

1. $x : y = 4 : 3$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}$ 의 값은?

① $\frac{7}{25}$

② $\frac{9}{25}$

③ $\frac{11}{25}$

④ $\frac{13}{25}$

⑤ $\frac{16}{25}$

해설

$x : y = 4 : 3$ 에서 $x = 4k$, $y = 3k(k \neq 0)$ 라고 하면

$$\therefore (\text{준식}) = \frac{16k^2 - 9k^2}{16k^2 + 9k^2} = \frac{7}{25}$$

2. 철수는 걸어서 학교에 다닌다. 한 걸음에 75cm씩 1분에 평균 90 걸음을 가고, 통학 시간은 16분이다. 동생 철이도 같은 학교에 같은 길을 따라 걸어다니고, 한 걸음에 60cm씩 1분에 평균 100 걸음을 간다고 할 때, 동생 철이의 통학 시간은 몇 분인가?

① $14 + \frac{2}{9}$ 분

② 15 분

③ 18 분

④ 20 분

⑤ $22 + \frac{2}{9}$ 분

해설

철수 통학 거리는 $75 \times 90 \times 16$ (cm)

동생 철이의 통학 시간은 $\frac{75 \times 90 \times 16}{60 \times 100} = 18$ (분)

3. 함수 $y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3, y 축 방향으로 1만큼 평행이동시켰더니 $y = \frac{1}{x}$ 의 그래프와 일치하였다. 이 때, abc 의 값을 구하면?

① 8

② 6

③ 1

④ -6

⑤ -8

해설

$y = \frac{x+a}{bx+c}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 3,

y 축 방향으로 1만큼 평행이동시킨 것은 반대로

$y = \frac{1}{x}$ 을 x 축의 방향으로 -3만큼,

y 축의 방향으로 -1만큼 이동시킨 것과 같다.

$$y = \frac{1}{x+3} - 1 = \frac{-x-2}{x+3} = \frac{x+2}{-x-3}$$

따라서 $a = 2, b = -1, c = -3$ 이므로

$$\therefore abc = 6$$

4. 등식 $\frac{1}{x(x+1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x+1}$ 이 x 에 대한 항등식이 될 때, $A - B$ 의 값을 구하면? (단, A, B 는 상수)

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

주어진 식의 우변을 정리하면

$$\frac{A(x+1) + Bx}{x(x+1)} = \frac{(A+B)x + A}{x(x+1)}$$

따라서 $\frac{(A+B)x + A}{x(x+1)} = \frac{1}{x(x+1)}$ 이므로

$$A + B = 0, A = 1$$

$$\therefore B = -1$$

$$\therefore A - B = 1 - (-1) = 2$$

5. $\frac{y}{x-z} = \frac{x+y}{z} = \frac{x}{y}$ 를 만족하는 서로 다른 양수 x, y, z 에 대하여 $\frac{x}{y}$ 는? (단, $x+y \neq 0$)

① $\frac{1}{2}$

② $\frac{3}{5}$

③ $\frac{2}{3}$

④ $\frac{5}{3}$

⑤ 2

해설

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = k \text{ 이고}$$

$$b+d+f \neq 0 \text{ 이면 } \frac{a+c+e}{b+d+f} = k (\because \text{가비의 리})$$

이것을 이용하면

$$\frac{x}{y} = \frac{y + (x+y) + x}{(x-z) + z + y} = \frac{2(x+y)}{x+y} = 2$$

6. 함수 $y = \sqrt{2x-8} + a$ 의 최솟값이 -3 이고, 이 함수의 그래프가 점 $(b, 1)$ 을 지날 때, $\frac{b}{a}$ 의 값은?

① -4

② -2

③ 0

④ 2

⑤ 4

해설

$$y = \sqrt{2x-8} + a = \sqrt{2(x-4)} + a$$

주어진 함수의 그래프는 $y = \sqrt{2x}$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 4 만큼, y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동한 것이므로 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

i) 함수의 정의역은 $\{x \mid x \geq 4\}$ 이므로

$x = 4$ 일 때 최솟값 -3 을 갖는다.

$$-3 = \sqrt{2 \cdot 4 - 8} + a \quad \therefore a = -3$$

ii) 함수의 그래프가 점 $(b, 1)$ 을 지나므로

$$1 = \sqrt{2b-8} - 3 \quad \therefore b = 12$$

$$\text{i), ii)에 의해 } \frac{b}{a} = \frac{12}{-3} = -4$$

7. 두 집합 $A = \{(x, y) \mid y = \sqrt{x+1}\}$, $B = \{(x, y) \mid y = x+k\}$ 에서 $n(A \cap B) = 2$ 일 때, 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k < 1$ ② $k > \frac{5}{4}$ ③ $1 < k < 5$
 ④ $1 \leq k < \frac{5}{4}$ ⑤ $1 \leq k \leq \frac{5}{4}$

해설

$n(A \cap B) = 2$ 는 $y = \sqrt{x+1}$ 과

$y = x+k$ 의 그래프가 서로 다른 두 점에서 만나는 것을 의미한다.

(i) 두 그래프가 접할 때,

$$\sqrt{x+1} = x+k$$

$$x+1 = x^2 + 2kx + k^2 \quad (x \geq -1)$$

$$x^2 + (2k-1)x + k^2 - 1 = 0 \quad (x \geq -1)$$

이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$D = (2k-1)^2 - 4(k^2 - 1) = 0$$

$$-4k + 5 = 0$$

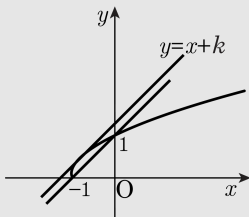
$$\therefore k = \frac{5}{4}$$

(ii) 직선 $y = x+k$ 가 점 $(-1, 0)$ 을 지날 때

$$0 = -1 + k \quad \therefore k = 1$$

(i), (ii) 에 의하여

$$\therefore 1 \leq k < \frac{5}{4}$$



8. 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x + \frac{1}{y} = 1$, $y + \frac{1}{z} = 1$ 이 성립할 때, xyz 의 값을 구하면?

① -1

② 1

③ 2

④ -2

⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$x + \frac{1}{y} = 1 \cdots \textcircled{1}, y + \frac{1}{z} = 1 \cdots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}\text{에서 } \frac{1}{y} = 1 - x, y = \frac{1}{1 - x}$$

이것을 $\textcircled{2}$ 에 대입하면

$$\frac{1}{1 - x} + \frac{1}{z} = 1, z = -\frac{1 - x}{x}$$

$$\therefore xyz = x \cdot \frac{1}{1 - x} \cdot \left(-\frac{1 - x}{x}\right) = -1$$

9. 다음 중 지나지 않는 사분면이 같은 것끼리 짝지은 것은?

$$\textcircled{\text{㉠}} y = \frac{1}{x-2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉡}} y = \frac{4}{x+2} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉢}} y = \frac{2}{x-3} - 1$$

$$\textcircled{\text{㉣}} y = \frac{-2}{x-1} + 1$$

① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉠, ㉣

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉡, ㉣

해설

㉠, ㉢는 제2사분면을 지나지 않는다.

㉡는 모든 사분면을 지난다.

㉣는 제3사분면을 지나지 않는다.

10. $a < 0, b < 0$ 이고 $x = \frac{a-b}{2\sqrt{ab}}$ 일 때, $\frac{\sqrt{1+x^2}-x}{\sqrt{1+x^2}+x}$ 를 a, b 로 나타내면?

① $\frac{b}{a}$

② $\frac{a}{b}$

③ $\frac{b}{2a}$

④ $-\frac{2a}{b}$

⑤ $\frac{a}{2b}$

해설

$$\begin{aligned}\sqrt{1+x^2} &= \sqrt{1 + \frac{(a-b)^2}{4ab}} = \sqrt{\frac{(a+b)^2}{4ab}} \\ &= \frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}} \quad (\because a < 0, b < 0)\end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt{1+x^2} - x = \frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}} - \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} = \frac{-a}{\sqrt{ab}}$$

$$\sqrt{1+x^2} + x = \frac{-(a+b)}{2\sqrt{ab}} + \frac{a-b}{2\sqrt{ab}} = \frac{-b}{\sqrt{ab}}$$

$$\therefore \frac{\sqrt{1+x^2} - x}{\sqrt{1+x^2} + x} = \frac{-a}{-b} = \frac{a}{b}$$