

1. 다음 식이 완전제곱식으로 인수분해될 때, 빈 칸에 들어갈 숫자로 바른 것을 고르면?

$4x^2 + 20x + \square$

- ① 20 ② 25 ③ 30 ④ 35 ⑤ 40

해설

$4(x^2 + 5x + \Delta)$ 에서 이차항의 계수가 1 일 때, 일차항의 계수의 절반의 제곱이 상수항이 되어야 완전제곱식이 되므로 5 의 절반의 제곱은 $\frac{25}{4}$ 이다.

$\Delta = \frac{25}{4}$ 를 대입하면

$$4(x^2 + 5x + \Delta) = 4\left(x^2 + 5x + \frac{25}{4}\right) = 4x^2 + 20x + 25 \text{ 이다.}$$

따라서 $\square = 25$ 이다.

3. $(x-2)x^2+3(x-2)x-10(x-2)$ 를 인수분해했을 때, 다음 중 인수가 될 수 있는 것을 모두 고르면?

보기

㉠ $x-2$	㉡ $x+5$	㉢ $x+2$
㉤ $x-5$	㉦ $(x-2)^2$	㉨ $(x+5)^2$

- ① ㉠, ㉤
- ② ㉠, ㉢, ㉦
- ③ ㉠, ㉡, ㉦
- ④ ㉠, ㉤, ㉨
- ⑤ ㉡, ㉦

해설

$$\begin{aligned}x-2 &= A \text{로 치환하면} \\(\text{준식}) &= Ax^2+3Ax-10A \\&= A(x^2+3x-10) \\&= A(x+5)(x-2) \\&= (x-2)(x+5)(x-2) \\&= (x-2)^2(x+5)\end{aligned}$$

4. $(a+b)(a+b+3)+2$ 를 인수분해했을 때, 옳은 것은?

① $(a-b+1)(a-b+2)$ ② $(a+b+1)(a+b+2)$

③ $(a-b+1)(a+b+2)$ ④ $(a-b-1)(a-b-2)$

⑤ $(a+b-1)(a+b-2)$

해설

$$\begin{aligned} a+b &= A \text{ 로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= A(A+3)+2 \\ &= A^2+3A+2 \\ &= (A+1)(A+2) \\ &= (a+b+1)(a+b+2) \end{aligned}$$

5. $(a-b-2c)(a-b+5c)-30c^2$ 을 인수분해하면?

① $(a-b+3c)(a-b-7c)$

② $(a-b+4c)(a-b+5c)$

③ $(a-b-5c)(a-b+8c)$

④ $(a-b+5c)(a-b-8c)$

⑤ $(a-b-2c)(a-b+4c)$

해설

$$\begin{aligned} a-b &= t \text{로 놓으면,} \\ (a-b-2c)(a-b+5c)-30c^2 \\ &= (t-2c)(t+5c)-30c^2 \\ &= t^2+3ct-40c^2 \\ &= (t-5c)(t+8c) \\ &= (a-b-5c)(a-b+8c) \end{aligned}$$

6. $(x-y)(x-y+6)+9$ 를 인수분해한 것으로 올바른 것은?

- ① $(x+y+3)^2$ ② $(x-y+3)^2$ ③ $(x+y-3)^2$
④ $(x-y-3)^2$ ⑤ $(x+y+4)^2$

해설

$$\begin{aligned}x-y &= A \text{ 로 치환하면} \\(x-y)(x-y+6)+9 &= A(A+6)+9 \\&= A^2+6A+9 \\&= (A+3)^2 \\&= (x-y+3)^2\end{aligned}$$

7. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $(1 - \sqrt{x})^2 + \frac{4}{y}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$3 < 2 + \sqrt{3} < 4$ 이므로

$2 + \sqrt{3}$ 의 정수부분은 3, 소수부분은 $\sqrt{3} - 1$ 이다.

$x = 3, y = \sqrt{3} - 1$

$$(1 - \sqrt{3})^2 + \frac{4}{\sqrt{3} - 1}$$

$$= 4 - 2\sqrt{3} + \frac{4(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = 6$$

8. $(2a - 3b)^2 - (4a - 5b)^2 = 4(ma + nb)(b - pa)$ 일 때, $mn - p$ 의 값을 구하면?

① -11

② 13

③ -13

④ 11

⑤ -2

해설

$2a - 3b = X$, $4a - 5b = Y$ 로 치환하면

$$X^2 - Y^2 = (X + Y)(X - Y)$$

$$= (2a - 3b + 4a - 5b)(2a - 3b - 4a + 5b)$$

$$= (6a - 8b)(-2a + 2b)$$

$$= 4(3a - 4b)(b - a)$$

$$\therefore m = 3, n = -4, p = 1$$

$$\therefore mn - p = -12 - 1 = -13$$

9. $(2x-1)^2 - (x+2)^2$ 을 인수분해하면 $(3x+a)(x+b)$ 가 된다고 한다.
이 때, $a-b$ 의 값을 구하면?

① -1 ② 3 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$2x-1=A$, $x+2=B$ 로 치환하면

$$(2x-1)^2 - (x+2)^2$$

$$= A^2 - B^2 = (A+B)(A-B)$$

$$= (2x-1+x+2)(2x-1-x-2)$$

$$= (3x+1)(x-3)$$

$$\therefore a=1, b=-3$$

$$\therefore a-b=1+3=4$$

10. $x(x+1)(x+2)(x+3)+1$ 을 인수분해 하는 과정이다. ()안에 들어갈 식이 옳지 않은 것은?

$$\begin{aligned} &x(x+1)(x+2)(x+3)+1 \\ &= x(\textcircled{1}) \times (x+1)(\textcircled{2})+1 \\ &= (x^2+3x)(\textcircled{3})+1 \\ &(\textcircled{4})=A \text{라 하면} \\ &A^2+2A+1=(A+1)^2=(\textcircled{5})^2 \end{aligned}$$

- ① $x+3$

② $x+2$

③ x^2+3x+2
- ④ x^2+3

⑤ x^2+3x+1

해설

④ x^2+3x

11. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)-p$ 가 완전제곱식이 되도록 하는 상수 p 를 구하면?

① -16 ② -4 ③ 2 ④ 8 ⑤ 12

해설

$$\begin{aligned}x^2 + 8x &= A \text{ 라 하면} \\(x^2 + 8x + 7)(x^2 + 8x + 15) - p \\&= (A + 7)(A + 15) - p \\&= A^2 + 22A + 105 - p = (A + 11)^2 \\\therefore 105 - p &= 121 \\\therefore p &= -16\end{aligned}$$

12. 다음 식이 완전제곱식일 때, 상수 a 의 값으로 알맞은 것을 구하여라.

$(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 16$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\ &= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$
$$x^2+8x=A \text{ 로 치환하면}$$
$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\ &= A^2+22A+105+a \\ &= (A+11)^2 = (x^2+8x+11)^2\end{aligned}$$
$$11^2 = 105+a$$
$$\therefore a = 16$$

13. $4xy - 2x - 2y + 1$ 을 인수분해하면 $(ax + b)(cy + d)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하면?

① 0

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} 4xy - 2x - 2y + 1 &= 2x(2y - 1) - (2y - 1) \\ &= (2x - 1)(2y - 1) \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c + d = 2 - 1 + 2 - 1 = 2$$

14. 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

① $ab + b - a - 1 = (a + 1)(1 - b)$

② $2 - a - 2b + ab = (1 - b)(2 + a)$

③ $x^2 - y^2 + 2x + 2y = (x - y)(x - y + 2)$

④ $x^3 + x^2 + x + 1 = (x^2 + 1)(x + 1)$

⑤ $x(y - 1) - 2(y - 1) = (x - 2)(y - 1)$

해설

① $(a + 1)(b - 1)$

② $(1 - b)(2 - a)$

③ $(x + y)(x - y + 2)$

15. 다항식 $16 - 4x^2 + 4xy - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(4 - x + y)(4 - 2x + y)$

② $(4 + 2x - y)(4 - x - y)$

③ $(4 - 2x + y)(4 + 2x + y)$

④ $(4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$

⑤ $(4 + 2x + y)(4 - 2x - y)$

해설

$$4^2 - (2x - y)^2 = (4 + 2x - y)(4 - 2x + y)$$

16. $x^2 - 2xz + z^2 - y^2$ 을 인수분해하면?

① $(x + y + z)(x - y + z)$

② $(x + y + z)(x - y - z)$

③ $(x - y + z)(x - y - z)$

④ $(x + y - z)(x - y + z)$

⑤ $(x + y - z)(x - y - z)$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 2xz + z^2 - y^2 &= (x - z)^2 - y^2 \\ &= (x - z + y)(x - z - y) \end{aligned}$$

17. $16x^4 - 81y^4 = (Ax^2 + By^2)(Cx + Dy)(Ex + Fy)$ 라고 할 때, $A + B + C + D + E + F$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D, E, F 는 상수이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$16x^4 - 81y^4 = (4x^2 + 9y^2)(2x + 3y)(2x - 3y)$ 이므로 $A + B + C + D + E + F = 4 + 9 + 2 + 3 + 2 - 3 = 17$ 이다.

18. 다항식 $4x^4 - 5x^2 + 1$ 은 네 개의 일차식의 곱으로 인수 분해된다. 네 개의 일차식의 합은?

① $2x + 1$

② $2x - 1$

③ $6x$

④ $6x + 1$

⑤ $4x - 2$

해설

$$\begin{aligned}(4x^2 - 1)(x^2 - 1) &= (2x + 1)(2x - 1)(x + 1)(x - 1) \\ \therefore (\text{일차식의 합}) &= 2x + 1 + 2x - 1 + x + 1 + x - 1 \\ &= 6x\end{aligned}$$

19. $x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 인수분해 하면 $(x - 2)(ax + by + c)$ 이다.
 $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a + b + c = 5$

해설

$x^2 + 3xy - x - 6y - 2$ 를 x 에 관해 정리하면
 $x^2 + (3y - 1)x - 2(3y + 1) = (x - 2)(x + 3y + 1)$
 $\therefore a = 1, b = 3, c = 1$
 $\therefore a + b + c = 5$

20. 이차식 $x^2 - 3xy + 2y^2 + 4x - 5y + 3$ 을 인수분해 하였더니 $(ax - y + b)(x + cy - d)$ 가 되었다. 다음 중 옳은 것을 고르면?

- ① $a + b = 3$
- ② $b + c = 2$
- ③ $c + d = 1$
- ④ $a + c = -1$
- ⑤ $b + d = -3$

해설

$$\begin{aligned} &x^2 + (4 - 3y)x + 2y^2 - 5y + 3 \\ &= x^2 + (4 - 3y)x + (2y - 3)(y - 1) \\ &= (x - 2y + 3)(x - y + 1) \\ \therefore &a = 1, \, b = 1, \, c = -2, \, d = -3 \end{aligned}$$

21. $\frac{28^2 - 11^2}{25 \times 17 - 17 \times 12}$ 의 값을 계산하면?

① 12

② 9

③ 6

④ 3

⑤ 1

해설

$$\frac{(28 + 11)(28 - 11)}{(25 - 12) \times 17} = \frac{39 \times 17}{13 \times 17} = 3$$

22. 인수분해 공식을 이용하여 다음 식의 값을 구하여라.

$5^2 - 6^2 + 7^2 - 8^2 + 9^2 - 10^2$

▶ 답 :

▷ 정답 : -45

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (5^2 - 6^2) + (7^2 - 8^2) + (9^2 - 10^2) \\&= (5 + 6)(5 - 6) + (7 + 8)(7 - 8) \\&\quad + (9 + 10)(9 - 10) \\&= -11 - 15 - 19 \\&= -45\end{aligned}$$

23. $a = 2\sqrt{2} - 4$, $b = 3 + \sqrt{2}$ 일 때, $a^2 - 4ab + 4b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 100

해설

$$\begin{aligned}a^2 - 4ab + 4b^2 &= (a - 2b)^2 \\&= \{2\sqrt{2} - 4 - 2(3 + \sqrt{2})\}^2 \\&= (2\sqrt{2} - 4 - 6 - 2\sqrt{2})^2 \\&= (-10)^2 = 100\end{aligned}$$

24. $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$, $y = \sqrt{2} - \sqrt{3}$ 일 때, $x^2 - y^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $4\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - y^2 &= (x + y)(x - y) \\&= (\sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{2} - \sqrt{3}) \\&\quad (\sqrt{3} + \sqrt{2} - \sqrt{2} + \sqrt{3}) \\&= 2\sqrt{2} \times 2\sqrt{3} \\&= 4\sqrt{6}\end{aligned}$$

25. 양수 a, b 에 대하여. $a^2b + ab^2 = 12$, $a^3 + b^3 = 28$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$a^2b + ab^2 = ab(a + b) = 12$$

$$a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b) = 28$$

$$a + b = X, ab = Y \text{ 로 치환하면}$$

$$XY = 12, X^3 - 3XY = 28$$

$$\therefore X = 4, Y = 3$$

$$\text{따라서 } a^2 + b^2 = X^2 - 2Y = 16 - 6 = 10 \text{ 이다.}$$

26. $ax - by = 2\sqrt{3} + 3$, $bx - ay = 2\sqrt{3} - 3$ 일 때, $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $24\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 - b^2)(x^2 - y^2) \\ &= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 \\ &= (a^2x^2 - 2abxy + b^2y^2) - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2) \\ &= (ax - by)^2 - (ay - bx)^2 \\ &= (2\sqrt{3} + 3)^2 - (-2\sqrt{3} + 3)^2 \\ &= 24\sqrt{3} \end{aligned}$$

27. $a - b = 12$ 일 때, $a^2 - 8a + b^2 + 8b - 2ab + 16$ 의 값을 구하면?

① 36

② 64

③ 49

④ 16

⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} & a^2 - 8a + b^2 + 8b - 2ab + 16 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 + -8a + 8b + 16 \\ &= (a - b)^2 - 8(a - b) + 16 \\ &= (a - b - 4)^2 \\ &= 64 \end{aligned}$$

28. $a-b=3ab$ 일 때, $\frac{3a^2b-3ab^2-7a^2b^2}{a^2-2ab+b^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $ab \neq 0$, $a \neq b$)

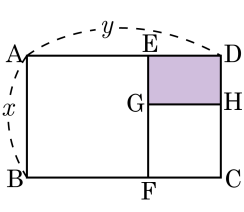
▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{9}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \frac{ab(3a-3b-7ab)}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab\{3(a-b)-7ab\}}{(a-b)^2} \\&= \frac{ab(9ab-7ab)}{(3ab)^2} \\&= \frac{2a^2b^2}{9a^2b^2} = \frac{2}{9}\end{aligned}$$

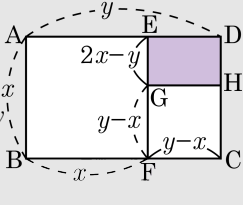
29. 다음 그림의 직사각형 ABCD 는 세로의 길이가 x , 가로 길이가 y 이고, $\square ABFE$ 와 $\square GFCH$ 가 모두 정사각형이다. 이 때, $\square EGHD$ 의 넓이는? (단, $x < y < 2x$)



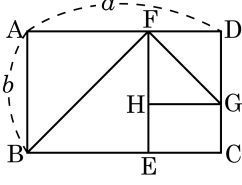
- ① $-2x^2 + 3xy - y^2$ ② $-2x^2 - 3xy - y^2$
 ③ $2x^2 - 3xy - y^2$ ④ $2x^2 + 3xy - y^2$
 ⑤ $2x^2 + 3xy + y^2$

해설

다음 그림에서
 $(\square EGHD \text{의 넓이}) = (\text{가로}) \times (\text{세로})$
 $= (y - x)(2x - y)$
 $= 2xy - y^2 - 2x^2 + xy$
 $= -2x^2 + 3xy - y^2$



30. 다음 그림에서 $\square ABEF$ 와 $\square FHGD$ 가 정사각형일 때, 사각형 HECG 의 넓이를 a, b 에 관한 식으로 나타낸 후 인수분해하면 $(a - b)(ta + sb)$ 이다. $t + s$ 의 값을 구하시오.



▶ 답 :

▷ 정답 : $t + s = 1$

해설

사각형 ABFE, EFGD 는 정사각형이므로
 $\overline{HE} = b - (a - b) = 2b - a, \overline{EC} = a - b$
 남은 사각형의 넓이는 $(2b - a)(a - b)$ 이다.
 따라서 $t = -1, s = 2$ 이므로 $t + s = 1$ 이다.