

1. 다음 중 12 의 약수가 아닌 것은?

① 1

② 2

③ 4

④ 5

⑤ 12

해설

12 의 약수는 1, 2, 3, 4, 6, 12 이다.

2. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면?

① 2

② 5

③ 7

④ 8

⑤ 12

해설

$$(2 + 1)(n + 1) = 24$$

$$n + 1 = 8$$

$$\therefore n = 7$$

3. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1

② 4

③ 9

④ 16

⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

4. 두 수 30, 75의 공약수가 x 의 약수라 할 때, x 의 값을 구하면?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

구하고자 하는 x 는 30과 75의 최대공약수와 같다.

$30 = 2 \times 3 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 이므로

30과 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$ 이다.

$\therefore x = 15$

5. 두 수 $A = 2^a \times 3^2 \times 5$, $B = 2^4 \times 3^b$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$ 이고
최소공배수는 $2^4 \times 3^3 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$$A = 2^a \times 3^2 \times 5, B = 2^4 \times 3^b$$

$$\text{최대공약수: } 2^2 \times 3^2$$

$$\text{최소공배수: } 2^4 \times 3^3 \times 5$$

$$a = 2, b = 3$$

$$a + b = 2 + 3 = 5$$

6. n 이 자연수일 때, $\frac{18}{n}$ 도 자연수가 된다. 이러한 n 의 값의 합은?

① 20

② 21

③ 33

④ 39

⑤ 49

해설

18의 약수는 1, 2, 3, 6, 9, 18이다.

따라서 n 의 값의 합은 $1 + 2 + 3 + 6 + 9 + 18 = 39$

7. 다음 중 소인수분해한 것으로 옳은 것은?

① $28 = 2^2 \times 7^2$

② $140 = 2^2 \times 3^2 \times 5$

③ $80 = 2^3 \times 10$

④ $63 = 3^2 \times 7$

⑤ $200 = 4 \times 10^2$

해설

① $2^2 \times 7$

② $2^2 \times 5 \times 7$

③ $2^4 \times 5$

⑤ $2^3 \times 5^2$

8. 세 수 250, 360, 960 의 최대공약수는?

① 2^2

② 2×5

③ $2^2 \times 5^2$

④ $2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^2 \times 3 \times 5$

해설

$$250 = 2 \times 5^3, 360 = 2^3 \times 3^2 \times 5,$$

$$960 = 2^6 \times 3 \times 5 \text{ 이므로}$$

최대공약수는 2×5

9. 45와 75의 공약수의 개수는?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 8

해설

$$45 = 3^2 \times 5, 75 = 3 \times 5^2$$

45와 75의 최대공약수는 $3 \times 5 = 15$

공약수의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$

10. 240과 $2^3 \times 3^2 \times 5^3$ 의 공약수 중에서 5의 배수는 모두 몇 개인가?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$240 = 2^4 \times 3^1 \times 5$ 이므로

(최대공약수) $= 2^3 \times 3^1 \times 5$

$2^3 \times 3^1 \times 5$ 의 약수 중에서 5의 배수의 개수는

$2^3 \times 3^1$ 의 약수의 개수와 같으므로

$(3 + 1) \times (1 + 1) = 8(\text{개})$

11. 세 수 $2 \times 3^2 \times 5$, $2^2 \times 3 \times 7$, $2^3 \times 5 \times 7$ 의 최소공배수는?

① $2^3 \times 5^2 \times 7$

② $2 \times 3 \times 5^2$

③ $2^3 \times 3^2 \times 5$

④ $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$

⑤ $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$$2 \times 3^2 \times 5, 2^2 \times 3 \times 7, 2^3 \times 5 \times 7$$

$$\text{최소공배수: } 2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$$

12. 두 수 $2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 공배수를 옳게 표현한 것은?

① 30의 약수

② 30의 배수

③ 60의 약수

④ 60의 배수

⑤ 4의 배수

해설

$2^2 \times 3$ 과 $2^2 \times 5$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 3 \times 5 = 60$ 이다.

13. 가로와 세로의 길이가 180cm 인 직사각형 모양의 벽에 되도록 큰 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 타일의 한 변의 길이와 필요한 타일의 개수를 각각 구한 것으로 옳은 것은?

- ① 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 60 개
- ② 한 변의 길이 : 60cm , 타일의 개수 : 30 개
- ③ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 60 개
- ④ 한 변의 길이 : 30cm , 타일의 개수 : 30 개
- ⑤ 한 변의 길이 : 90cm , 타일의 개수 : 60 개

해설

타일의 한 변의 길이는 180, 150 의 최대공약수이다.

$$\begin{array}{r}
 2 \overline{) 180 \ 150} \\
 3 \overline{) \ 90 \ 75} \\
 5 \overline{) \ 30 \ 25} \\
 \hline
 6 \quad 5
 \end{array}
 \quad \therefore 2 \times 3 \times 5 = 30$$

한 편, 필요한 타일의 개수는 직사각형 벽의 가로, 세로의 길이를 정사각형 타일의 한 변의 길이로 나눠 준 후 곱한 값이다.

$$(\text{가로}) = 180 \div 30 = 6(\text{개})$$

$$(\text{세로}) = 150 \div 30 = 5(\text{개})$$

$$\therefore (\text{필요한타일수}) = 6 \times 5 = 30(\text{개})$$

14. 서울에서 세 개의 도시로 버스가 각각 10 분, 15 분, 12 분마다 출발한다고 한다. 오전 8 시 20 분에 이 세 방면으로 버스가 동시에 출발했다면 그 후에 세 버스가 동시에 출발하는 시간은?

① 오전 9 시

② 오전 10 시 40 분

③ 오후 1 시 10 분

④ 오후 2 시

⑤ 오후 2 시 20 분

해설

버스가 동시에 출발하는 간격은 10, 12, 15 의 최소공배수 60 (분)이다.

즉, 1 시간 간격이므로 매시 20 분에 동시에 출발하므로 오후 2 시 20분이다.

15. 두께가 각각 8cm, 6cm 인 두 종류의 책 A, B 를 같은 종류의 책끼리 각각 쌓아서 그 높이가 같게 하려고 한다. 될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓는다고 할 때, 쌓아야 할 책의 수를 각각 구하면?

① 책 A : 2 권, 책 B : 4 권

② 책 A : 3 권, 책 B : 4 권

③ 책 A : 4 권, 책 B : 2 권

④ 책 A : 4 권, 책 B : 3 권

⑤ 책 A : 4 권, 책 B : 4 권

해설

될 수 있는 대로 적은 수의 책을 쌓아야 하므로 그 높이는 8 과 6 의 최소공배수인 24 이다. 따라서 책을 쌓은 높이는 24cm 가 된다.

이때, 책의 수는 각각 $24 \div 8 = 3$ (권), $24 \div 6 = 4$ (권) 이다.

즉, 두께가 8cm 인 책 A 는 3 권, 두께가 6cm 인 책 B 는 4 권을 쌓아야 한다.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 8 \ 6} \\ \underline{4 \ 3} \end{array}$$

16. 273^{100} 의 일의 자리의 숫자를 구하면?

① 1

② 3

③ 9

④ 7

⑤ 0

해설

273^{100} 의 일의 자리만 거듭제곱하여 규칙을 찾는다.

$$3^1 = 3,$$

$$3^2 = 9,$$

$$3^3 = 27,$$

$$3^4 = 81,$$

$$3^5 = 243,$$

...

3 을 거듭제곱할 때, 일의 자리의 숫자는 3, 9, 7, 1 의 네 개의 숫자가 반복된다.

273^{100} 의 지수인 100 를 4 로 나누면 25 이므로

273^{100} 의 일의 자리의 숫자는 반복되는 네 개의 숫자 중 마지막 숫자인 1 이다.

17. 자연수 180을 소인수분해 하였을 때, 소인수들의 곱을 구하면?

① 15

② 18

③ 24

④ 25

⑤ 30

해설

$$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$$

소인수는 2, 3, 5이므로 $2 \times 3 \times 5 = 30$

18. $24 \times a$ 가 어떤 자연수 A 의 제곱이 될 때, A 의 최솟값은?

① 9

② 12

③ 36

④ 54

⑤ 100

해설

$$24 \times a = 2^3 \times 3 \times a$$

$$\text{가장 작은 } a = 2 \times 3 = 6$$

$$A^2 = 2^3 \times 3 \times 2 \times 3 = 2^4 \times 3^2 = (12)^2$$

$$\therefore A = 12$$

19. 200 과 $2^2 \times x$ 의 최대공약수가 20 일 때, x 의 최솟값은?

① 5

② 4

③ 3

④ 2

⑤ 1

해설

$200 = 2^3 \times 5^2$ 이고 $20 = 2^2 \times 5$ 이므로
 $x = 5$

20. 두 분수 $\frac{21}{16}$, $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$