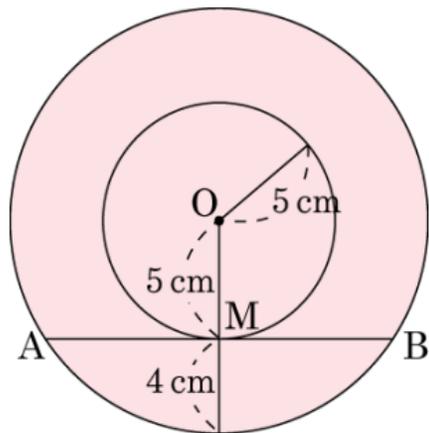


1. 다음 그림과 같이 두 원의 중심이 일치하고, 반지름의 길이는 각각 5cm, 9cm이다. 현 AB가 작은 원의 접선일 때, 현 AB의 길이는?



① $\sqrt{14}$ cm

② $2\sqrt{14}$ cm

③ $4\sqrt{14}$ cm

④ 12 cm

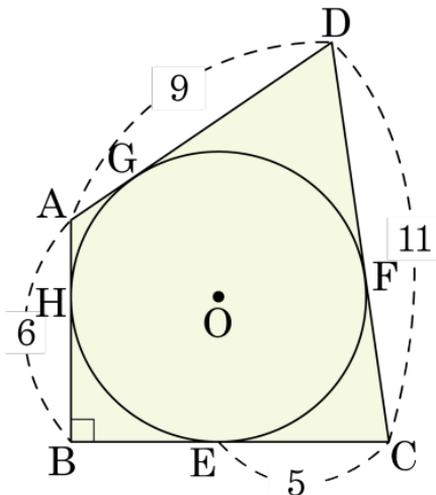
⑤ 18 cm

해설

$$\overline{OA} = 9 \text{ cm}, \quad \overline{OM} = 5 \text{ cm}, \quad \overline{AM} = \sqrt{9^2 - 5^2} = 2\sqrt{14} \text{ (cm)}$$

$$\therefore \overline{AB} = 2\sqrt{14} \times 2 = 4\sqrt{14} \text{ (cm)}$$

2. 다음 그림과 같이 원 O에 외접하는 사각형 ABCD의 각 변과 원 O의 접점을 각각 E, F, G, H라 하자. $\angle B = 90^\circ$ 이고 $\overline{AB} = 6, \overline{CD} = 11, \overline{AD} = 9$ 일 때, 원 O의 반지름은?



① 2

② 2.3

③ 3

④ 4

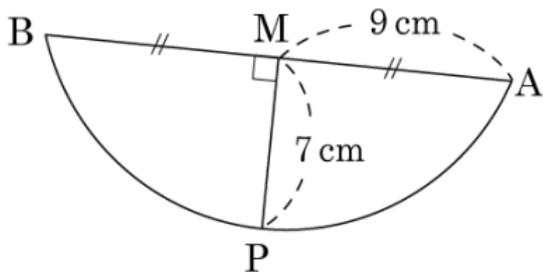
⑤ 5

해설

외접사각형의 성질에 의해 $6 + 11 = 9 + \overline{BC} \therefore \overline{BC} = 8$
따라서, $\overline{BE} = 3$ 이다.

이 때, 원의 중심에서 두 접점 E, H에 선을 그으면 원의 반지름과 접선은 수직으로 만나므로
사각형 BEOH는 정사각형이 된다.
그러므로 원의 반지름은 3 이다.

3. 다음 그림은 한 원의 일부분을 잘라낸 것이다. 그림을 참고할 때, 이 원의 반지름의 길이는?



- ① $\frac{64}{7}$ cm ② $\frac{63}{8}$ cm ③ $\frac{64}{9}$ cm
- ④ $\frac{65}{7}$ cm ⑤ $\frac{65}{8}$ cm

해설

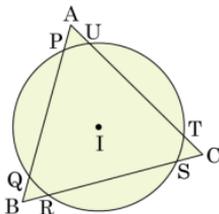
$$r^2 = 9^2 + (r - 7)^2$$

$$r^2 = 81 + r^2 - 14r + 49$$

$$14r = 130$$

$$\therefore r = \frac{130}{14} = \frac{65}{7} \text{ (cm)}$$

4. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이며 원의 중심이다. $\overline{RS} = 5\text{cm}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이는?



① 5cm

② $5\sqrt{2}\text{cm}$

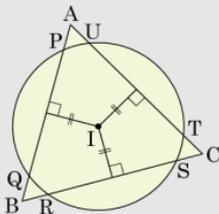
③ $\frac{5}{2}\text{cm}$

④ $5\sqrt{3}\text{cm}$

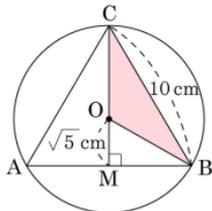
⑤ 6cm

해설

삼각형 내심의 성질에 의해서 내심에서 각 변에 이르는 거리는 각각 같다. 또한 원에 중심에서 현에 이르는 거리가 같으면 그 현의 길이도 모두 같다. 따라서 $\overline{RS} = \overline{PQ}$ 이므로 $\overline{PQ} = 5\text{cm}$ 이다.



5. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{BC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{OM} = \sqrt{5}\text{cm}$ 일 때, $\triangle COB$ 의 넓이는?



- ① $\frac{15\sqrt{3}}{2}\text{cm}^2$ ② $\frac{5\sqrt{30}}{4}\text{cm}^2$ ③ $5\sqrt{30}\text{cm}^2$
 ④ $\frac{5\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$ ⑤ $\frac{\sqrt{30}}{2}\text{cm}^2$

해설

$\overline{AB} = \overline{BC} = 10\text{cm}$, 점 O 에서 현 AB 에 내린 수선은 그 현을 이등분하므로 $\overline{MB} = 5\text{cm}$

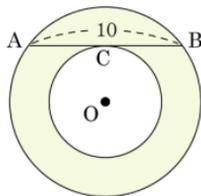
$$\triangle OMB \text{ 에서 } \overline{OB} = \sqrt{(\sqrt{5})^2 + 5^2} = \sqrt{30}(\text{cm})$$

$$\triangle COB = \triangle CMB - \triangle OMB$$

$$= \frac{1}{2} \times 5 \times (\sqrt{5} + \sqrt{30}) - \frac{1}{2} \times 5 \times \sqrt{5}$$

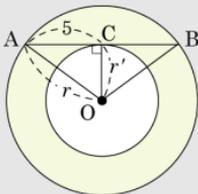
$$= \frac{5\sqrt{30}}{2} (\text{cm}^2)$$

6. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $\overline{AB} = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



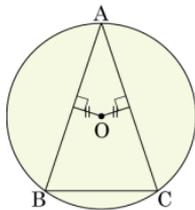
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

\overline{AB} 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

7. 다음 그림의 원 O 에서 $5.0\text{pt}\widehat{BC} = 5\pi$, $\angle BAC = 20^\circ$ 일 때,
 $5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}\widehat{ABC}$ 의 길이는?



① 18π

② 22π

③ 25π

④ 30π

⑤ 32π

해설

원의 중심에서 현이 이르는 거리가 같으면 두 현의 길이가 같으므로 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변 삼각형이다.

$\angle A = 20^\circ$ 이므로 $\angle ABC = 80^\circ$

또한 원주각의 크기에 호의 길이는 비례하므로

$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5.0\text{pt}\widehat{BC} = \angle ACB : \angle BAC$$

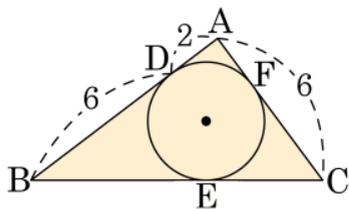
$$5.0\text{pt}\widehat{AB} : 5\pi = 80^\circ : 20^\circ$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{AB} = 20\pi$$

$$5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}\widehat{ABC} = 5.0\text{pt}\widehat{AB} + 5.0\text{pt}\widehat{BC} \text{ 이므로}$$

$$\therefore 5.0\text{pt}\widehat{24.88\text{pt}}\widehat{ABC} = 20\pi + 5\pi = 25\pi$$

8. 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 내접원이 고 세 점 D, E, F 는 접점이다. $\overline{AD} = 2$, $\overline{BD} = 6$, $\overline{AC} = 6$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



- ① 10 ② $10\sqrt{3}$ ③ 18
 ④ 24 ⑤ 30

해설

원 밖의 점에서 원에 그은 두 접선의 길이는 같으므로

$$\overline{AF} = \overline{AD} = 2$$

$$\overline{CF} = \overline{CE} = 4$$

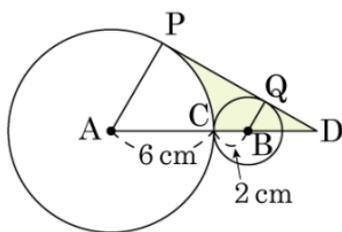
$$\overline{BE} = \overline{BD} = 6$$

$$\overline{AB} = 8, \overline{BC} = 10, \overline{CA} = 6 \text{ 이다.}$$

이때, $\overline{BC}^2 = \overline{AB}^2 + \overline{CA}^2$ 이 성립하므로
 이 삼각형은 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

$$\text{따라서, 넓이는 } \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24$$

9. 다음 그림에서 중심이 A, B 이고 반지름이 각각 6 cm, 2 cm 인 2 개의 원이 점 C 에서 외접하고 있다. 2 개의 원과 각각 점 P, Q 에서 접하는 공통인 접선과 직선 AB 와의 교점을 D 라 할 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① $(18\sqrt{2} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ② $(18\sqrt{2} - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ③ $(18\sqrt{3} - 3\pi) \text{ cm}^2$ ④ $(36 - 6\pi) \text{ cm}^2$
 ⑤ $(18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2$

해설

(1) $\triangle PAD \sim \triangle QBD$ 이므로

$\overline{BD} = x \text{ cm}$ 라 하면,

$$\overline{QB} : \overline{PA} = \overline{BD} : \overline{AD}$$

$$2 : 6 = x : (x + 8)$$

$$\therefore x = 4$$

(2) 색칠한 부분은 $\triangle PAD$ 에서
부채꼴 APC 를 제외한 부분이다.

$\triangle PAD$ 는 직각삼각형이므로

$$\overline{PD} = \sqrt{\overline{AD}^2 - \overline{PA}^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3}(\text{cm})$$

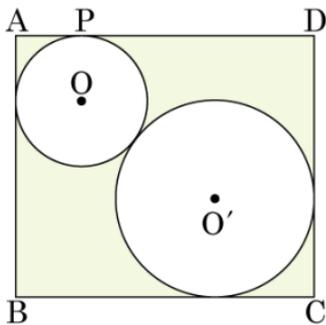
따라서, $\angle PAC = 60^\circ$ 이므로

(색칠한 부분의 넓이)

$$= \frac{1}{2} \times 6\sqrt{3} \times 6 - \pi \times 6^2 \times \frac{60^\circ}{360^\circ}$$

$$= (18\sqrt{3} - 6\pi) \text{ cm}^2 \text{ 이다.}$$

10. 다음 그림과 같이 가로 9, 세로 8인 직사각형 ABCD에 두 원 O, O'이 내접하고 있고, 두 원은 서로 외접해 있다. $\overline{AP} = 3$ 일 때, 원 O'의 반지름의 길이를 구하라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$\overline{AP} = 3$ 이므로 원 O의 반지름의 길이는 3이다.

원 O'의 반지름의 길이를 r 이라 하면

$$\overline{OO'} = 3 + r, \overline{OH} = 8 - (3 + r) = 5 - r$$

$$, \overline{O'H} = 9 - (3 + r) = 6 - r \text{ 이므로}$$

$$(3 + r)^2 = (5 - r)^2 + (6 - r)^2$$

$$r^2 - 28r + 52 = 0$$

$$(r - 2)(r - 26) = 0$$

$$\therefore r = 2 \text{ 또는 } r = 26$$

그런데 $5 - r > 0, 6 - r > 0$ 에서 $r < 5$ 이므로

$$\therefore r = 2$$

