

1. $a^2 + b^2 + c^2 = 9$, $ab + bc + ca = 9$, $a + b + c$ 의 값은?

① $-3\sqrt{2}$

② $-2\sqrt{3}$

③ $\pm 3\sqrt{3}$

④ $\pm 3\sqrt{2}$

⑤ $\sqrt{6}$

해설

$$\begin{aligned}(a + b + c)^2 &= a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca) \\ &= 9 + 18 = 27\end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \pm 3\sqrt{3}$$

2. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

3. $x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b$ 가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b 의 값은?

① $a = 12, b = 9$

② $a = -12, b = 9$

③ $a = 12, b = -9$

④ $a = -12, b = -9$

⑤ $a = 9, b = 12$

해설

$x^4 + 4x^3 - 2x^2 + ax + b = (x^2 + px + q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은

$$\begin{aligned} & x^4 + 2x^2(px + q) + (px + q)^2 \\ &= x^4 + 2px^3 + (p^2 + 2q)x^2 + 2pqx + q^2 \end{aligned}$$

좌변과 계수를 비교하면

$$2p = 4, \quad p^2 + 2q = -2$$

$$p = 2, \quad q = -3 \text{에서}$$

$$a = 2pq = -12, \quad b = q^2 = 9$$

4. $x = 1 + 2i$, $y = \frac{1 + 2i}{1 - i}$, $z = \frac{1 - 2i}{1 - i}$ 일 때, $xy + xz$ 의 값을 구하면?

① $-1 + 3i$

② $-1 - 2i$

③ $-1 + 2i$

④ $-1 - i$

⑤ $-1 + i$

해설

$$x = 1 + 2i, y = \frac{1 + 2i}{1 - i}, z = \frac{1 - 2i}{1 - i}$$

$$\begin{aligned}\therefore xy + xz &= \frac{(1 + 2i)^2}{1 - i} + \frac{(1 - 2i)(1 + 2i)}{1 - i} \\ &= \frac{-3 + 4i + 5}{1 - i} \\ &= \frac{2 + 4i}{1 - i} \\ &= -1 + 3i\end{aligned}$$

5. $z_1 = 1 - i, z_2 = 1 + i$ 일 때, $z_1^3 + z_2^3$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $4 - 2i$

② 0

③ 20

④ $-2 + 4i$

⑤ -4

해설

$$z_1 + z_2 = 2, z_1 z_2 = 2$$

$$z_1^3 + z_2^3 = (z_1 + z_2)^3 - 3z_1 z_2 (z_1 + z_2)$$

$$= 8 - 12$$

$$= -4$$

6. 복소수 $z = i(a + \sqrt{5}i)^2$ 이 $z = \bar{z}$ 가 되도록 실수 a 의 값을 구하면?

① 5

② $\sqrt{5}$

③ 0

④ ± 5

⑤ $\pm \sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} z &= i(a^2 - 5 + 2a\sqrt{5}i) \\ &= -2a\sqrt{5} + (a^2 - 5)i \end{aligned}$$

$z = \bar{z}$ 이면 실수이므로 허수부분이 0이다.

$$\therefore a = \pm \sqrt{5}$$

7. 다음은 연산법칙을 이용하여 $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

8. $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수 a 의 값을 구하면?

① -3

② 3

③ -6

④ 6

⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.

$$\therefore a - 3 = 0, a = 3$$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는 x 값을 대입한다.

$$x^2 + x + 1 = 0 \text{에서 } (x-1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$$

$$\therefore x^3 = 1$$

준 식의 좌변에 $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면

$$2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$$

$$\therefore a = 3$$

9. x 에 대한 항등식 $\frac{x^2 - 3x - 1}{x - 1} - \frac{x^2 - x - 3}{x + 1} + \frac{2}{x} = \frac{Ax + B}{x(x - 1)(x + 1)}$ 에서 $A - B$ 의 값을 수치대입법을 이용하여 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

분모를 간단히 할 수 있는 숫자를 대입해 보자.

양변에 $x = 2$, $x = -2$ 를 대입해서 정리하면

$x = 2$ 일 때

$$\frac{4 - 6 - 1}{1} - \frac{4 - 2 - 3}{3} + \frac{2}{2} = \frac{2A + B}{2 \times 1 \times 3}$$

$$-3 + \frac{1}{3} + 1 = \frac{2A + B}{6}$$

$$\therefore 2A + B = -10 \cdots \textcircled{㉠}$$

$x = -2$ 일 때

$$\frac{4 + 6 - 1}{-3} - \frac{4 + 2 - 3}{-1} + \frac{2}{-2} = \frac{-2A + B}{(-2)(-3)(-1)}$$

$$-3 + 3 - 1 = \frac{-2A + B}{-6}$$

$$\therefore -2A + B = 6 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $A = -4$, $B = -2$

$$\therefore A - B = (-4) - (-2) = -2$$

10. $(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4(2x - 1)^7$ 을 전개했을 때, 모든 계수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$(x^3 + 2x^2 - 3x + 2)^4 \cdot (2x - 1)^7$$

$$= a_0x^{19} + a_1x^{18} + a_2x^{17} + \cdots + a_{19} \text{로 놓으면}$$

계수들의 총합 $a_0 + a_1 + \cdots + a_{19}$ 는 양변에 $x = 1$ 을 대입한 결과와 같으므로 항등식의 성질에서

$$(1 + 2 - 3 + 2)^4 \cdot (2 - 1)^7 = 2^4 = 16$$

11. 두 다항식 $f(x) = x^2 + 3x + a$, $g(x) = x^3 + ax$ 를 $x+2$ 로 나눈 나머지가 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

해설

$$f(x) = x^2 + 3x + a, g(x) = x^3 + ax \text{에서}$$

$$f(-2) = g(-2) \text{이므로}$$

$$4 - 6 + a = -8 - 2a$$

$$\therefore a = -2$$

12. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{에서}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

14. $\sqrt{(y-x)^2} + (y-1)i = -2x - 3i$ 를 만족하는 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 의 값은?

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{1}{3}$

③ $\frac{1}{4}$

④ $\frac{1}{5}$

⑤ $\frac{1}{6}$

해설

$$|y-x| + (y-1)i = -2x - 3i$$

$$|y-x| = -2x$$

$$y-1 = -3 \quad \therefore y = -2$$

(i) $y \geq x$ 일 때

$$y-x = -2x, y = -x, x = 2 \text{ (모순)}$$

(ii) $y < x$ 일 때

$$x-y = -2x, y = 3x$$

$$\therefore x = -\frac{2}{3} \text{ (성립)}$$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{x}{3x} = \frac{1}{3}$$

15. α, β 가 복소수일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (단, $\bar{\alpha}, \bar{\beta}$ 는 각각 α, β 의 켈레복소수이고 $i = \sqrt{-1}$)

㉠ $\alpha = \bar{\beta}$ 이면, $\alpha + \beta, \alpha\beta$ 는 모두 실수이다.

㉡ $\alpha = \bar{\beta}$ 일 때, $\alpha\beta = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이다.

㉢ $\alpha^2 + \beta^2 = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이고 $\beta = 0$ 이다.

㉤ $\alpha + \beta i = 0$ 이면 $\alpha = 0$ 이고 $\beta = 0$ 이다.

① ㉡, ㉢

② ㉠, ㉡, ㉢

③ ㉠, ㉡, ㉤

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

$\alpha = a + bi, \beta = a - bi$ (a, b 는 실수)

㉠ $\alpha + \beta = 2a, \alpha\beta = a^2 + b^2$

㉡ $\alpha\beta = 0, a^2 + b^2 = 0, a = 0, b = 0$

㉢ (반례) $\alpha = 1, \beta = i$

㉤ (반례) $\alpha = 1, \beta = i$

16. $x + \frac{1}{x} = 1$ 일때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

㉠ 1

㉡ 3

㉢ 4

㉣ 5

㉤ 7

해설

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 1 - 2 = -1$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3\left(x + \frac{1}{x}\right) = 1 - 3 = -2$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$$

$$(-1) \times (-2) = x^5 + \frac{1}{x^5} + 1$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

해설

$x + \frac{1}{x} = 1$ 의 양변에 x 를 곱하면

$$x^2 - x + 1 = 0, (x+1)(x^2 - x + 1) = 0,$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1, \frac{1}{x^3} = -1$$

$$\begin{aligned} x^5 + \frac{1}{x^5} &= -x^2 - \frac{1}{x^2} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= -(-1) = 1 \end{aligned}$$

17. 다항식 $f(x)$ 를 $\left(x - \frac{2}{3}\right)$ 로 나눌때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R 이라고 할 때, 다음 중 $f(x)$ 를 $3x - 2$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지는?

① $Q(x), R$

② $3Q(x), R$

③ $Q(x), 3R$

④ $\frac{1}{3}Q(x), R$

⑤ $Q(x), \frac{1}{3}R$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= \left(x - \frac{2}{3}\right) Q(x) + R \\&= 3 \left(x - \frac{2}{3}\right) \cdot \frac{1}{3} Q(x) + R \\&= (3x - 2) \frac{1}{3} Q(x) + R\end{aligned}$$

이므로 구하는 몫과 나머지는

몫: $\frac{1}{3}Q(x)$ 나머지: R

18. $\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 31

해설

$2^5 = x$ 라 두면

$$\begin{aligned}\frac{2^{40} - 2^{35} - 2^5 + 1}{2^{35} - 1} &= \frac{x^8 - x^7 - x + 1}{x^7 - 1} \\ &= \frac{(x-1)(x^7-1)}{x^7-1} \\ &= x-1 = 2^5-1 = 31\end{aligned}$$

19. 두 다항식 $x^3 + ax^2 + bx + 1$ 과 $x^3 + bx^2 + ax + 1$ 의 최대공약수가 일차식일 때, $a + b$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▶ 정답 : -2

해설

$A(x) = x^3 + ax^2 + bx + 1$, $B(x) = x^3 + bx^2 + ax + 1$ 로 놓으면

$$A(x) - B(x)$$

$$= (x^3 + ax^2 + bx + 1) - (x^3 + bx^2 + ax + 1)$$

$$= (a - b)x(x - 1)$$

$A(x)$, $B(x)$ 의 최고차항의 계수가 1 이므로 최대공약수는 x 이거나 $x - 1$ 이 될 수 있지만 두 다항식의 상수항이 1이므로 최대공약수는 $x - 1$ 이다.

따라서 다항식 $A(x)$ 는 $x - 1$ 을 인수로 가지므로 나머지정리에 의하여

$$A(1) = 1 + a + b + 1 = 0$$

$$\therefore a + b = -2$$

20. 집합 $A = \{z \mid z = a + bi, a^2 + b^2 = 1, a, b \text{는 실수}\}$ 일 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

㉠ $1 - i \in A$

㉡ $z \in A$ 이면 $\bar{z} \in A$

㉢ $z_1 \in A, z_2 \in A$ 이면 $z_1 z_2 \in A$

① ㉠

② ㉡

③ ㉢

④ ㉠, ㉡

⑤ ㉡, ㉢

해설

㉠ $1 - i \rightarrow a = 1, b = -1$

$$a^2 + b^2 = 2 \neq 1$$

㉡ $z = a + bi, \bar{z} = a - bi$

$$a^2 + (-b)^2 = a^2 + b^2 = 1$$

$$\therefore \bar{z} \in A$$

㉢ $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$ 라 하면

$$z_1 z_2 = (ac - bd) + (bc + ad)i$$

$$(ac - bd)^2 + (bc + ad)^2$$

$$= (ac)^2 + (bd)^2 + (bc)^2 + (ad)^2$$

$$= a^2(c^2 + d^2) + b^2(c^2 + d^2)$$

$$= (a^2 + b^2)(c^2 + d^2) = 1$$

$$\therefore z_1 z_2 \in A$$