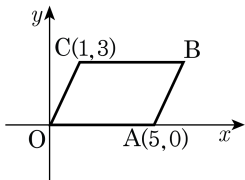


1. 다음 평행사변형 OABC 에서 A 와 C 의 좌표가 각각 $(5, 0)$, $(1, 3)$ 일 때, 두 점 A,B 를 지나는 직선의 y 절편은?



① -6

② -9

③ -12

④ -15

⑤ -18

해설

평행사변형의 두 변 OC 와 AB 는 서로 평행하므로 직선 OC 와 직선 AB 의 기울기는 같다.

따라서, 직선 AB 는 기울기가 3 이고 점 $(5, 0)$ 을 지나는 직선이다.

$$y - 0 = 3(x - 5), y = 3x - 15$$

따라서 (y 절편) = -15 이다.

2. 두 직선 $x-3y+5=0$, $x+9y-7=0$ 의 교점을 지나고, x 축의 양의 방향과 30° 의 각을 이루는 직선의 방정식이 $x+by+c=0$ 일 때 $b+c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

두 식을 연립하여 풀면 두 직선의 교점의 좌표는

$(-2, 1)$ 이고, 기울기는 $\tan 30^\circ = \frac{1}{\sqrt{3}}$ 이다.

따라서 구하는 직선의 방정식은 $y-1 = \frac{1}{\sqrt{3}}(x+2)$

$$\therefore x - \sqrt{3}y + \sqrt{3} + 2 = 0$$

$$\therefore b = -\sqrt{3}, c = 2 + \sqrt{3} \quad \therefore b + c = 2$$

3. 두 점 $(4, -2)$, $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 x 절편을 A, y 절편을 B, 원점을 O 라 할 때, $\triangle OAB$ 의 면적을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$(4, -2)$, $(2, -3)$ 를 지나는 직선은

$$y = \frac{-2 - (-3)}{4 - 2}(x - 2) - 3 = \frac{1}{2}x - 4$$

$\Rightarrow x$ 절편은 8이고, y 절편은 -4이다.

$\therefore \triangle OAB$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16 \text{ 이다.}$$

4. 다음 그림에서 a 와 b 사이의 관계식을 나타내면?

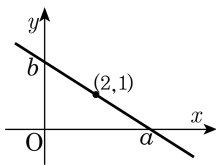
① $a + \frac{a}{2} = 1$

③ $\frac{1}{a} + \frac{2}{b} = 1$

⑤ $\frac{1}{2a} + \frac{1}{b} = 1$

② $\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1$

④ $\frac{2}{a} + b = 1$



해설

x 절편이 a , y 절편이 b 인 직선의 방정식은

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1 \text{ 이다.}$$

따라서 $(2, 1)$ 을 지나므로

$$\frac{2}{a} + \frac{1}{b} = 1 \text{ 이다.}$$

5. 직선 $x + ay - 1 = 0$ 과 x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 $\frac{1}{4}$ 일 때, a 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

해설

$y = -\frac{1}{a}x + \frac{1}{a}$ 의 x 절편은 $(1, 0)$ y 절편은 $(0, \frac{1}{a})$ 이다.

$$\therefore \text{삼각형의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{a} = \frac{1}{4} \Rightarrow a = 2$$

6. A (1, 1), B (-2, -3), C ($k, k + 1$) 이 일직선 위에 있도록 하는 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $k = 4$

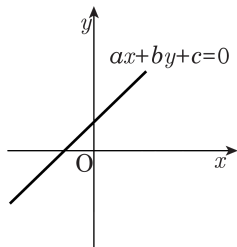
해설

A, B, C가 일직선 위에 있으려면
 $\overline{AB}$ 와 $\overline{BC}$ 의 기울기가 일치해야 한다.

$$\therefore \frac{-3-1}{-2-1} = \frac{k+1-(-3)}{k-(-2)}$$

$$\Rightarrow \therefore k = 4$$

7. 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?



- ① 제1사분면
- ② 제2사분면
- ③ 제3사분면
- ④ 제4사분면
- ⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \frac{a}{b} < 0$

y 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은

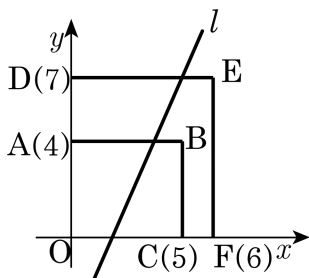
$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

y 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

8. 아래 그림에서 직선 l 이 두 직사각형 $\square OABC$ 와 $\square ODEF$ 의 넓이를 동시에 이등분할 때, 직선 $l: y = ax + b$ 이다. $a + b$ 의 값을 구하면?



① $-\frac{5}{2}$

② $-\frac{3}{2}$

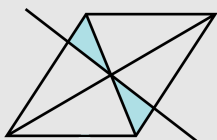
③ $-\frac{1}{2}$

④ $\frac{1}{2}$

⑤ $\frac{3}{2}$

해설

평행사변형의 넓이를 이등분하는 직선은 두 대각선의 중점을 지나는 직선이다.



따라서, $\square OABC$ 와 $\square ODEF$ 의 넓이를 동시에 이등분하는 직선 l 은 두 직사각형의 중점을 지날때이다.

$$\square OABC \text{의 중점} : \left(\frac{5}{2}, \frac{4}{2}\right)$$

$$\square ODEF \text{의 중점} : \left(\frac{6}{2}, \frac{7}{2}\right) \text{ 이므로}$$

$$y = 3x - \frac{11}{2} \therefore a = 3, b = -\frac{11}{2}$$

$$\therefore a + b = 3 - \frac{11}{2} = -\frac{5}{2}$$

해설

직선이 두 사각형과 만나는 점은

$$\left(\frac{4-b}{a}, 4\right), \left(\frac{7-b}{a}, 7\right) \text{ 이다.}$$

이제 각각의 오른쪽 사다리꼴의 넓이를 구해보면

$$\text{i) } \square OABC : \frac{4}{2} \left(\left(5 + \frac{b}{a}\right) + \left(5 - \frac{4b}{a}\right) \right) = 10$$

$$\Rightarrow 2b - 4 + 5a = 0$$

$$\text{ii) } \square ODEF : \frac{7}{2} \left(\left(6 + \frac{b}{a}\right) + \left(6 - \frac{7-b}{a}\right) \right) = 21$$

$$\Rightarrow 6a + 2b - 7 = 0$$

i)과 ii)를 연립하면

$$a = 3, b = -\frac{11}{2} \therefore a + b = 3 - \frac{11}{2} = -\frac{5}{2}$$

9. 세 직선 $2x + y + 1 = 0$, $x - y + 2 = 0$, $ax - y = 0$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 상수 a 의 값을 구하면? (단, $a > 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

삼각형을 만들지 못하게 하려면

$ax - y = 0$ 이 나머지 두직선과 평행하거나, 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

i) $ax - y = 0$ 이 다른 두 직선과 평행할 때
두 직선의 기울기가 각각 -2 , 1 이므로
 $a = -2$ 또는 $1 \quad \therefore a = 1 (\because a > 0)$

ii) 세 직선이 한 점에서 만날 때

$2x + y + 1 = 0$ 와 $x - y + 2 = 0$ 의 교점은 $(-1, 1)$

$ax - y = 0$ 이 이 점을 지나려면

$a = -1$ (부적당)

i), ii) 에서 $a = 1$

10. 점 A(2, 3)에서 두 점 B(-1, 3), C(3, 7)을 이은 선분 BC에 내린 수선의 발을 M(a, b)라 할 때, 4ab의 값은?

① 7

② 9

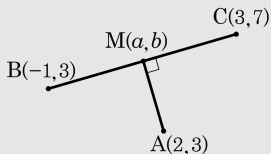
③ 11

④ 13

⑤ 15

해설

$\overline{BC} \perp \overline{AM}$ 이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.



$$\text{즉, } \frac{7-3}{3-(-1)} \times \frac{b-3}{a-2} = -1$$

$$b-3 = -(a-2), \quad \therefore a+b=5 \cdots \textcircled{7}$$

한편, 직선 BC의 방정식은

$$y-3 = \frac{7-3}{3-(-1)}(x+1)$$

$$\therefore y = x + 4$$

이 때, 점 M이 $\overline{BC}$ 위의 점이므로

$$b = a + 4 \cdots \textcircled{8}$$

$$\textcircled{7}, \textcircled{8} \text{을 연립하여 풀면 } a = \frac{1}{2}, b = \frac{9}{2}$$

$$\therefore 4ab = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = 9$$

11. 직선 $2x+4y+1=0$ 에 평행하고, 두 직선 $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 의 교점을 지나는 직선을 $y=ax+b$ 라 할 때 $2a+b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

직선 $2x+4y+1=0$ 의 기울기는

$$y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \text{ 에서 } -\frac{1}{2}$$

또, $x-2y+10=0$, $x+3y-5=0$ 을 연립하여 풀면

$$x = -4, y = 3$$

$$y - 3 = -\frac{1}{2}(x + 4)$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x + 1 \text{ 이므로}$$

$$a = -\frac{1}{2}, b = 1$$

$$\therefore 2a + b = 0$$

12. 두 직선 $x + y = 3$, $mx - y + 2m - 5 = 0$ 이 제 1사분면에서 만날 때, m 의 값의 범위는?

① $-2 < m < 2$

② $-2 < m < 3$

③ $-1 < m < 2$

④ $1 < m < 4$

⑤ $0 < m < 3$

해설

$mx - y + 2m - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$ 에서

$m(x + 2) - (y + 5) = 0$ 이므로

위의 직선은 m 의 값에 관계없이

점 $(-2, -5)$ 를 지나고, 기울기 m 인 직선이다.

따라서 두 직선이 제 1사분면에서

만나기 위해서는 직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 과 $(0, 3)$ 을
잇는 선분의 사이를 지나면 된다.

직선 $\textcircled{1}$ 이 $(3, 0)$ 을 지날 때 $m = 1$ 이고

$(0, 3)$ 을 지날 때 $m = 4$ 이므로

따라서 $1 < m < 4$

13. 직선 $(k-2)x + (2k-3)y + 4k-3 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 한 점 (a, b) 를 지날 때 ab 의 값을 구하면?

① 20

② 10

③ -10

④ -20

⑤ -30

해설

주어진 식을 k 에 대해 정리하면

$$(2y + x + 4)k - 2x - 3y - 3 = 0 \text{ 이고}$$

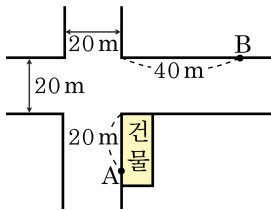
임의의 k 에 대해 성립하려면

$$2y + x + 4 = 0, \quad 2x + 3y + 3 = 0$$

$$\text{연립하면 } x = 6, \quad y = -5$$

$$\therefore ab = -30$$

14. 다음 그림과 같이 폭이 20m 인 인도가 수직으로 만나고 있다. A 지점에서 있는 사람이 B 지점에 있는 가로등을 보기 위하여 움직여야 할 최소 거리는?(단위는 m)



- ① $2\sqrt{10}$ ② $4\sqrt{10}$ ③ $6\sqrt{5}$
 ④ $8\sqrt{5}$ ⑤ $10\sqrt{3}$

해설

그림과 같이 건물의 모서리를 원점으로 하는

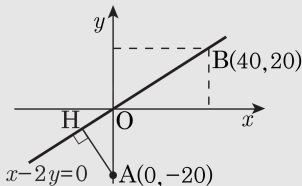
좌표축을 생각하면 A, B 지점의 좌표는

각각 $(0, -20)$, $(40, 20)$ 이다. 이 때, 원점과

점 B 를 지나는 직선의 방정식이 $x - 2y = 0$

이므로 가로등을 보기 위하여 움직여야 할 최소거리는 점 A 와 직선 $x - 2y = 0$

사이의 거리이다. $\therefore \overline{AH} = \frac{|1 \cdot 0 - 2 \cdot (-20)|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} = 8\sqrt{5}$



15. 다음 두 직선 사이의 거리가 $\sqrt{10}$ 일 때, 양수 k 의 값을 구하시오.

$$3x - y - 6 = 0, \quad 3x - y + k = 0$$

▶ 답:

▷ 정답: $k = 4$

해설

직선 $3x - y - 6 = 0$ 위의 한 점 $(2, 0)$ 에서 직선 $3x - y + k = 0$ 까지의 거리가 $\sqrt{10}$ 이므로

$$\frac{|3 \times 2 - 0 + k|}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{|6 + k|}{\sqrt{10}} = \sqrt{10}$$

$$|6 + k| = 10$$

따라서 $k = 4$ ($\because k$ 는 양수)

16. 원점에서 거리 1 이고, 점 (1, 2) 를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

점 (1, 2) 를 지나는 직선은

$$y = m(x - 1) + 2 \text{ 에서,}$$

$$mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{7}$$

여기서 (0, 0) 에 이르는 거리가 1 이므로

$$\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$$

$$\text{양변을 제곱하여 정리하면, } m = \frac{3}{4}$$

$$\textcircled{7} \text{ 에 대입하여 정리하면, } \frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$$

$$3x - 4y + 5 = 0$$

$$\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$$

17. 좌표평면 위에서 원점과 직선 $x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 사이의 거리를 $f(k)$ 라 할 때, $f(k)$ 의 최대값은? (단, k 는 상수이다.)

① $\frac{3}{2}$

② $\frac{\sqrt{3}}{2}$

③ $\frac{\sqrt{6}}{2}$

④ $\frac{3\sqrt{2}}{2}$

⑤ $\frac{3\sqrt{5}}{2}$

해설

$x - y - 3 + k(x + y) = 0$ 에서

$$(k + 1)x + (k - 1)y - 3 = 0$$

원점에서 이 직선까지의 거리

$$\begin{aligned} f(k) &= \frac{|-3|}{\sqrt{(k+1)^2 + (k-1)^2}} \\ &= \frac{3}{\sqrt{2(k^2 + 1)}} \end{aligned}$$

따라서 $f(k)$ 는 분모가 최소일 때
최대가 되므로 $f(k)$ 의 최대값은

$$k = 0 \text{ 일 때 } \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

18. 세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $3x - 4y + 9 = 0$, $4x + 3y + 12 = 0$ 으로 둘러싸인 삼각형의 넓이는?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$$2x - y - 4 = 0 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

$$3x - 4y + 9 = 0 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

$$4x + 3y + 12 = 0 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $x = 5$, $y = 6$

㉠, ㉢을 연립하여 풀면 $x = 0$, $y = -4$

㉡, ㉢을 연립하여 풀면 $x = -3$, $y = 0$

세 직선 $2x - y - 4 = 0$, $3x - 4y + 9 = 0$, $4x + 3y + 12 = 0$ 으로 이루어지는

삼각형은 세 점 $A(5, 6)$, $B(0, -4)$, $C(-3, 0)$ 을 꼭짓점으로 하는 $\triangle ABC$ 이다.

따라서 점 $(5, 6)$ 과 직선 $4x + 3y + 12 = 0$

$$\text{사이의 거리는 } \frac{|4 \times 5 + 3 \times 6 + 12|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{|50|}{5} = 10$$

$$\text{또, } \overline{BC} = \sqrt{(-3-0)^2 + (0+4)^2} = 5$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 5 \times 10 = 25$$

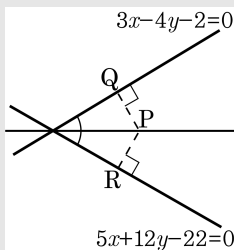
19. 두 직선 $3x - 4y - 2 = 0$, $5x + 12y - 22 = 0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선의 방정식 중에서 기울기가 양인 직선이 $ax + by + c = 0$ 일 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

구하는 각의 이등분선 위의 임의의 점 $P(X, Y)$ 에 대하여 P에서 두 직선에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 이라 하면



$\overline{PQ} = \overline{PR}$ 이므로

$$\frac{|3X - 4Y - 2|}{\sqrt{9 + 16}} = \frac{|5X + 12Y - 22|}{\sqrt{25 + 144}}$$

$$13(3X - 4Y - 2) = \pm 5(5X + 12Y - 22)$$

즉, $13(3X - 4Y - 2) = 5(5X + 12Y - 22)$ 또는

$13(3X - 4Y - 2) = -5(5X + 12Y - 22)$ 정리하면

$x - 8y + 6 = 0$ 또는 $8x + y - 17 = 0$ 에서

기울기가 양이므로

$$\therefore x - 8y + 6 = 0$$

$$\therefore a + b + c = -1$$

20. 세 점 A(-1, 0), B(2, -3), C(5, 3)에 대하여 등식 $\overline{AP}^2 + \overline{BP}^2 = 2\overline{CP}^2$ 을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax + y + b = 0$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

점 P의 좌표를 (x, y) 라 하면
주어진 조건에서,

$$(x+1)^2 + y^2 + (x-2)^2 + (y+3)^2 = 2\{(x-5)^2 + (y-3)^2\}$$

$$2x^2 - 2x + 2y^2 + 6y + 14$$

$$= 2(x^2 - 10x + y^2 - 6y + 34)$$

$$18x + 18y - 54 = 0$$

$$\Rightarrow x + y - 3 = 0$$

$$\therefore a + b = 1 + (-3) = -2$$