1. $3(4x+5\pi)=P$일 때, $6(8x+10\pi)$는?

① $2P$　　② $4P$　　③ $6P$　　④ $8P$　　⑤ $18P$

해설

$6(8x+10\pi)=6\cdot 2(4x+5\pi)=4\cdot 3(4x+5\pi)=4P$

2. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $(3x^2-2)(x+1)(x-1)$ ② $(3x^2+2)(x-1)(x-1)$

③ $(3x^2+2)(x+1)(x+1)$ ④ $(3x^2+3)(x+1)(x-1)$

⑤ $(3x^2+2)(x+1)(x-1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2 \\
&= (3A+2)(A-1) \\
&= (3x^2+2)(x+1)(x-1)
\end{aligned}
$$

3. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$을 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫 : $x - 1$, 나머지 : 1

② 몫 : $x - 1$, 나머지 : 4

③ 몫 : $x^2 - x - 4$, 나머지 : 1

④ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : 1

⑤ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore\ x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

4. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$
④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

5. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.
$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서
공통인수는 a, b, c 이고
차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.
이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

6. 다항식 $8x^3-1$ 을 $4x^2+2x+1$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$ 라 할 때 $Q(x)$ 의 상수항의 계수는?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$
$\therefore Q(x)=2x-1$
$\therefore$ 상수항은 -1

7. 다음 중 $a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c$의 인수인 것은?

① $a - b + c$　　② $c - a$　　③ $b + c$

④ $a - b$　　⑤ $c - b + a$

해설

$$\begin{aligned} a^3 - b^2c - ab^2 + a^2c &= a^3 - ab^2 + a^2c - b^2c \\ &= a(a^2 - b^2) + (a^2 - b^2)c \\ &= (a - b)(a + b)(a + c) \end{aligned}$$

8. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$ 으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

9. $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$
② $(x-1)(x+2)(x+3)$
③ $(x-1)(x-2)(x-3)$
④ $(x+1)(x+2)(x-3)$
⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면
$f(1)=0$, $f(2)=0$, $f(3)=0$ 이므로
(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

10. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$ ② $2x-1$ ③ $x-2$
④ $x+3$ ⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$
$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$
$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$
따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

11. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0$, $g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1 \therefore\ a+b=2$

12. 다음 중 다항식 $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$의 인수인 것은?

① $x+y+2$ ② $x-y+2$ ③ $x+2y+1$
④ $x-2y+1$ ⑤ $x+y+1$

해설

$x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$
$=x^2+(3y-1)x+2y^2-3y-2$
$=x^2+(3y-1)x+(2y+1)(y-2)$
$=(x+2y+1)(x+y-2)$

13. 서로 다른 세 실수 x, y, z에 대하여 $x^3+y^3+z^3=3xyz$ 를 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$

$(x+y+z)=0$ 또는 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$

$\therefore\ x+y+z=0$ 또는 $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=0$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수 $(x\neq y\neq z)$ 이므로

$x+y+z=0$

14. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형　② 이등변삼각형
③ 정삼각형　④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서
$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$
$\frac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$
$\frac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$
$\frac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$
$a,\ b,\ c$는 실수이므로
$a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$
$\therefore\ a=b=c$
따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

15. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$a^2+b^2+c^2$
$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$ 이므로
$5=1-2(ab+bc+ca)$
$\therefore\ ab+bc+ca=-2$
$a^3+b^3+c^3-3abc$
$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$ 이므로
$2-3abc=1\cdot(5+2)$
$\therefore\ abc=-\frac{5}{3}$

16. 실수 x, y가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$의 값은?

① 13　② $\frac{1173}{32}$　③ 55　④ 69　⑤ 81

해설

$x^2y + xy^2 + x + y$
$= xy(x+y) + (x+y)$
$= (xy+1)(x+y)$
$= 7(x+y) = 63$,
$x + y = 9$, $xy = 6$
$\therefore\ x^2 + y^2 = (x+y)^2 - 2xy$
$= 81 - 12 = 69$

17. 이차항의 계수가 1 인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$ 이고, 최소공배수가 x^3+x^2-2x 일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-2$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2+x-1$
④ $2x^2+x+2$ ⑤ $2x^2+x-2$

해설

최소공배수 : $x^3+x^2-2x=x(x-1)(x+2)$
최대공약수 : $(x-1)$
따라서 두 다항식은 $x^2-x,\quad x^2+x-2$
$\therefore\ 2x^2-2$

18. 두 이차식의 합이 $2x^2 - x - 6$이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$일 때, 두 이차식의 최대공약수는?

① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 2$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

최대공약수는 합과 최소공배수의 공통인수

$2x^2 - x - 6 = (x - 2)(2x + 3)$

$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x - 2)(x + 2)(x + 1)$

19. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소)
$A^2 \bigcirc AB = $ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 = $ [(나)]
$\therefore \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right) = $ [(다)]

① $A,\ G^2,\ A$ ② $aG^2,\ G,\ A$ ③ $A,\ AB,\ AG$
④ $aG^2,\ G^2,\ AG$ ⑤ $G,\ G,\ AB$

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$(G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)
$= aG^2$
(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$(G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)
$= G^2$
(다) $= \left(A^2 \bigcirc AB\right) \bigstar \left(A^2 \bigcirc B^2\right)$
$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

20. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$
\begin{aligned}
&ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)\\
&= ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2\\
&= -(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)\\
&= -(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\
&= -(b+c)(a-b)(a-c)\\
&= (a-b)(b+c)(c-a)
\end{aligned}
$$