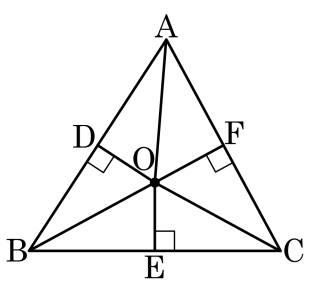
1. 다음 그림에서 점 O 는 △ABC 의 외심이다. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

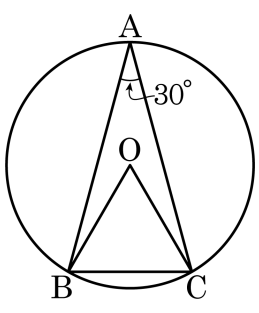


① △BEO ≡ △CEO
② $\overline{AF} = \overline{CF}$
③ $\overline{OA} = \overline{OB} = \overline{OC}$
④ ∠DAO = ∠DBO
⑤ ∠FOA = ∠DOA

해설

∠FOA = ∠FOC

2. 점O 는 반지름의 길이가 3 cm 인 외접원의 중심이다. $\angle BAC = 30°$ 일 때, 부채꼴OBC 의 넓이는?

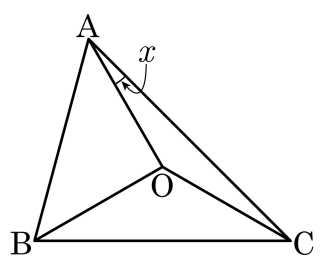


① $\frac{3}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ② $4\pi\,\mathrm{cm}^2$ ③ $\frac{5}{2}\pi\,\mathrm{cm}^2$
④ $\frac{3}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $\frac{5}{4}\pi\,\mathrm{cm}^2$

해설

부채꼴의 중심각의 크기는 $\angle BOC = 2\angle A = 2\times 30° = 60°$ 이므로
부채꼴의 넓이는 $\pi \times 3^2 \times \frac{60}{360} = \frac{3}{2}\pi(\mathrm{cm}^2)$

3. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고, $\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$일 때, $\angle x$의 크기는?



① $10°$ ② $15°$ ③ $20°$ ④ $25°$ ⑤ $30°$

해설

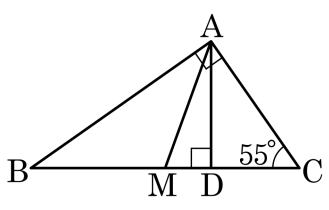
$\angle AOB : \angle BOC : \angle COA = 3 : 4 : 5$이므로

$\angle COA = 360° \times \frac{5}{12} = 150°$

$\angle OAC = \angle OCA$이므로

$\angle x = 30° \times \frac{1}{2} = 15°$

4. 다음 그림과 같이 직각삼각형 ABC 의 직각인 꼭짓점 A 에서 빗변 BC 에 내린 수선의 발을 D 라 하고, $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. $\angle C = 55°$ 일 때, $\angle AMB - \angle DAM$ 의 크기는?

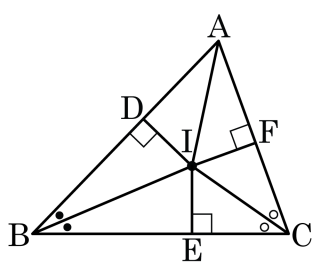


① 70° ② 75° ③ 80° ④ 85° ⑤ 90°

해설

직각삼각형의 빗변 $\overline{BC}$ 의 중점 M 은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.
$\therefore \overline{BM} = \overline{AM} = \overline{CM}$
$\angle ABM = 35°$, $\angle DAC = 35°$ 이고 $\triangle ABM$ 은 이등변삼각형($\because \overline{BM} = \overline{AM}$)
$\therefore \angle ABM = \angle BAM = 35°$
$\angle AMB = 180° - 35° - 35° = 110°$
$\angle DAM = \angle A - \angle BAM - \angle DAC = 90° - 35° - 35° = 20°$
따라서 $\angle AMB - \angle DAM = 110° - 20° = 90°$

5. 다음은 '삼각형 ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다'를 나타내는 과정이다. ㉠ ~ ㉤ 중 잘못된 것은?



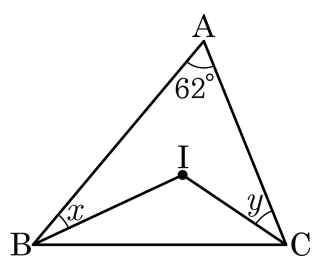
∠B, ∠C의 이등분선의 교점을 I라 하면
ⅰ) $\overline{BI}$는 ∠B의 이등분선이므로
△BDI ≡ △BEI ∴ $\overline{ID}$ = (㉠)
ⅱ) $\overline{CI}$는 ∠C의 이등분선이므로 △CEI ≡ △CFI ∴ $\overline{IE}$ = (㉡)
ⅲ) $\overline{ID}$ =(㉠) = (㉡)
ⅳ) $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$이므로 △ADI ≡ (㉢)
∴ ∠DAI = (㉣)
따라서 $\overline{AI}$는 ∠A의 (㉤)이다.
따라서 △ABC의 세 내각의 이등분선은 한 점에서 만난다.

① ㉠ : $\overline{IE}$ ② ㉡ : $\overline{IF}$ ③ ㉢ : △BDI
④ ㉣ : ∠FAI ⑤ ㉤ : 이등분선

해설

△IBE ≡ △IBD(RHA 합동)이므로 $\overline{ID}$와 대응변인 $\overline{IE}$의 길이가 같고,
△ICE ≡ △ICF(RHA 합동)이므로 $\overline{IE}$와 대응변인 $\overline{IF}$의 길이가 같다.
그러므로, $\overline{IE}$ = $\overline{IF}$이므로 △ADI와 △AFI에서
∠ADI = ∠AFI = 90°, $\overline{AI}$는 공통 변, $\overline{ID}$ = $\overline{IF}$
이므로 △ADI ≡ △AFI(RHS 합동)

6. $\triangle ABC$ 에서 점 I 는 내심이다. 각 A 가 $62°$ 일 때, $\angle x + \angle y$ 의 값은?



① $59°$ ② $60°$ ③ $61.5°$ ④ $62°$ ⑤ $62.5°$

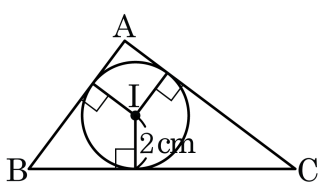
해설

$\angle BIC = 90° + \frac{1}{2}\angle A$ 에서 $\angle A = 121°$

그리고 $\angle IBC + \angle ICB = 180° - 121° = 59°$ 이고 $\angle ABC + \angle ACB = 180° - 62° = 118°$

따라서 $\angle x + \angle y = 118° - 59° = 59°$

7. 다음 그림에서 점 I 는 △ABC 의 내심이고 내접원의 반지름의 길이는 2cm 이다. △ABC 의 넓이가 24cm^2 일 때, △ABC 둘레의 길이는?



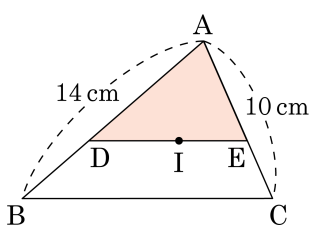
① 12cm ② 16cm ③ 20cm ④ 24cm ⑤ 28cm

해설

$\frac{1}{2} \times 2 \times (\triangle ABC\text{의 둘레}) = 24$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이는 24cm 이다.

8. 점 I는 △ABC의 내심이다. $\overline{AB} = 14\,\text{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\text{cm}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$일 때, △ADE의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답: cm

▷ 정답: 24 cm

해설

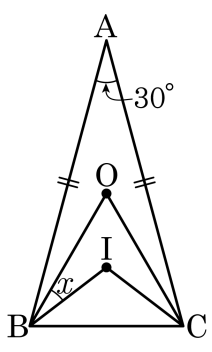
△DBI에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle CBI = \angle DIB$(엇각)···㉠
또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI$···㉡
㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$
∴ $\overline{DB} = \overline{DI}$

△EIC에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로
$\angle BCI = \angle EIC$(엇각)···㉢
또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI$···㉣
㉢, ㉣에서 $\angle EIC = \angle ECI$
∴ $\overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

∴ (△ADE의 둘레의 길이)
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$
$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$
$= \overline{AB} + \overline{AC}$
$= 14 + 10 = 24(\text{cm})$

9. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형이다. $\triangle ABC$ 의 외심과 내심이 각각 점 O, I 이고, $\angle A = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 15 ② 22.5 ③ 25 ④ 27.5 ⑤ 30

해설

$\triangle ABC$ 의 외심이 점 O 일 때,

$\frac{1}{2}\angle BOC = \angle A$, $\angle A = 30°$ 이므로

$\angle ABC = 75°$, $\angle BOC = 60°$ 이다.

$\triangle ABC$ 의 내심이 점 I 일 때,

$\frac{1}{2}\angle A + 90° = \angle BIC$ 이므로

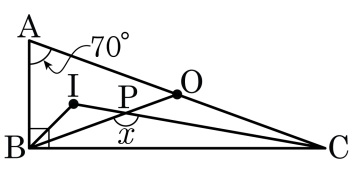
$\angle BIC = \frac{1}{2} \times 30° + 90° = 105°$ 이다.

$\triangle OBC$ 도 이등변삼각형이므로 $\angle OBC = 60°$ 이다.

또, $\angle IBC = \frac{1}{2}\angle ABC = \frac{1}{2} \times 75° = 37.5°$ 이다.

따라서 $\angle OBI = \angle OBC - \angle IBC = 60° - 37.5° = 22.5°$ 이다.

10. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90°$ 인 직각삼각형 ABC 에서 점 O, I 는 각각 외심, 내심이다. $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① $120°$ ② $130°$ ③ $140°$ ④ $150°$ ⑤ $160°$

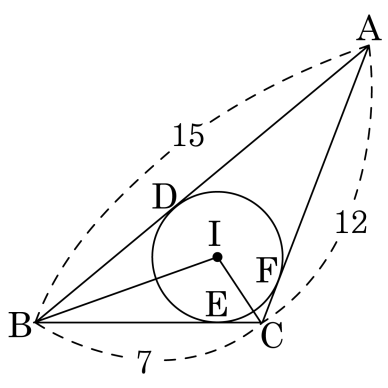
해설

$\angle ACB = 90° - 70° = 20°$ 이므로 $\angle ICB = \frac{1}{2}\angle C = 10°$

$\triangle OBC$ 에서 $\overline{OB} = \overline{OC}$ 이므로 $\angle OBC = \angle OCB = 20°$

따라서 $\triangle PBC$ 에서 $\angle x = \angle BPC = 180° - (10° + 20°) = 150°$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 점 D, E, F 는 접점이다. 이때, $\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}$ 는?



① 14 ② 16 ③ 17 ④ 20 ⑤ 22

해설

각 꼭짓점에서 접점까지의 길이는 같으므로 $\overline{AD}=\overline{AF}$, $\overline{BE}=\overline{BD}$, $\overline{CF}=\overline{CE}$ 이다.

$\overline{AD}=x$, $\overline{BE}=y$, $\overline{CF}=z$라 두면

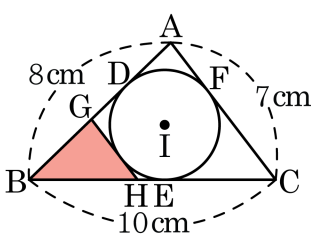
$$\begin{cases} x+y=15 \\ y+z=7 \\ z+x=12 \end{cases}$$

이므로 양변을 각각 더하면, $2(x+y+z)=34$

$\therefore x+y+z=17$

따라서 $\overline{AD}+\overline{BE}+\overline{CF}=17$

12. 다음 그림에서 원 I 는 △ABC 의 내접원이고, $\overline{GH}$ 는 원 I 에 접한다. 이 때, △GBH 의 둘레의 길이를 구하여라. (단, 단위는 생략한다.)



▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$\overline{BD} = x, \overline{CE} = y, \overline{AF} = z$ 라고 하면 $x + y = 10$, $y + z = 7$, $z + x = 8$ 에서

$x + y + z = 12.5$

$\overline{BD} = 12.5 - 7 = 5.5$

따라서 △GBH 의 둘레의 길이는 $2 \times \overline{BD} = 11$ 이다.