

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} &= -\frac{c}{a} + \text{①} \\ (x + \text{②})^2 &= \text{③} \\ x &= \text{④} \pm \text{⑤} \end{aligned}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2 - 4ac}{2a}$
 ④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

해설

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x &= -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.} \\ x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} &= -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2} \\ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 &= \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}} \\ x &= -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \\ \therefore \text{③이 잘못되었다.} \end{aligned}$$

2. 이차방정식 $x^2 - 16x + a = 0$ 의 해가 $x = 8 \pm \sqrt{59}$ 일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$x = 8 \pm \sqrt{64 - a}$$

$$\therefore a = 5$$

3. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n < a < n + 1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$x^2 + 4x - 1 = 0 \text{ 의 두 근은 } x = -2 \pm \sqrt{5}$$

$$a \text{ 는 양수이므로 } a = -2 + \sqrt{5}$$

$$0 < -2 + \sqrt{5} < 1$$

$$\therefore n = 0$$

4. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 근이 $x = \frac{1 \pm \sqrt{A}}{9}$ 일 때, A 의 값은?

① 5

② 10

③ 15

④ 23

⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2 - \frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 0$ 의 양변에 6을 곱하면

$$9x^2 - 2x - 1 = 0, x = \frac{1 \pm \sqrt{10}}{9}$$

$$\therefore A = 10$$

5. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 을 풀면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{11}}{3}$

② $x = \frac{1 \pm \sqrt{22}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{2}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{23}}{3}$

해설

$0.3x^2 - 0.4x = 0.6$ 의 각 항에 10 을

곱하면 $3x^2 - 4x - 6 = 0$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 - 3 \times (-6)}}{3} = \frac{2 \pm \sqrt{22}}{3}$$

6. 이차방정식 $6(x-1)^2 + 7x = (2x-3)(4x+1)$ 의 해가 $x = \alpha$ 또는 $x = \beta$ 일 때, $4(\alpha + \beta)$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

주어진 방정식을 정리하면 $2x^2 - 5x - 9 = 0$

근의 공식을 이용하여 풀면

$$x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 72}}{4} = \frac{5 \pm \sqrt{97}}{4}$$

$\alpha > \beta$ 이므로

$$\alpha = \frac{5 + \sqrt{97}}{4}, \beta = \frac{5 - \sqrt{97}}{4}$$

$$\therefore 4(\alpha + \beta) = 10$$

7. $(x+y)(x+y-3)-28=0$ 일 때, $x+y$ 의 값을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x+y=7$

▷ 정답 : $x+y=-4$

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-3)-28=0$$

$$A^2-3A-28=0$$

$$(A-7)(A+4)=0$$

$$\therefore x+y=7 \text{ 또는 } x+y=-4$$

8. 다음 이차방정식의 두 근의 곱을 구하여라.

$$2\left(x-\frac{1}{2}\right)^2-3\left(x-\frac{1}{2}\right)-2=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x-\frac{1}{2}=A$ 로 치환하면

$$2A^2-3A-2=0$$

$$(2A+1)(A-2)=0$$

$$A=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } A=2$$

$$x-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2} \text{ 또는 } x-\frac{1}{2}=2$$

$$\therefore x=0 \text{ 또는 } x=\frac{5}{2}$$

따라서 두 근의 곱은 $0 \times \frac{5}{2}=0$ 이다.

9. 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0 (a \neq 0)$ 에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b^2 - ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ② $b^2 - ac = 0$ 이면 근이 없다.
- ③ $b^2 - 4ac < 0$ 이면 2 개의 다른 실근을 가진다.
- ④ $b = 0$ 이면 중근을 가진다.
- ⑤ $b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

해설

$b^2 - 4ac > 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가지고 $b^2 - 4ac = 0$ 이면 중근을 가지고, $b^2 - 4ac < 0$ 이면 근이 없다.

10. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 근에 대한 설명 중 옳은 것은?

- ① $b = 0$ 이면 근이 없다.
- ② $a = -4, b = -5$ 이면 중근을 가진다.
- ③ $a > 0, b < 0$ 이면 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.
- ④ $a < 0$ 이면 근이 없다.
- ⑤ $b > 0$ 이면 중근을 가진다.

해설

③ $a > 0, b < 0$ 이면 $a^2 - 4b > 0$ 이므로 서로 다른 2 개의 실근을 가진다.

11. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가?

① $x^2 + 3x - 2 = 0$

② $3x^2 + 2x + 10 = 0$

③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$

④ $x^2 + 2x - 4 = 0$

⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$: 근이 없다.

나머지는 근이 2개이다.

12. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 근을 갖는 것을 모두 골라라.

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

㉡ $4x^2 + 1 = 0$

㉢ $x^2 - 2x + 4 = 0$

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$

㉤ $9x^2 + 6x + 1 = 0$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉣

해설

㉠ $2x^2 - 5x - 3 = 0$, $x = -\frac{1}{2}, 3$ 이다.

㉡ $D = -4 \times 4 \times 1 = -16 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉢ $D = (-2)^2 - 4 \times 4 = -12 < 0$ 이므로 근이 없다.

㉣ $2x^2 - 6x + 1 = 0$, $x = \frac{3 \pm \sqrt{7}}{2}$ 이다.

㉤ $(3x + 1)^2 = 0$, $x = -\frac{1}{3}$ 로 중근이다.

13. 이차방정식 $x^2 - mx - n = 0$ 이 증근을 가지기 위한 조건은?

① $m^2 - 4n > 0$ ② $m^2 + 4n > 0$ ③ $m^2 - 4n = 0$

④ $m^2 + 4n = 0$ ⑤ $m^2 - 4n < 0$

해설

$$D = m^2 - 4(-n) = 0$$

$$\therefore m^2 + 4n = 0$$

14. 이차방정식 $x^2 - 2x - 5 - k = 0$ 의 해의 개수가 1 개일 때, 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$D = (-2)^2 - 4(-5 - k) = 0$$

$$6 + k = 0$$

$$\therefore k = -6$$

15. 이차방정식 $x^2 - (k+2)x + 1 = 0$ 이 중근을 가질 때의 상수 k 의 값 중 큰 값이 이차방정식 $x^2 - ax + a^2 - 1 = 0$ 의 한 근일 때, 양수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^2 - (k+2)x + 1 = 0 \text{ 에서}$$

$$D = (k+2)^2 - 4 = 0, k^2 + 4k = 0$$

$$k(k+4) = 0$$

$$k = 0, -4$$

$$x^2 - ax + a^2 - 1 = 0 \text{ 에 } x = 0 \text{ 을 대입하면}$$

$$a^2 - 1 = 0$$

$$a = \pm 1$$

$$\therefore a = 1 \text{ (} \because a > 0 \text{)}$$

16. 이차방정식 $x^2 - (k-2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가질 때의 k 의 값이 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -16

해설

$x^2 - (k-2)x + 4 = 0$ 이 중근을 가지므로

$k-2 = 4$ 또는 $k-2 = -4$ 이다.

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = -2, x = 6$ 을 대입하여 연립하여 풀면

$a = -4, b = -12$

$\therefore a + b = -16$

17. 이차방정식 $(x+5)^2 = a$ 의 해가 1개일 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 0$

해설

$(x+5)^2 = a$ 가 중근을 가지므로

$$25 - a = \left(\frac{10}{2}\right)^2$$

$$\therefore a = 0$$

18. 이차방정식 $x^2 + 5x + 2 - k = 0$ 의 해가 없도록 하는 k 값의 범위는?

① $k \geq -\frac{17}{4}$

② $k > -\frac{17}{4}$

③ $k = -\frac{17}{4}$

④ $k < -\frac{17}{4}$

⑤ $k \leq -\frac{17}{4}$

해설

$$D = 5^2 - 4(2 - k) = 25 - 8 + 4k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{17}{4}$$

19. 이차방정식 $x^2-2x+3-a=0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = 1 - (3 - a) = 0$$

$$\therefore a = 2$$

20. n 각형의 대각선의 총수는 $\frac{n(n-3)}{2}$ 개이다. 대각선의 총수가 54 개인

다각형의 변의 수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12 개

해설

$$\frac{n(n-3)}{2} = 54 \text{ 이므로}$$

$$n(n-3) = 108$$

$$n^2 - 3n - 108 = 0$$

$$(n-12)(n+9) = 0$$

$$\therefore n = 12 \text{ 또는 } n = -9$$

$$n > 0 \text{ 이므로 } 12 \text{ 각형}$$

따라서 변의 수는 12 개이다.

21. 연속하는 세 자연수가 있다. 세 자연수의 제곱의 합이 149 일 때, 가장 작은 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

연속하는 세 자연수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면

$(x-1)^2 + (x)^2 + (x+1)^2 = 149$ 이므로

$$3x^2 - 147 = 0$$

$$x^2 - 49 = 0$$

$$(x+7)(x-7) = 0$$

따라서 $x=7$ (x 는 자연수) 이다.

가장 작은 수는 $7-1=6$ 이다.

22. A 가 가진 구슬의 수는 B 가 가진 구슬의 수보다 3개 더 많고, B 가 가진 구슬의 수의 제곱은 A 가 가진 구슬의 수의 5배보다 9개가 더 많다. A 가 가진 구슬의 수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 11 개

해설

A 와 B 가 가진 구슬의 수를 각각 x , $x - 3$ 이라 하면

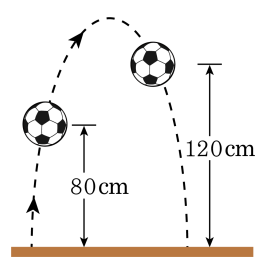
$$5x + 9 = (x - 3)^2$$

$$x^2 - 11x = 0$$

$$x(x - 11) = 0$$

$x > 0$ 이므로 $x = 11$ (개)

23. 다음 그림은 지면으로부터 초속 50m 위로 던진 공의 x 초 후의 높이가 $(50x - 5x^2)$ m 이다. 위로 던진 공이 내려오면서 높이 120m에서 터졌다면 처음으로 80m를 도달해서 공이 터질 때까지의 시간을 구하여라.

▶ 답: 초

▷ 정답: 4 조

애실

처음으로 80m 에 도달했을 때까지의 시간은

$$50x - 5x^2 = 80 \quad \circlearrowleft \text{이므로}$$

$$5x^2 - 50x + 80 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$x = 2$ 초 또는 8 초이다.

처음으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이다

지금으로 80m 에 도달했을 때이므로 2 초이므로
트 버퍼로 120m 에 도달했을 때까지의 시간은

두 번째로 120m 에 도달
50 5 2 100 이므로

$$50x - 5x^2 = 120 \quad \text{or} \quad 5x^2 - 50x + 120 = 0$$

$$5x^2 - 50x + 120 =$$

$$x^2 - 10x + 24 = 0$$

$$(x - 4)(x - 6) = 0$$

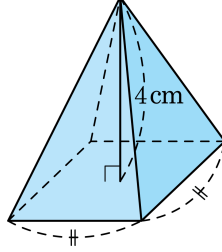
$x = 4$ 초 또는 6 초이다.

두 번째로 120m 에 도달했을 때이므로 6 초이다.

따라서 처음으로 노이가 80m 이 지점을 지나 두 번째로 120m 이

파티시 저음으로 높이가 80m 인 시점을 지나 두 번째로 120m
기점까지의 시간은 3 초부터 6 초까지이므로 4 초 동안이다.

24. 다음 그림에서 각뿔의 부피가 64 cm^3 일 때, 밑면의 한 변의 길이를 구하여라.



▶ 답 : cm

▷ 정답 : $4\sqrt{3}$ cm

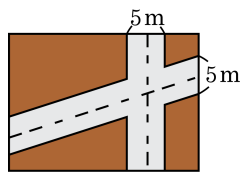
해설

밑면의 한 변의 길이를 $x\text{ cm}$ 라고 하면

$$\frac{1}{3}x^2 \times 4 = 64, \quad x^2 = 48$$

$$\therefore x = 4\sqrt{3}(\text{cm})$$

25. 가로 길이가 세로 길이보다 7 m 더 긴 직사각형 모양의 땅이 있다. 그림과 같이 폭이 5 m 인 도로를 만들었더니 도로를 뺀 나머지 부분의 넓이가 260m^2 가 되었다. 처음 직사각형 모양의 가로의 길이는?



- ① 23 m ② 24 m ③ 25 m ④ 26 m ⑤ 27 m

해설

가로를 $x\text{m}$, 세로를 $(x - 7)\text{m}$ 라 하면

$$(x - 5)(x - 7 - 5) = 260$$

$$x^2 - 17x - 200 = 0$$

$$(x + 8)(x - 25) = 0$$

$$x = 25 \text{ 또는 } x = -8$$

$$\therefore x = 25 (\because x > 12)$$