1. $3(4x+5\pi)=P$일 때, $6(8x+10\pi)$는?

① $2P$ ② $4P$ ③ $6P$ ④ $8P$ ⑤ $18P$

해설

$$6(8x+10\pi)=6\cdot 2(4x+5\pi)=4\cdot 3(4x+5\pi)=4P$$

2. $3x^4 - x^2 - 2$를 인수분해 하여라.

① $(3x^2 - 2)(x+1)(x-1)$　　② $(3x^2 + 2)(x-1)(x-1)$

③ $(3x^2 + 2)(x+1)(x+1)$　　④ $(3x^2 + 3)(x+1)(x-1)$

⑤ $(3x^2 + 2)(x+1)(x-1)$

해설

$A = x^2$로 치환하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 3A^2 - A - 2\\ &= (3A+2)(A-1)\\ &= (3x^2+2)(x+1)(x-1)\end{aligned}$$

3. 다음은 조립제법을 이용하여 다항식 $x^3 - 2x^2 + 5x - 3$을 $x - 1$로 나누었을 때의 몫과 나머지를 구한 것이다. 몫과 나머지가 바르게 연결된 것은?

① 몫 : $x - 1$, 나머지 : 1

② 몫 : $x - 1$, 나머지 : 4

③ 몫 : $x^2 - x - 4$, 나머지 : 1

④ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : 1

⑤ 몫 : $x^2 - x + 4$, 나머지 : $x - 1$

해설

조립제법을 이용하면

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & -2 & 5 & -3 \\ & & 1 & -1 & 4 \\ \hline & 1 & -1 & 4 & \boxed{1} \end{array}$$

$\therefore\ x^3 + 2x^2 + 5x - 3 = (x - 1)(x^2 - x + 4) + 1$

따라서 몫은 $x^2 - x + 4$, 나머지는 1

4. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

5. $a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 의 최대공약수를 구하면?

① ab^2c^3 ② ab^2c^4 ③ ab^3c^4

④ $a^2b^3c^4$ ⑤ $ab^2c^4e^3$

해설

두 식의 공통인수 중 낮은 차수를 선택하여 곱한다.

$a^2b^3c^4$, $ab^2c^4e^3$ 에서

공통인수는 a, b, c 이고

차수가 낮은 것은 각각 a, b^2, c^4 이다.

이들을 모두 곱하면 최대공약수는 ab^2c^4

6. 다항식 $8x^3-1$을 $4x^2+2x+1$로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$라 할 때 $Q(x)$의 상수항의 계수는?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$8x^3-1=(2x)^3-1^3=(2x-1)\left(4x^2+2x+1\right)$

$\therefore Q(x)=2x-1$

$\therefore$상수항은 -1

7. 다음 중 $a^3-b^2c-ab^2+a^2c$의 인수인 것은?

① $a-b+c$　② $c-a$　③ $b+c$

④ $a-b$　⑤ $c-b+a$

해설

$$\begin{aligned} a^3-b^2c-ab^2+a^2c &= a^3-ab^2+a^2c-b^2c \\ &= a(a^2-b^2)+(a^2-b^2)c \\ &= (a-b)(a+b)(a+c) \end{aligned}$$

8. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$ ② $a=-12,\ b=9$

③ $a=12,\ b=-9$ ④ $a=-12,\ b=-9$

⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$으로 놓으면

이 식의 우변은

$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$

$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$

좌변과 계수를 비교하면

$2p=4,\ p^2+2q=-2$

$p=2,\ q=-3$에서

$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

9. $x^3-6x^2+11x-6$을 인수분해 하면?

① $(x+1)(x-2)(x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x+3)$

③ $(x-1)(x-2)(x-3)$ ④ $(x+1)(x+2)(x-3)$

⑤ $(x-1)(x-2)(x+3)$

해설

인수정리를 이용하면

$f(1)=0,\ f(2)=0,\ f(3)=0$이므로

(준식)$=(x-1)(x-2)(x-3)$

10. 다음 세 다항식에서 최대공약수를 구하면?

$2x^2-3x+1,\quad 3x^2-x-2,\quad x^2+3x-4$

① $x-1$　② $2x-1$　③ $x-2$

④ $x+3$　⑤ $x+1$

해설

$2x^2-3x+1=(2x-1)(x-1)$

$3x^2-x-2=(3x+2)(x-1)$

$x^2+3x-4=(x+4)(x-1)$

따라서 최대 공약수는 $x-1$이다.

11. 두 다항식 $x^2-4x+3a+b$와 x^2+bx-6의 최대공약수가 $x-2$일 때, $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 8

해설

$f(x)=x^2-4x+3a+b$,
$g(x)=x^2+bx-6$이라 하면
$f(x)$와 $g(x)$는 모두 $x-2$로 나누어떨어지므로
$f(2)=g(2)=0$에서
$f(2)=4-8+3a+b=0,\ g(2)=4+2b-6=0$
$\therefore\ a=1,\ b=1\ \therefore\ a+b=2$

12. 다음 중 다항식 $x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$ 의 인수인 것은?

① $x+y+2$ ② $x-y+2$ ③ $x+2y+1$

④ $x-2y+1$ ⑤ $x+y+1$

해설

$$x^2+3xy+2y^2-x-3y-2$$
$$=x^2+(3y-1)x+2y^2-3y-2$$
$$=x^2+(3y-1)x+(2y+1)(y-2)$$
$$=(x+2y+1)(x+y-2)$$

13. 서로 다른 세 실수 x, y, z에 대하여 $x^3+y^3+z^3=3xyz$ 를 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$

$(x+y+z)=0$ 또는 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$

$\therefore\ x+y+z=0$ 또는 $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=0$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수$(x\neq y\neq z)$ 이므로

$x+y+z=0$

14. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$에 대하여 $a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형
② 이등변삼각형
③ 정삼각형
④ 직각이등변삼각형
⑤ 둔각삼각형

해설

$a^2+b^2+c^2=ab+bc+ca$에서

$a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\dfrac{1}{2}(2a^2+2b^2+2c^2-2ab-2bc-2ca)=0$

$\dfrac{1}{2}(a^2-2ab+b^2+b^2-2bc+c^2+c^2-2ca+a^2)=0$

$\dfrac{1}{2}\left\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\right\}=0$

$a,\ b,\ c$는 실수이므로

$a-b=0,\ b-c=0,\ c-a=0$

$\therefore\ a=b=c$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

15. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$일 때, abc의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$a^2+b^2+c^2$

$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$이므로

$5=1-2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=-2$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$이므로

$2-3abc=1\cdot(5+2)$

$\therefore\ abc=-\frac{5}{3}$

16. 실수 x, y가 $xy=6$, $x^2y+xy^2+x+y=63$을 만족시킬 때, x^2+y^2의 값은?

① 13 ② $\frac{1173}{32}$ ③ 55 ④ 69 ⑤ 81

해설

x^2y+xy^2+x+y
$=xy(x+y)+(x+y)$
$=(xy+1)(x+y)$
$=7(x+y)=63$,
$x+y=9$, $xy=6$
$\therefore \quad x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
$=81-12=69$

17. 이차항의 계수가 1인 두 다항식의 최대공약수가 $x-1$이고, 최소공배수가 x^3+x^2-2x일 때, 두 다항식의 합은?

① $2x^2-2$ ② $2x^2+x+1$ ③ $2x^2+x-1$

④ $2x^2+x+2$ ⑤ $2x^2+x-2$

해설

최소공배수 : $x^3+x^2-2x=x(x-1)(x+2)$

최대공약수 : $(x-1)$

따라서 두 다항식은 $x^2-x,\quad x^2+x-2$

$\therefore\ 2x^2-2$

18. 두 이차식의 합이 $2x^2 - x - 6$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + x^2 - 4x - 4$ 일 때, 두 이차식의 최대공약수는?

① $x - 1$ ② $x + 1$ ③ $x - 2$ ④ $x + 2$ ⑤ $x + 3$

해설

최대공약수는 합과 최소공배수의 공통인수

$2x^2 - x - 6 = (x - 2)(2x + 3)$

$x^3 + x^2 - 4x - 4 = (x - 2)(x + 2)(x + 1)$

19. 두 다항식 A, B 의 최대공약수 G 를 $A \bigcirc B$, 최소공배수 L 을 $A \bigstar B$ 로 나타내기로 할 때, 다음 계산 과정의 (가), (나), (다) 에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

$A = aG$, $B = bG$ (a, b 는 서로소) $A^2 \bigcirc AB =$ [(가)], $A^2 \bigcirc B^2 =$ [(나)] $\therefore (A^2 \bigcirc AB) \bigstar (A^2 \bigcirc B^2) =$ [(다)]

① A, G^2, A　② aG^2, G, A　③ A, AB, AG

④ aG^2, G^2, AG　⑤ G, G, AB

해설

(가) $= A^2 \bigcirc AB =$(G^2a^2 과 G^2ab 의 최대공약수)

$= aG^2$

(나) $= A^2 \bigcirc B^2 =$(G^2a^2과G^2b^2 의 최대공약수)

$= G^2$

(다) $= (A^2 \bigcirc AB) \bigstar (A^2 \bigcirc B^2)$

$=$ ((가) 와 (나) 의 최소공배수) $= aG^2 = AG$

20. 다음 보기 중 $ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)$ 의 인수인 것을 모두 고르면?

㉠ $a-b$	㉡ $b+c$	㉢ $a-c$

① ㉠　　② ㉡　　③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$$
\begin{aligned}
&ab(b-a)+ac(c-a)+bc(2a-b-c)\\
&=ab^2-a^2b+ac^2-a^2c+2abc-b^2c-bc^2\\
&=-(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a-bc(b+c)\\
&=-(b+c)\{a^2-(b+c)a+bc\}\\
&=-(b+c)(a-b)(a-c)\\
&=(a-b)(b+c)(c-a)
\end{aligned}
$$