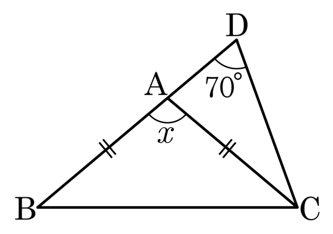
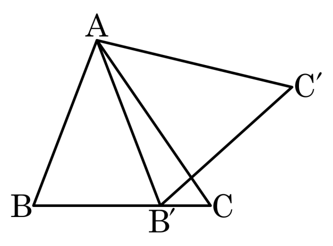
1. 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BD} = \overline{BC}$ 이고 $\angle D = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.



① 60°　② 70°　③ 80°　④ 90°　⑤ 100°

해설
$\angle DCB = 70°, \angle B = 40°, \angle x = 100°$

2. 다음 그림에서 $\triangle AB'C'$ 은 $\triangle ABC$ 를 회전이동한 것이다. 이때, $\triangle ABB'$ 은 어떤 삼각형인가?

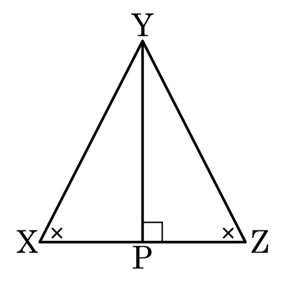


① 정삼각형
② 이등변삼각형
③ 직각삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 알수없다.

해설

$\overline{AB}$ 가 $\overline{AB'}$ 로 옮겨 간 것이므로 $\overline{AB} = \overline{AB'}$ 이므로 이등변삼각형이다.

3. 다음은「두 내각의 크기가 같은 삼각형은 이등변삼각형이다.」를 보이는 과정이다.



$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면
$\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ $\boxed{(가)}$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 $\boxed{(나)}$ 합동이므로 $\boxed{(다)}$
$\therefore$ $\triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

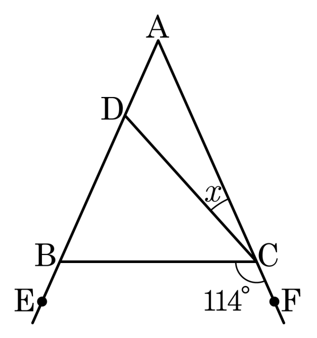
(가),(나),(다) 에 들어갈 말을 차례대로 쓴 것은 ?

① $\angle X = \angle Z$, ASA, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
② $\angle X = \angle Y$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
③ $\angle X = \angle Z$, SAS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$
④ $\angle Y = \angle Z$, ASA, $\overline{XP} = \overline{ZP}$
⑤ $\angle X = \angle Z$, SSS, $\overline{XY} = \overline{YZ}$

해설

$\angle Y$ 의 이등분선과 $\overline{XZ}$ 와의 교점을 점 P 라고 하면 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 에서
㉠ $\angle XYP = \angle ZYP$
㉡ (가)$\angle X = \angle Z$
㉢ $\overline{YP}$ 는 공통
㉠,㉡,㉢에 의해서 $\triangle XYP$ 와 $\triangle ZYP$ 는 (나)ASA 합동이므로 (다) $\overline{XY} = \overline{YZ}$
$\therefore$ $\triangle XYZ$ 는 이등변삼각형이다.

4. 다음 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$, $\overline{CB} = \overline{CD}$, $\angle BCF = 114°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?

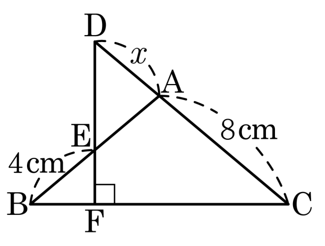


① $18°$　② $24°$　③ $30°$　④ $36°$　⑤ $42°$

해설

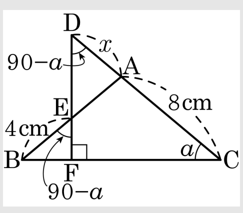
$\triangle ABC$ 에서
$\angle ABC = \angle BCA = 180° - 114° = 66°$
$\triangle CDB$ 에서
$\angle BCD = 180° - (2 \times 66°) = 48°$
따라서 $\angle x = 66° - 48° = 18°$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이고 $\angle\mathrm{DFC} = 90°$ 일 때, x 의 길이는?



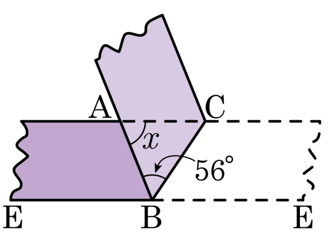
① 3cm　② 4cm　③ 5cm　④ 6cm　⑤ 7cm

해설



$\triangle\mathrm{ABC}$ 에서 $\angle\mathrm{ABC} = a$ 라 하면 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $\angle\mathrm{ACB} = a$ 이다.
따라서 $\triangle\mathrm{BEF}$ 에서 $\angle\mathrm{BEF} = 90 - a$ 이고 마찬가지로 $\triangle\mathrm{DCF}$ 에서 $\angle\mathrm{CDF} = 90 - a$ 이다.
즉, $\angle\mathrm{BEF} = \angle\mathrm{CDF}$, $\angle\mathrm{BEF} = \angle\mathrm{AED}$ (맞꼭지각) 이다.
따라서 $\angle\mathrm{CDF} = \angle\mathrm{AED}$ 이므로 $\triangle\mathrm{AED}$ 는 이등변삼각형이고, $\overline{\mathrm{AD}} = \overline{\mathrm{AE}} = x(\mathrm{cm})$ 이다. 따라서 $\overline{\mathrm{AB}} = 4 + x = 8 = \overline{\mathrm{AC}}$ 이므로 $x = 4(\mathrm{cm})$ 이다.

6. 다음 그림과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\angle x$ 의 크기는?

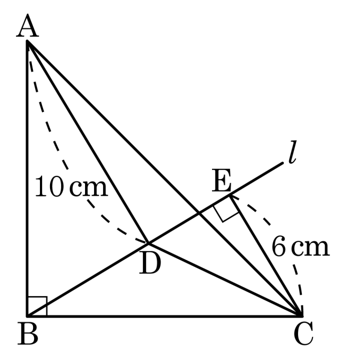


① $60°$ ② $62°$ ③ $64°$ ④ $66°$ ⑤ $68°$

해설

$\angle ABE = 180° - (56° \times 2) = 68°$
$\angle ABE = \angle BAC = \angle x = 68°$ (엇각)

7. 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 이고, $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 의 두 꼭짓점 A, C 에서 꼭짓점 B 를 지나는 직선 l 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라고 하자. $\overline{AD} = 10\text{cm}$, $\overline{CE} = 6\text{cm}$ 일 때, 삼각형 CDE 의 넓이는?

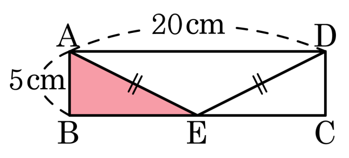


① 12cm^2 ② 24cm^2 ③ 30cm^2
④ 60cm^2 ⑤ 90cm^2

해설

$\angle ABD + \angle BAD = 90°$ 이고, $\angle ABD + \angle CBE = 90°$ 이므로 $\angle BAD = \angle CBE$
직각삼각형의 빗변의 길이가 같고 한 각의 크기가 같으므로 $\triangle ABD \equiv \triangle BCE$ 이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 10\text{cm}$ 이고, $\overline{BD} = \overline{EC} = 6\text{cm}$ 이므로 $\overline{DE} = 4\text{cm}$ 이다.
삼각형 CDE 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 4 \times 6 = 12(\text{cm}^2)$ 이다.

8. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{AD} = 20\text{cm}$ 이다. $\overline{BC}$ 위에 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 가 되도록 점 E 를 잡을 때, $\triangle ABE$ 의 넓이는?



① 20cm^2 ② 25cm^2 ③ 30cm^2

④ 35cm^2 ⑤ 35cm^2

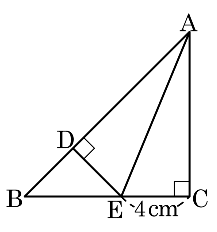
해설

$\triangle ABE$ 와 $\triangle DCE$ 에서 $\angle ABC = \angle DCE = 90°$ $\overline{AE} = \overline{DE}$, $\overline{AB} = \overline{DC}$

$\therefore$ $\triangle ABE \equiv \triangle DCE$ (RHS 합동), $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이므로 $\overline{BE} = \frac{1}{2} \times \overline{BC} = \frac{1}{2} \times 20 = 10(\text{cm})$

$\therefore$ $\triangle ABE = \frac{1}{2} \times 10 \times 5 = 25(\text{cm}^2)$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$, $\overline{AC} = \overline{BC}$ 인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AB}$ 위에 $\overline{AC} = \overline{AD}$ 인 점 D 를 잡고 $\overline{AB} \perp \overline{DE}$ 가 되게 점 E 를 $\overline{BC}$ 위에 잡는다. $\overline{EC} = 4cm$ 일 때, $\overline{DB} + \overline{DE}$ 의 길이는?

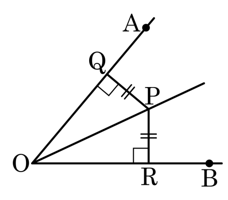


① 7cm ② 7.5cm ③ 8cm
④ 8.5cm ⑤ 9cm

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle ACE$ 에서 $\angle ADE = \angle C = 90° \cdots$ ㉠
$\overline{AE}$ 는 공통$\cdots$ ㉡ $\overline{AD} = \overline{AC} \cdots$ ㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해 $\triangle ADE \equiv \triangle ACE$(RHS합동)
$\therefore \overline{DE} = \overline{EC} = 4(cm) \cdots$ ㉣
$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\angle D = 90°$ 이므로
$\angle DBE = \angle DEB = 45°$
$\therefore \overline{DB} = \overline{DE} \cdots$ ㉤
㉣, ㉤에 의해 $\overline{DB} = \overline{DE} = 4(cm)$
$\therefore \overline{DB} + \overline{DE} = 4 + 4 = 8(cm)$

10. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 내부의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OQ} = \overline{OR}$ ② $\angle OPQ = \angle OPR$

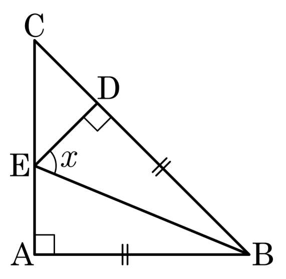
③ $\overline{OQ} = \overline{OP}$ ④ $\angle POQ = \angle POR$

⑤ $\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

해설

$\triangle OPR$과 삼각형 $\triangle OPQ$는 직각삼각형이고 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. 따라서 옳지 않은 것은 $\overline{OQ} = \overline{OP}$이다.

11. 다음 그림과 같이 $\angle A = 90°$, $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 직각이등변삼각형 ABC 가 있다. $\overline{AB} = \overline{DB}$ 인 점 D 를 지나며 $\overline{AC}$ 와 만나는 점을 E 라고 할 때, $\angle x$ 의 크기는?

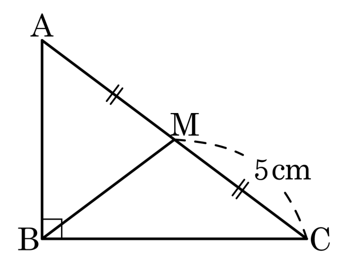


① 60° ② 62.5° ③ 65° ④ 67.5° ⑤ 70°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로,
$\angle ABC = 45°$
$\triangle ABE \equiv \triangle DBE$ (RHS 합동) 이므로 $\overline{AE} = \overline{DE}$ 이고, $\overline{BE}$ 는 $\angle ABC$ 를 이등분한다.
$\angle EBD = 45° \times \frac{1}{2} = 22.5°$
$\triangle DBE$ 에서
$\therefore\ \angle x = 90° - 22.5° = 67.5°$

12. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이고 점 M이 삼각형의 외심일 때, $\overline{\mathrm{BM}}$ 의 길이는?



① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중점이므로 $\overline{\mathrm{AM}} = \overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}}$ 이다.
따라서 $\overline{\mathrm{CM}} = 5\mathrm{cm}$ 이므로 $\overline{\mathrm{CM}} = \overline{\mathrm{BM}} = 5\mathrm{cm}$ 이다.

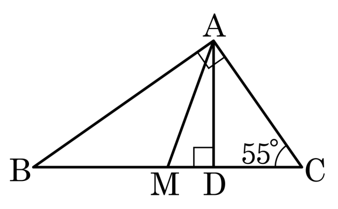
13. 어떤 직각삼각형 ABC 의 외접원의 원의 넓이가 $36\pi\ \mathrm{cm}^2$ 이라고 할 때, 이 직각삼각형의 빗변의 길이는?

① 4cm ② 6 cm ③ 9cm ④ 12cm ⑤ 18cm

해설

직각삼각형의 외심은 빗변의 중심에 위치하므로
$\triangle$ABC 의 외접원의 중심은 빗변의 중점이다.
외접원의 넓이가 $36\pi\mathrm{cm}^2$ 이므로 반지름의 길이는 6cm 이다.
따라서 이 삼각형의 빗변의 길이는 외접원의 지름의 길이와 같으므로 12cm 이다.

14. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

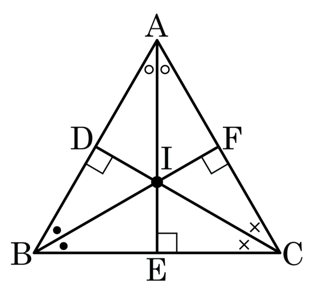


① 70°　② 75°　③ 80°　④ 85°　⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$
$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

15. 다음은 삼각형의 세 내각의 이등분선이 한 점에서 만남을 나타낸 것이다. 빈칸에 공통으로 들어갈 알맞은 것을 고르면?



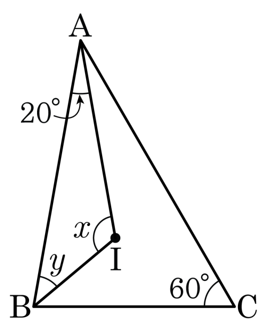
$\triangle IBE$와 $\triangle IBD$에서
$\angle IEB = \angle IDB = 90°$,
$\overline{IB}$는 공통변,
$\angle IBE = \angle IBD$이므로
$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$ (RHA 합동)
$\therefore \overline{ID} = \boxed{\quad} \cdots$ ①
같은 방법으로 $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$ (RHA 합동)이므로
$\therefore \boxed{\quad} = \overline{IF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에서
$\therefore \overline{ID} = \overline{IF}$
$\triangle ADI$와 $\triangle AFI$에서
$\angle ADI = \angle AFI = 90°$, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID} = \overline{IF}$
이므로 $\triangle ADI \equiv \triangle AFI$(RHS 합동)
대응각 $\angle DAI = \angle FAI$이므로 $\overline{AI}$는 $\angle A$의 이등분선이다.
따라서 세 각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① $\overline{IA}$ ② $\overline{IE}$ ③ $\overline{IC}$ ④ $\overline{IB}$ ⑤ $\overline{AF}$

해설

$\triangle IBE \equiv \triangle IBD$(RHA 합동)이므로
$\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고, $\triangle ICE \equiv \triangle ICF$(RHA 합동)
이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
따라서 빈 칸에 공통으로 $\overline{IE}$가 들어간다.

16. 다음 그림의 $\triangle$ABC에서 점 I는 내심이다. $\angle BAI = 20°$, $\angle ACB = 60°$ 일 때, $\angle x$와 $\angle y$의 크기는?



① $\angle x = 120°$, $\angle y = 40°$　② $\angle x = 115°$, $\angle y = 45°$

③ $\angle x = 110°$, $\angle y = 50°$　④ $\angle x = 125°$, $\angle y = 35°$

⑤ $\angle x = 130°$, $\angle y = 30°$

해설

$\angle A = 2 \times 20 = 40°$

$\angle B = 2 \times \angle y = 2\angle y$

$\triangle$ABC의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$40° + 2y + 60° = 180°$

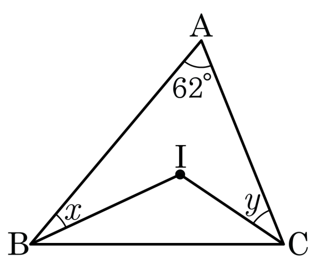
$\therefore \angle y = 40°$

$\triangle$ABI의 내각의 크기의 합은 180°이므로

$20° + 40° + \angle x = 180°$

$\therefore \angle x = 120°$

17. $\triangle$ABC 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$　② $60°$　③ $61.5°$　④ $62°$　⑤ $62.5°$

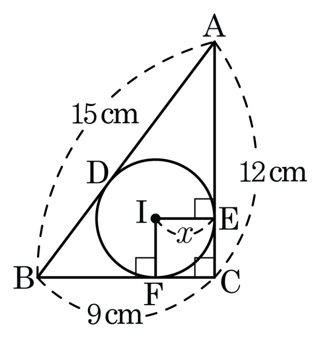
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

18. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 I 의 반지름의 길이 x 는 얼마인가?



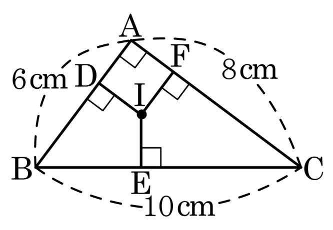
① 1cm ② 2cm ③ 3cm ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$x = \overline{CE} = \overline{CF}$ 이므로 $\overline{BD} = \overline{BF} = 9 - x$, $\overline{AD} = \overline{AE} = 12 - x$

따라서 $(9 - x) + (12 - x) = 15$ 이므로 $x = 3(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{AD}$ 의 길이는?



① 1.6cm　　② 1.8cm　　③ 2cm

④ 2.2cm　　⑤ 2.5cm

해설

$\overline{AD} = \overline{AF} = x$라 하면

$\overline{BE} = \overline{BD} = \overline{AB} - x = 6 - x$이고,

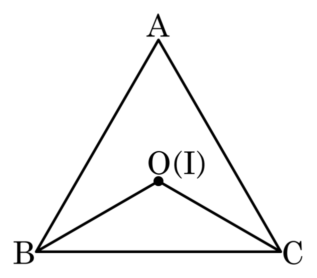
$\overline{CE} = \overline{CF} = \overline{AC} - x = 8 - x$이다.

$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{CE} = 10\text{cm}$ 이므로

$10 = (6 - x) + (8 - x)$

$\therefore\ x = 2(\text{cm})$

20. 다음 그림과 같이 $\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\angle ABO = \angle BCO$ ② $\overline{AB} = \overline{BC}$

③ $\angle BOC = 120°$ ④ $\angle A = 2\angle OCB$

⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 100°$

해설

$\triangle ABC$ 의 외심 O 와 내심 I 가 일치할 때는 삼각형이 정삼각형인 경우이므로
$\angle BAC = 60°$ 이다.
따라서 $\angle BOC = 2\angle A = 120°$ 이고, $\triangle OBC$ 는 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 30°$ 이다.
⑤ $\angle OBC + \angle BAC = 60° + 30° = 90°$