot{1}$$

$$= 1 - \frac{1}{9}$$

$$= \frac{8}{9}$$

$$= 0.\dot{8}$$

17. 다음은 순환소수 $6.7\overline{352}$ 를 분수로 나타내는 과정이다. (㉠) ~ (㉤)에 들어갈 수로 옳지 않은 것을 모두 고르면?

$$x = 6.7\overline{352} \text{로 놓으면 } x = 6.7352352\cdots \text{㉠}$$

㉠의 양변에 (㉠) 을 곱하면

$$(㉠) x = 67352.352352\cdots \text{㉡}$$

㉠의 양변에 (㉡) 을 곱하면

$$(㉡) x = 67.352352\cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉡} - \text{㉢} \text{을 하면 } (㉣) x = (㉤)$$

$$\therefore x = (㉥)$$

① (㉠) 10000

② (㉡) 10

③ (㉢) 9999

④ (㉤) 67285

⑤ (㉥) $\frac{13457}{9999}$

해설

$$x = 6.7\overline{352} \text{으로 놓으면 } x = 6.7352352\cdots \text{㉠}$$

㉠의 양변에 10000을 곱하면

$$10000x = 67352.352352\cdots \text{㉡}$$

㉠의 양변에 10을 곱하면

$$10x = 67.352352\cdots \text{㉢}$$

$$\text{㉡} - \text{㉢} \text{을 하면 } 9990x = 67285$$

$$\therefore x = \frac{13457}{1998}$$

18. 다음 식을 만족하는 0 이 아닌 숫자 a, b, c, d, e 의 합을 구하면?

$$0.abcd\dot{e} = \frac{abcde - ab}{99900} = \frac{13665}{99900}$$

① 15

② 16

③ 18

④ 21

⑤ 25

해설

$$0.abcd\dot{e} = \frac{13665}{99900} \text{ 이므로 } ab = 13 \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } 13665 = abcde - 13$$

$$abcde = 13665 + 13$$

$$\therefore abcde = 13678$$

$$\therefore a + b + c + d + e = 25$$

19. 부등식 $3.\dot{9} < x < \frac{43}{7}$ 을 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 합하면?

① 9

② 11

③ 13

④ 18

⑤ 20

해설

$\frac{36}{9} < x < \frac{43}{7}$ 이므로 만족하는 x 값은 5, 6 이다. 따라서 x 값의 합은 11 이다.

20. 분수 $\frac{a}{440}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 되고, 기약분수로 고치면 $\frac{1}{b}$ 이 된다. 이때, a 의 값은 모두 몇 개인가? (단, $b > 1$)

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$\frac{a}{2^3 \times 5 \times 11}$ 가 유한소수가 되려면 a 의 값은 11의 배수가 되어야 한다. 또한 기약분수로 고쳤을 때 분자의 값이 1이 되어야 하므로 a 의 값은 분모의 인수 11의 값을 반드시 포함하되 2와 5를 적절히 조합하여야 한다. 따라서 가능한 a 의 값은 11, 2×11 , $2^2 \times 11$, $2^3 \times 11$, 5×11 , $2 \times 5 \times 11$, $2^2 \times 5 \times 11$ 의 총 7개다. ($b > 1$ 이므로 $2^3 \times 5 \times 11$ 은 해당되지 않는다.)

21. $\frac{15}{13} = x$ 라 할 때 $x \times (10^6 - 1)$ 의 값은 몇 자리 정수인가?

① 4 자리

② 5 자리

③ 6 자리

④ 7 자리

⑤ 8 자리

해설

$$\frac{15}{13} = 1.\dot{1}5384\dot{6} = \frac{1153845}{999999}$$

$$x \times (10^6 - 1) = \frac{1153845}{999999} \times 999999 = 1153845$$

22. 분수 $\frac{3}{7}$ 을 소수로 나타낼 때, 소수점 아래 40 번째 자리에 오는 수를 a , 62 번째 자리에 오는 수를 b 라고 할 때, $0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a}$ 의 값을 순환소수로 구하면?

① $0.\dot{1}\dot{3}$

② $0.\dot{1}\dot{9}$

③ $0.\dot{2}\dot{3}$

④ $0.\dot{2}\dot{7}$

⑤ $0.\dot{3}\dot{1}$

해설

$$\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}, 40 = 6 \times 6 + 4 \quad \therefore a = 5$$

$$62 = 6 \times 10 + 2 \quad \therefore b = 2$$

$$\therefore 0.\dot{a}\dot{b} - 0.\dot{b}\dot{a} = 0.\dot{5}\dot{2} - 0.\dot{2}\dot{5} = 0.\dot{2}\dot{7}$$

23. $0.\dot{3}\dot{0} = a \times 0.\dot{0}\dot{1}$, $0.\dot{3}0\dot{0} = b \times 0.\dot{0}\dot{0}\dot{1}$ 일 때, $|a - b|$ 의 값은?

① 150

② 220

③ 270

④ 320

⑤ 350

해설

$$0.\dot{3}\dot{0} = \frac{30}{99} = 30 \times \frac{1}{99} = 30 \times 0.\dot{0}\dot{1}$$

$$\therefore a = 30$$

$$0.\dot{3}0\dot{0} = \frac{300}{999} = 300 \times \frac{1}{999} = 300 \times 0.\dot{0}\dot{0}\dot{1}$$

$$\therefore b = 300$$

$$\therefore |a - b| = |30 - 300| = 270$$

24. $\frac{5}{333} = x$ 라 할 때, $x \times (999.\dot{9} - 1)$ 의 값은?

① 9

② 11

③ 13

④ 15

⑤ 17

해설

$$(\text{준식}) = \frac{5}{333} \times (1000 - 1) = \frac{5}{333} \times 999 = 15$$

25. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 정수와 무한소수의 합은 순환소수이다.
- ② 유한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 순환소수이다.
- ④ 자연수와 유한소수의 합은 유한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 유한소수이다.

해설

- ① 정수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
- ③ 무한소수와 순환소수의 합은 무한소수이다.
- ⑤ 유한소수와 무한소수의 합은 무한소수이다.
무한소수에는 순환하지 않는 무한소수도 있다.