1. $x : y = 4 : 3$일 때, $\dfrac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$의 값은?

① $\dfrac{7}{25}$ ② $\dfrac{9}{25}$ ③ $\dfrac{11}{25}$ ④ $\dfrac{13}{25}$ ⑤ $\dfrac{16}{25}$

해설

$x : y = 4 : 3$에서 $x = 4k,\ y = 3k(k \neq 0)$라고 하면

$\therefore$ (준식) $= \dfrac{16k^2 - 9k^2}{16k^2 + 9k^2} = \dfrac{7}{25}$

2. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75 cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60 cm씩 1분에 평균 100걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

① $14+\frac{2}{9}$분　② 15분　③ 18분

④ 20분　⑤ $22+\frac{2}{9}$분

해설

철수 통학 거리는 $75\times 90\times 16(\mathrm{cm})$

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75\times 90\times 16}{60\times 100}=18(\text{분})$

3. 함수 $y = \dfrac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3, y축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y = \dfrac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc의 값을 구하면?

① 8　　② 6　　③ 1　　④ -6　　⑤ -8

해설

$y = \dfrac{x+a}{(bx+c)}$ 의 그래프를 x축 방향으로 3,
y축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로
$y = \dfrac{1}{x}$ 을 x축의 방향으로 -3만큼,
y축의 방향으로 -1만큼 이동시킨것과 같다.

$$y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$$

따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$이므로
$\therefore abc = 6$

4. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $A-B$ 의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0　　② 1　　③ 2　　④ 3　　⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$\frac{A(x+1)+Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x+A}{x(x+1)}$

따라서 $\frac{(A+B)x+A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$A+B=0,\ A=1$

$\therefore\ B=-1$

$\therefore\ A-B=1-(-1)=2$

5. $\frac{y}{x-z}=\frac{x+y}{z}=\frac{x}{y}$를 만족하는 서로 다른 양수 x, y, z에 대하여 $\frac{x}{y}$는? (단, $x+y\neq 0$)

① $\frac{1}{2}$　② $\frac{3}{5}$　③ $\frac{2}{3}$　④ $\frac{5}{3}$　⑤ 2

해설

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}=\frac{e}{f}=k$이고

$b+d+f\neq 0$이면 $\frac{a+c+e}{b+d+f}=k$($\because$ 가비의 리)

이것을 이용하면

$\frac{x}{y}=\frac{y+(x+y)+x}{(x-z)+z+y}=\frac{2(x+y)}{x+y}=2$

6. 함수 $y = \sqrt{2x-8} + a$ 의 최솟값이 -3 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(b,\ 1)$ 을 지날 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① -4   ② -2   ③ 0   ④ 2   ⑤ 4

해설

$y = \sqrt{2x-8} + a = \sqrt{2(x-4)} + a$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) 함수의 정의역은 $\{x \mid x \geq 4\}$ 이므로

$x = 4$ 일 때 최솟값 -3 을 갖는다.

$-3 = \sqrt{2 \cdot 4 - 8} + a \quad \therefore\ a = -3$

ii) 함수의 그래프가 점 $(b,\ 1)$ 을 지나므로

$1 = \sqrt{2b-8} - 3 \quad \therefore\ b = 12$

i), ii) 에 의해 $\frac{b}{a} = \frac{12}{-3} = -4$

7. 두 집합 $\mathrm{A} = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $\mathrm{B} = \{(x, y) \mid y = x + k\}$에서 $n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 2$일 때, 상수 k의 값의 범위를 구하면?

① $k < 1$　② $k > \frac{5}{4}$　③ $1 < k < 5$

④ $1 \le k < \frac{5}{4}$　⑤ $1 \le k \le \frac{5}{4}$

해설

$n(\mathrm{A} \cap \mathrm{B}) = 2$는 $y = \sqrt{x+1}$과
$y = x+k$의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$\sqrt{x+1} = x + k$

$x + 1 = x^2 + 2kx + k^2 (x \ge -1)$

$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \ (x \ge -1)$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$D = (2k-1)^2 - 4(k^2-1) = 0$

$-4k + 5 = 0$

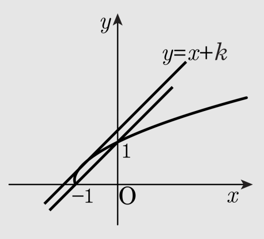
$\therefore k = \frac{5}{4}$

(ii) 직선 $y = x + k$ 가 점 $(-1,\ 0)$을 지날 때

$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$

(i), (ii)에 의하여

$\therefore 1 \le k < \frac{5}{4}$



8. 세 실수 $x,\ y,\ z$에 대하여 $x+\dfrac{1}{y}=1,\ y+\dfrac{1}{z}=1$이 성립할 때, xyz의 값을 구하면?

① -1　② 1　③ 2　④ -2　⑤ $-\dfrac{2}{3}$

해설

$x+\dfrac{1}{y}=1\cdots$①, $y+\dfrac{1}{z}=1\cdots$②

①에서 $\dfrac{1}{y}=1-x,\ y=\dfrac{1}{1-x}$

이것을 ②에 대입하면

$\dfrac{1}{1-x}+\dfrac{1}{z}=1,\ z=-\dfrac{1-x}{x}$

$\therefore\ xyz=x\cdot\dfrac{1}{1-x}\cdot\left(-\dfrac{1-x}{x}\right)=-1$

9. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

㉠ $y=\dfrac{1}{x-2}-1$	㉡ $y=\dfrac{4}{x+2}-1$
㉢ $y=\dfrac{2}{x-3}-1$	㉣ $y=\dfrac{-2}{x-1}+1$

① ㉠, ㉡ ② ㉠, ㉢ ③ ㉠, ㉣ ④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.
㉡는 모든 사분면을 지난다.
㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

10. $a<0,\ b<0$ 이고 $x=\dfrac{a-b}{2\sqrt{ab}}$ 일 때, $\dfrac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}+x}$ 를 a, b 로 나타내면?

① $\dfrac{b}{a}$ ② $\dfrac{a}{b}$ ③ $\dfrac{b}{2a}$ ④ $-\dfrac{2a}{b}$ ⑤ $\dfrac{a}{2b}$

해설

$$\sqrt{1+x^2}=\sqrt{1+\frac{(a-b)^2}{4ab}}=\sqrt{\frac{(a+b)^2}{4ab}}$$

$$=\frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}}(\because\ a<0,\ b<0)$$

$$\therefore\ \sqrt{1+x^2}-x=\frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}}-\frac{a-b}{2\sqrt{ab}}=\frac{-a}{\sqrt{ab}}$$

$$\sqrt{1+x^2}+x=\frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}}+\frac{a-b}{2\sqrt{ab}}=\frac{-b}{\sqrt{ab}}$$

$$\therefore\ \frac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}+x}=\frac{-a}{-b}=\frac{a}{b}$$