1. 다항식 x^3-2를 x^2-2로 나눈 나머지는?

① 2 ② -2 ③ $-2x-2$

④ $2x+2$ ⑤ $2x-2$

해설

$\frac{x^3-2}{x^2-2}=\frac{x^3-2x+2x-2}{x^2-2}=x+\frac{2x-2}{x^2-2}$

$\therefore$ 몫은 x, 나머지는 $2x-2$

2. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+2 를 x^2-x+1 로 나눈 나머지가 $x+3$ 이 되도록 a, b 의 값을 정할 때, ab 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $ab=-6$

해설

검산식을 사용

$x^3+ax^2+bx+2=(x^2-x+1)\cdot A+(x+3)$

$A=(x+p)$

$x^3+ax^2+bx+2-(x+3)=(x^2-x+1)(x+p)$

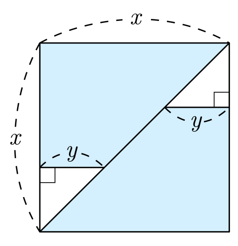
$x^3+ax^2+(b-1)x-1=(x^2-x+1)(x-1)\quad \therefore p=-1$

우변을 정리하면

$\therefore\ a=-2,\ b=3$

$\therefore ab=-6$

3. 다음 그림은 한변의 길이가 x인 정사각형을 대각선을 따라 자른 후 직각이등변삼각형 2개를 떼어낸 도형이다. 이때, 색칠한 부분의 넓이를 x, y에 관한 식으로 나타내어라.



① $xy - y^2$　　② $x^2 - y^2$　　③ $x^2 - y$

④ $\dfrac{xy - y^2}{2}$　　⑤ $\dfrac{x - y}{2}$

해설

$x^2 - 2 \times \dfrac{1}{2} \times y \times y = x^2 - y^2$

4. 다음 곱셈공식을 전개한 것 중 바른 것은?

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x - 2y$

② $(a+b)^2(a-b)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

③ $(-x+3)^3 = x^3 - 9x^2 + 27x - 27$

④ $(a-b)(a^2 + ab - b^2) = a^3 - b^3$

⑤ $(p-1)(p^2+1)(p^4+1) = p^{16} - 1$

해설

① $(x-y-1)^2 = x^2 + y^2 + 1 - 2xy - 2x + 2y$
③ $(-x+3)^3 = -x^3 + 9x^2 - 27x + 27$
④ $(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$
⑤ $(p-1)(p+1)(p^2+1)(p^4+1) = p^8 - 1$

5. $(a-b+c)(a-b-c)$를 전개하면?

① $-a^2+b^2-c^2+2ca$

② $a^2-b^2+c^2+2ab$

③ $a^2+b^2+c^2+abc$

④ $a^2-b^2-c^2+2bc$

⑤ $a^2+b^2-c^2-2ab$

해설

$(a-b+c)(a-b-c)$
$=\{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\}$
$=(a-b)^2-c^2$
$=a^2+b^2-c^2-2ab$

6. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

7. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a, 상수항을 b라 할 때, $a+b$의 값을 구하면?

① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$
$= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x = X(\text{치환}))$
$= (X-2)(X-12)$
$= X^2 - 14X + 24$
$= (x^2+x)^2 - 14(x^2+x) + 24$
$= x^4 + 2x^3 - 13x^2 - 14x + 24$
$\therefore\ a = 1+2-13-14+24 = 0,\ b = 24$
$\therefore\ a+b = 0+24 = 24$

해설

㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
$x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
$x=0$ 대입, $b=24$

8. $a^2 - b^2 = 2$일 때, $\{(a+b)^n + (a-b)^n\}^2 - \{(a+b)^n - (a-b)^n\}^2$의 값은?

① 2^n　② 2^{n+1}　③ 2^{n+2}　④ 2^{n+3}　⑤ 2^{n+4}

해설

$(a+b)^n = A,\ (a-b)^n = B$

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= \left(A^2+2AB+B^2\right) - \left(A^2-2AB+B^2\right)\\ &= 4AB\\ &= 4\left\{(a+b)(a-b)\right\}^n\\ &= 4\times 2^n\\ &= 2^{n+2}\end{aligned}$$

9. $P = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$　② $2^{32}+1$　③ $2^{31}-1$
④ $2^{31}+1$　⑤ $2^{17}-1$

해설

주어진 식에 $(2-1)=1$을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$
\begin{aligned}
P &= (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) \\
&= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^16+1) \\
&= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1) \\
&= \quad \vdots \\
&= (2^{16}-1)(2^{16}+1) \\
&= 2^{32}-1
\end{aligned}
$$

10. $2^{16}-1$ 은 1과 10사이의 어떤 두 수로 나누어떨어진다. 이 때, 이 두 수의 합은?

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$a^2-b^2=(a+b)(a-b)$ 임을 이용하여 $2^{16}-1$ 을 인수분해하면
$2^{16}-1=(2^8)^2-1^2$
$=(2^8+1)(2^8-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^4-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2^2-1)$
$=(2^8+1)(2^4+1)(2^2+1)(2+1)(2-1)$
$=257\cdot17\cdot5\cdot3$
따라서 $2^{16}-1$ 을 나누었을 때 나누어 떨어지는 1과 10사이의 수
즉, 인수는 3과 5이고 이 두 수의 합은 8이다.

11. 모든 모서리의 합이 36, 겉넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5　　② 6　　③ 7　　④ 8　　⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 $a,\ b,\ c$라 하자.
$4(a+b+c)=36,\ 2(ab+bc+ca)=56$
$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$
$a^2+b^2+c^2=81-56=25$
$\therefore$ (대각선의 길이) $=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$
$=\sqrt{25}=5$

12. $x-y=1$을 만족하는 임의의 실수 x, y에 대하여 $ax^2+bxy+cy^2-1=0$이 항상 성립할 때, $a+b+c$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$y=x-1$을 준식에 대입하여 x에 대한 내림차순으로 정리하면
$(a+b+c)x^2-(b+2c)x+c-1=0$
x에 대한 항등식이므로
$a+b+c=0,\ b+2c=0,\ c-1=0$
$\therefore\ a=1,\ b=-2,\ c=1$
$\therefore\ a+b+c=0$

13. x에 대한 삼차식 x^3+ax^2+bx+3이 x^2+1로 나누어떨어질 때, 상수 $a,\ b$의 값을 정하면?

① $a=-1,\ b=3$
② $a=1,\ b=3$
③ $a=3,\ b=-1$
④ $a=-3,\ b=-1$
⑤ $a=3,\ b=1$

해설

$$x^3+ax^2+bx+3=(x^2+1)(x+c)$$
$$=x^3+cx^2+x+c$$

$\therefore\ a=c,\ b=1,\ c=3$

$\therefore\ a=3,\ b=1$

14. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x-1$로 나누면 나누어떨어지고, $x+2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, $m-n$의 값은?

① -2 ② -3 ③ -4 ④ 2 ⑤ 4

해설

$x^3+mx^2+nx+1=(x-1)Q(x)$
$=(x+2)Q'(x)+3$

양변에 $x=1$을 대입하면

$1+m+n+1=0$

$\therefore m+n=-2\cdots$ ㉠

양변에 $x=-2$을 대입하면

$-8+4m-2n+1=3$

$\therefore 2m-n=5\cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $m=1, n=-3$

$\therefore m-n=4$

15. 다항식 $f(x)$를 x^2-x로 나누면 3이 남고 x^2+x-6로 나누면 $x-1$이 남을 때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눌 때의 나머지를 $R(x)$라 할 때, $R(1)$의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ -2 ⑤ -3

해설

$f(x)=x(x-1)Q_1(x)+3$

$f(x)=(x-2)(x+3)Q_2(x)+x-1$

$f(x)=(x-1)(x-2)Q(x)+ax+b$

$f(1)=3,\ f(2)=1$ 이므로

$a+b=3,\ 2a+b=1$

연립하여 풀면, $a=-2,\ b=5$

∴(구하는 나머지)$R(x)=-2x+5$

∴ $R(1)=3$

16. $x^4+4x^3-2x^2+ax+b$가 이차식의 완전제곱식이 될 때, 상수 a, b의 값은?

① $a=12,\ b=9$
② $a=-12,\ b=9$
③ $a=12,\ b=-9$
④ $a=-12,\ b=-9$
⑤ $a=9,\ b=12$

해설

$x^4+4x^3-2x^2+ax+b=(x^2+px+q)^2$으로 놓으면
이 식의 우변은
$x^4+2x^2(px+q)+(px+q)^2$
$=x^4+2px^3+(p^2+2q)x^2+2pqx+q^2$
좌변과 계수를 비교하면
$2p=4,\ p^2+2q=-2$
$p=2,\ q=-3$에서
$a=2pq=-12,\ b=q^2=9$

17. $x^6+4x^4+x^2-6$이 $(x+a)(x+b)(x^2+c)(x^2+d)$로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$의 값은?

① -5 ② -2 ③ 0 ④ 3 ⑤ 5

해설

조립제법을 이용한다.
$x^6+4x^4+x^2-6=(x+1)(x-1)(x^4+5x^2+6)$
$=(x+1)(x-1)(x^2+2)(x^2+3)$
$\therefore a+b+c+d=5$

18. $\dfrac{2004^3-2003^3-1}{2003\times 2004}$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$2003=x$ 라 두면 $2004=x+1$

$(\text{준 식})=\dfrac{(x+1)^3-x^3-1}{x(x+1)}$

$=\dfrac{3x(x+1)}{x(x+1)}=3$

19. $x = 1001$ 일 때, $\dfrac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1}$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1000

해설

$$\begin{aligned}\frac{x^6 - x^4 + x^2 - 1}{x^5 + x^4 + x + 1} &= \frac{(x^4+1)(x^2-1)}{(x^4+1)(x+1)} \\ &= x - 1 \\ &= 1001 - 1 \\ &= 1000\end{aligned}$$

20. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

(준식) $= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2$

$= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2$

$= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)$

$\therefore\ a + b + c + d = 4$

21. 두 다항식 $3x^4-2x^3-9x^2+4$, $3x^3-3x^2-6x$의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$ ② $(x+1)(x+2)$ ③ $(x+1)(x-2)$
④ $(x-1)(x-2)$ ⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$3x^4-2x^3-9x^2+4$
$=(x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$
$3x^3-3x^2-6x=3x(x-2)(x+1)$
$\therefore$ 최대공약수 : $(x-2)(x+1)$

22. 세 개의 다항식 x^3+ax+b, x^3+cx^2+a, cx^2+bx+4, 의 공약수 중 하나가 $x-1$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 3　　④ -3　　⑤ 4

해설

$f(x)=x^3+ax+b \rightarrow\ f(1)=1+a+b=0\cdots$㉠
$g(x)=x^3+cx^2+a \rightarrow\ g(1)=1+c+a=0\cdots$㉡
$h(x)=cx^2+bx+4 \rightarrow\ h(1)=c+b+4=0\cdots$㉢
㉠ + ㉡ + ㉢에서 $2(a+b+c)+6=0$
$\therefore\ a+b+c=-3$

23. 두 다항식 $2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$, x^3+2x^2-x-2의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a의 값을 정하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-2$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+1)(x+2)$
$f(x)=2x^3+(a-2)x^2+ax-2a$라 하면
$f(1)=0$이므로 $f(x)$는 $x-1$을 인수로 갖는다.
최대공약수가 이차식이므로 $f(x)$는 $x+1$
또는 $x+2$를 인수로 가져야 한다.
$f(-2)=-8-4a-8-4a\neq 0$이므로
$x+1$이 인수이다.
$\therefore\ f(-1)=0$일 때 $a=-2$

24. 이차항의 계수가 1인 두 다항식 A, B의 최대공약수가 $x+1$이고, 최소공배수가 x^3-3x-2일 때, $A+B$를 구하면?

① $(x-1)(x+1)$　② $(x-1)(2x+1)$
③ $(x-1)(2x-1)$　④ $(x+1)(2x-1)$
⑤ $(x+1)(2x+1)$

해설

$A=Ga,\quad B=Gb$(a , b는서로소), $\quad L=Gab$
$$L=x^3-3x-2=(x+1)(x^2-x-2)$$
$$=(x+1)(x-2)(x+1)$$
$$A+B=(x+1)(x+1)+(x+1)(x-2)$$
$$=(x+1)(x+1+x-2)=(x+1)(2x-1)$$

25. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B라고 하면
$A + B = (a + b)G$, $L = abG$,
즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.
$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$
$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$
$\therefore\ G = x - 3$

26. 복소수 $z=(1+i)x+1-2i$에 대하여 z^2이 음의 실수일 때, 실수 x의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x=-1$

해설

$z = (1+i)x+1-2i = (x+1)+(x-2)i$

z^2의 음의실수 $\Leftrightarrow$ z가 순허수

$\therefore x+1=0,\ \ x=-1$

27. $x,\ y$가 양의 실수이고, $x^2 + xyi + y^2 - 5 - 2i = 0$일 때, $x + y$의 값을 구하여라.(단, $i = \sqrt{-1}$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

실수부와 허수부로 나눈다.

$(x^2 + y^2 - 5) + (xy - 2)i = 0$

$x^2 + y^2 - 5 = 0 \cdots$ ㉠

$xy - 2 = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하면

$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy = 5 + 4 = 9$

$\therefore\ x + y = 3$ ($\because\ x,\ y$ 는 양의 실수)

28. $i+i^3+i^5+i^7+\cdots+i^{101}=a+bi$ 일 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 실수)

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

(좌변)$=i-i+i-i+\cdots+i=i$ 이므로
$i=a+bi$ 에서 복소수가 서로 같을 조건에 의하여 $a=0$, $b=1$
$\therefore\ a+b=1$

29. α, β 의 켤레복소수를 $\overline{\alpha}$, $\overline{\beta}$ 라고 할 때, 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

ㄱ $\overline{\alpha-\beta i}=\overline{\alpha}-\overline{\beta}i$

ㄴ $\overline{\alpha+\beta-1}=\overline{\alpha}+\overline{\beta}+1$

ㄷ $\alpha\overline{\alpha}^2+\alpha^2\overline{\alpha}$ 는 실수이다.

ㄹ $\alpha\overline{\beta}=1$ 일 때, $\dfrac{\alpha}{\overline{\alpha}}+\dfrac{\overline{\beta}}{\beta}$ 는 실수이다.

① ㄱ　　② ㄱ, ㄷ　　③ ㄴ, ㄹ

④ ㄷ, ㄹ　　⑤ ㄱ, ㄷ, ㄹ

해설

$\alpha=a+bi$, $\beta=c+di$, $\overline{\alpha}=a-bi$, $\overline{\beta}=c-di$ 라 하면

ㄱ $\overline{\alpha-\beta i}=\overline{a+bi-(c+di)i}$
$=\overline{a+bi-ci-di^2}$
$=a+d-(b-c)i$

$\overline{\alpha}-\overline{\beta}i=(a-bi)-(c-di)i$
$=a-bi-ci+di^2$
$=a-d-(b+c)i$이므로 ㄱ은 거짓

ㄴ $\overline{\alpha+\beta-1}=\overline{a+bi+c+di-1}$
$=\overline{(a+c-1)+(b+d)i}$
$=(a+c-1)-(b+d)i$

$\overline{\alpha}+\overline{\beta}+1=a-bi+c-di+1$
$=(a+c+1)-(b+d)i$이므로

ㄴ은 거짓

30. $\overline{z - zi} = 1 - i$ 를 성립시키는 복소수 z 은?(단, $\bar{z}$ 는 z 의 켤레복소수이다.)

① $-i$ ② 0 ③ i

④ $\frac{3}{2} + \frac{1}{2}i$ ⑤ $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$

해설

$$\begin{aligned}\overline{z - zi} &= \overline{z(1-i)} \\ &= \bar{z} \cdot \overline{1-i} \\ &= \bar{z}(1+i) \\ \bar{z}(1+i) &= (1-i)\end{aligned}$$

$$\therefore\ \bar{z} = \frac{1-i}{1+i} = \frac{(1-i)^2}{(1+i)(1-i)} = -i$$

$$\therefore\ z = i$$

31. 복소수 z와 그 켤레복소수 $\bar{z}$에 대하여 다음을 만족하는 z 를 구하면?

$$z+\bar{z}=4, \quad z\cdot\bar{z}=7$$

① $z=1\pm\sqrt{3}i$　② $z=2\pm\sqrt{3}i$　③ $z=3\pm\sqrt{3}i$
④ $z=1\pm2\sqrt{3}i$　⑤ $z=2\pm2\sqrt{3}i$

해설

$z=a+bi$
$z+\bar{z}=2a=4, z\cdot\bar{z}=a^2+b^2=7$
$\therefore a=2, b=\pm\sqrt{3}$
$\therefore z=2\pm\sqrt{3}i$

32. $(2-i)\bar{z}+4iz=-1+4i$를 만족하는 복소수 z에 대하여 $z\bar{z}$의 값은 ?
(단, $\bar{z}$는 z의 켤레복소수이다.)

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$z=a+bi$라 놓으면 $\bar{z}=a-bi$
$(2-i)(a-bi)+4i(a+bi)=-1+4i$
$(2a-5b)+(3a-2b)i=-1+4i$

$\therefore\ 2a-5b=-1\cdots$㉠
$3a-2b=4\cdots$㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=2,\ b=1$
$\therefore\ z=2+i,\quad \bar{z}=2-i$
$\therefore\ z\bar{z}\ =\ (2+i)(2-i)=2^2-i^2=5$

33. 두 복소수 $z_1 = a + (3b-1)i$, $z_2 = (b+1) - 5i$에 대하여 $z_1 = \bar{z}_2$가 성립할 때, 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 3　　② 4　　③ 5　　④ 6　　⑤ 7

해설

$a + (3b-1)i = (b+1) + 5i$에서

$\begin{cases} a = b+1 \\ 3b - 1 = 5 \end{cases}$ 이므로 연립하면

$a = 3,\ b = 2$

$\therefore\ a + b = 5$

34. 양의 실수 a, b에 대하여 다음 복소수 중 $z = a(1+i) + b(1-i)$ (i는 허수단위) 의 꼴로 나타낼 수 있는 것은?

① $-3+i$ ② $2+3i$ ③ $5-2i$

④ $1-3i$ ⑤ $-4-2i$

해설

$z = (a+b) + (a-b)i \in A \ (a>0,\ b>0)$

① $a+b=-3,\ a-b=1$

$\therefore\ a=-1,\ b=-2$ (부적당)

② $a+b=2,\ a-b=3$

$\therefore\ a=\frac{5}{2},\ b=-\frac{1}{2}$ (부적당)

③ $a+b=5,\ a-b=-2$

$\therefore\ a=\frac{3}{2},\ b=\frac{7}{2}$ (양의 실수)

④ $a+b=1,\ a-b=-3$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$ (부적당)

⑤ $a+b=-4,\ a-b=-2$

$\therefore\ a=-3,\ b=-1$ (부적당)

35. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3$

Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\dfrac{2}{-6}} = \sqrt{-\dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① Ⅰ, Ⅱ　② Ⅰ, Ⅲ　③ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ　④ Ⅱ, Ⅳ　⑤ Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$

∴ 옳지 않다.

Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$

∴ 옳다.

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2} = -\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$

∴ 옳다.

36. 방정식 $(k^2-3)x+1=-k(2x-1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1, 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, k_1+k_2 의 값을 구하면?

① -1 ② 3 ③ -3 ④ 1 ⑤ -2

해설

$(k^2+2k-3)x=k-1$, $(k-1)(k+3)x=k-1$

$k=1$ 일 때, $0\cdot x=0$ (부정)

$\therefore\ k_1=1$

$k=-3$ 일 때, $0\cdot x=-4$ (불능)

$\therefore\ k_2=-3$

$\therefore\ k_1+k_2=-2$

37. x에 대한 일차방정식 $5x+a=2x+12$의 해가 자연수일 때, 자연수 a의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 무수히 많다

해설

$5x-2x=12-a, 3x=12-a$

$\therefore x=\dfrac{12-a}{3}$

자연수 $a=1, 2, 3, \cdots$ 을 대입했을 때,

$x=\dfrac{12-a}{3}$ 가 자연수가 되는 경우는

$12-a$ 가 3 의 배수이면서 $a<12$ 일 때이다.

i) $a=3$ 일 때, $x=\dfrac{12-3}{3}=3$

ii) $a=6$ 일 때, $x=\dfrac{12-6}{3}=2$

iii) $a=9$ 일 때, $x=\dfrac{12-9}{3}=1$

따라서 자연수 a의 개수는 3개이다.

38. $|x-1| = 3-\sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: -1

해설

$|x-1| = 3-|x|$ 에서,
$|x|+|x-1| = 3$ 이다.
i) $x<0$ 일 때,
$-x-(x-1) = 3$
$\therefore x = -1$
ii) $0 \le x < 1$ 일 때,
$x-(x-1) = 3$
$0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \ge 1$ 일 때,
$x+(x-1) = 3$
$\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
$x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

39. 실수 a, b에 대하여 연산$*$를 $a*b = a^2 + b$ 로 정의한다. 방정식 $x*(x-6) = 0$의 두 근을 α, β라 할 때, $\alpha + 2\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha < \beta$)

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$x*(x-6) = 0$ 에서

$x^2 + x - 6 = 0$

$(x+3)(x-2) = 0$

$\therefore\ x = -3,\ 2$

$\therefore\ \alpha = -3,\ \beta = 2\ (\alpha < \beta)$

$\therefore \alpha + 2\beta = 1$

40. 이차방정식 $(1-i)x^2+(-3+i)x+2=0$의 해는 $x=a$ 또는 $x=p+qi$이다. 이 때, $a+p+q$의 값을 구하여라. (단, $a,\ p,\ q$는 실수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$(1-i)x^2+(-3+i)x+2=0$의 양변에 $1+i$를 곱하면

$(1+i)(1-i)x^2+(1+i)(-3+i)x+2(1+i)=0$

$2x^2-2(2+i)x+2(1+i)=0$

$x^2-(2+i)x+1+i=0$

$(x-1)\left\{x-(1+i)\right\}=0$

$x=1$ 또는 $x=1+i$

$\therefore a+p+q=3$

41. 방정식 $(x-1)^2+|x-1|-6=0$의 두 근의 합은?

① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(ⅰ) $x\ge 1$일 때
$x^2-2x+1+x-1-6=0$
$x^2-x-6=0$, $(x-3)(x+2)=0$이므로
$x=-2, x=3$
그런데 $x\ge 1$이므로 $x=3$
(ⅱ) $x<1$일 때
$x^2-2x+1-x+1-6=0$
$x^2-3x-4=0$, $(x-4)(x+1)=0$
$x=-1, x=4$
그런데 $x<1$이므로 $x=-1$
(ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3, -1$이므로
두 근의 합은 2

42. 방정식 $2[x]^2 - [x] - 1 = 0$의 해를 $a \le x < b$라 할 때, $2a+b$의 값을 구하면? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대 정수이다.)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2[x]^2 - [x] - 1 = (2[x]+1)([x]-1) = 0$
그런데 $[x]$는 정수이므로 $[x] = 1$
$\therefore 1 \le x < 2$
$\therefore a = 1, b = 2$이므로 $2a + b = 4$

43. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$의 한 근이 1일 때 다른 한 근은? (단, m은 상수)

① 3 ② 2 ③ 0 ④ -1 ⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$에 $x = 1$을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x+3)(x-1) = 0$

$\therefore x = -3,\ 1$

따라서, 다른 근은 -3

44. x에 대한 이차방정식 $x^2+a(a-1)x+3a=0$의 한 근이 1일 때, 다른 한 근은? (단, a는 상수)

① -1 ② -3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x=1$을 대입하면
$1^2+a(a-1)+3a=0$
$a^2+2a+1=(a+1)^2=0$
$\therefore\ a=-1$
$x^2-1\cdot(-2)x-3=x^2+2x-3$
$=(x+3)(x-1)=0$
$\therefore\ x=1,-3\quad \therefore\ x=-3$

45. x에 대한 이차방정식 $kx^2-x-(k+7)=0$의 한 근이 2일 때, 다른 한 근을 구하면?(단 k는 상수)

① -2　② $-\frac{5}{3}$　③ $-\frac{4}{3}$　④ -1　⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

방정식에 $x=2$를 대입하면

$k\cdot 2^2-2-(k+7)=0$

$4k-2-k-7=0$, $3k=9$,

$\therefore\ k=3$

$3x^2-x-10=0$, $(3x+5)(x-2)=0$

$\therefore\ x=2, -\frac{5}{3}$

46. 이차방정식 $x^2+ax+2b=0$의 한 근이 $2+ai$일 때 실수 a, b의 합 $a+b$의 값은? (단 $a \neq 0$)

① -9 ② -5 ③ 3 ④ 6 ⑤ 12

해설

한 근이 $2+ai$이므로 다른 한 근은 $2-ai$이다.
$\therefore$두 근의 합 $-a=4$ $\therefore a=-4$
두 근의 곱 $(2-4i)(2+4i)=4+16=2b$
$\therefore b=10$ $\therefore a+b=10-4=6$

47. x에 대한 이차방정식 $x^2+px+q=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}$이 되도록 유리수 p, q를 정할 때, $p+q$의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2+px+q=0$의 한 근이 $2+\sqrt{3}$이고
p, q가 유리수이면 남은 한 근은 $2-\sqrt{3}$이다.
두 근의 합 $-p=2+\sqrt{3}+2-\sqrt{3}=4$
$\therefore p=-4$
두 근의 곱 $q=(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})=4-3=1$
$\therefore p+q=-4+1=-3$

48. 이차방정식 $x^2+2x-a=0$의 해가 3 또는 b라 할 때, 상수 a, b의 합 $a+b$의 값은?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$x=3$이 $x^2+2x+a=0$의 근이므로
$3^2+2\cdot 3-A=0 \quad \therefore a=15$
$\therefore a=15$를 주어진 방정식에 대입하면
$x^2+2x-15=0,\ (x+5)(x-3)=0$
따라서 $x=-5$ 또는 $x=3$이므로 $b=-5$
$\therefore a+b=15+(-5)=10$

49. $x^2 + 3ax + b = 0$과 $x^2 - ax + c = 0$은 공통근 1을 갖는다. 이 때, $2a^2 + b - c$가 최소가 되는 a의 값은 ?

① -1　　② 0　　③ 1　　④ 2　　⑤ 3

해설

조건에서

$1 + 3a + b = 0 \cdots$ ㉠

$1 - a + c = 0 \cdots$ ㉡

㉠ − ㉡ : $4a + b - c = 0$

$\therefore\ b - c = -4a$

$\therefore\ 2a^2 + b - c = 2a^2 - 4a = 2(a-1)^2 - 2$

따라서 $a = 1$일 때, 최소이다.

50. $x^2-2x+3=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2-2x+3=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해
$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$
$(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$
$=\alpha^2\beta^2-2\alpha^2\beta-2\alpha\beta^2+4\alpha\beta$
$=(\alpha\beta)^2-2\alpha\beta(\alpha+\beta)+4\alpha\beta$
$=9-6\cdot 2+12=9$