

1. 두 점 $A(a, 2b + a)$, $B(-a, a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, $a^2 + b^2$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}\overline{AB} &= \sqrt{(-a-a)^2 + \{a-(2b+a)\}^2} \\ &= \sqrt{4a^2 + 4b^2} = 2\sqrt{a^2 + b^2} = 2\sqrt{5} \\ \therefore a^2 + b^2 &= 5\end{aligned}$$

2. $x^2 + y^2 + 2(m-1)x - 2my + 3m^2 - 2 = 0$ 이 원의 방정식이 되기 위한 m 의 범위는?

- ① $-3 < m < 1$ ② $-1 < m < 3$
③ $m < -3$ 또는 $1 < m$ ④ $m < -1$ 또는 $3 < m$
⑤ $0 < m < 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 + y^2 + 2(m-1)x - 2my + 3m^2 - 2 &= 0 \\ \text{원이 되려면 } r &> 0 \\ \{x + (m-1)\}^2 + \{y - m\}^2 + m^2 + 2m - 3 &= 0 \\ (x + m - 1)^2 + (y - m)^2 &= 3 - 2m - m^2 \\ 3 - 2m - m^2 > 0 &\rightarrow m^2 + 2m - 3 < 0 \\ \therefore -3 < m < 1 \end{aligned}$$

3. 도형 $y = 2x$ 를 직선 $y = x$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $y = 2x$

② $y = -2x$

③ $y = \frac{1}{2}x$

④ $y = -\frac{1}{2}x$

⑤ $y = 2x + 1$

해설

$y = x$ 대칭은 $x \rightarrow y$ 좌표로, $y \rightarrow x$ 를 대입한다.

4. 원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 일 때, 상수 a, b 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ 을
 y 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은
 $(-x)^2 + y^2 + a(-x) + by = 0$
즉, $x^2 + y^2 - ax + by = 0$
이것이 $x^2 + y^2 + (2 - b)x + (2a - 4)y = 0$ 과
같으므로 계수를 비교하면
 $-a = 2 - b, b = 2a - 4$
두 식을 연립하여 풀면 $a = 6, b = 8$
 $\therefore a + b = 6 + 8 = 14$

5. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

6. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

$A = \{1, 2, a, 7, b\}$ 에 대하여 $\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이다. $B = \{1, 2, 3, c, 9\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고, $B \subset A$ 이다.

▶ 답 :

▷ 정답 : 19

해설

$\{1, 3\}$ 과 $\{1, 2, 7, 9\}$ 가 집합 A 의 부분집합이므로 집합 $A = \{1, 2, 3, 7, 9\}$ 또는 $a = 9, b = 3$ 이다. 따라서 $a = 3, b = 9$ 이다. 또한, $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 를 의미하므로 $c = 7$ 이다.

$$\therefore a + b + c = 3 + 9 + 7 = 19$$

7. $\triangle ABC$ 에서 A(6, 1), B(-1, 2), C(2, 3)이라 한다. 이 삼각형의 외접원의 반지름을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

외심을 P(a , b)라 하면

$$(1) \overline{PA}^2 = \overline{PB}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a+1)^2 + (b-2)^2 \dots\dots\textcircled{1}$$

$$\overline{PA}^2 = \overline{PC}^2 \Leftrightarrow (a-6)^2 + (b-1)^2 = (a-2)^2 + (b-3)^2 \dots\dots\textcircled{2}$$

①, ②를 각각 전개하여 정리하면

$$7a - b - 16 = 0, \quad 2a - b - 6 = 0$$

연립하여 풀면 $a = 2, b = -2$

따라서 외심은 (2, -2)이다.

$$(2) \overline{PA}^2 = (2-6)^2 + (-2-1)^2 = 25$$

$$\therefore \overline{PA} = 5$$

8. 두 점 $(2, 3), (1, 2)$ 를 지나는 직선 위에 두 직선 $y = 3x + 4, y = kx + 2$ 의 교점이 있다고 한다. 이때, k 의 값은?

① -3

② $\frac{5}{3}$

③ 8

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 3

해설

두 점 $(2, 3), (1, 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은

$y = x + 1$ 이고

두 직선 $y = 3x + 4, y = x + 1$ 의 교점을

직선 $y = kx + 2$ 가 지난다.

따라서 두 직선의 교점 $\left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ 은

직선 $y = kx + 2$ 의 식을 만족한다.

$\therefore k = \frac{5}{3}$

9. 두 점에서 만나는 두 원
 $x^2 + y^2 - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉠}$
 $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉡}$
과 x, y 에 대한 방정식
 $k(x^2 + y^2 - 1) + (x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1) = 0$ (단, k 는 실수) $\cdots \cdots \textcircled{㉢}$
에 대하여 $\textcircled{㉢}$ 은 두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 교점을 지나는 원의 방정식이거나
두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 공통현의 방정식임을 보인 과정이다. (가)~(마) 에
들어갈 말로 옳은 것은?

먼저 방정식 $\textcircled{㉢}$ 이 원이나 직선을 나타냄을 보이고, 또 $\textcircled{㉢}$ 이 두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 교점을 지남을 보인다.
(i) 방정식 $\textcircled{㉢}$ 을 정리하면
 $(k + 1)x^2 + (k + 1)y^2 - 2x + 2y - (k + 1) = 0 \cdots \cdots \textcircled{㉣}$
이 때, $k = -1$ 이면 방정식 $\textcircled{㉣}$ 은
(가), 즉 $y = x$ 가 되어 (나)을 나타낸다.
또한, $k \neq -1$ 이면 방정식 $\textcircled{㉣}$ 은 (나)의 꼴이 되어 x^2 과 y^2 의 계수가 같고 xy 의 항이 없으므로 (다)을 나타낸다.
즉, 방정식 $\textcircled{㉣}$ 은 (나) 또는 (다)을 나타낸다.
(ii) 두 원 $\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 의 교점을 (α, β) 라고 하면 $\alpha^2 + \beta^2 - 1 = 0, \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 2\beta - 1 = 0$ 이므로 임의의 실수 k 에 대하여 (라)이 성립한다.
따라서, 방정식 $\textcircled{㉢}$ 의 그래프는 k 의 값에 관계없이 점 (α, β) , 즉 (마)를 지난다.
(i), (ii)로부터 $\textcircled{㉢}$ 은 두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 교점을 지나는 원의 방정식이거나 공통현의 방정식이다.

- ① (가) : $2x - 2y = 1$
② (나) : 원
③ (다) : 직선
④ (라) : $k(\alpha^2 + \beta^2 - 1) + (-2\alpha + 2\beta - 1) = 0$
⑤ (마) : 두 원 $\textcircled{㉠}$, $\textcircled{㉡}$ 의 교점

해설

- ① (가) : $-2x + 2y = 0$
② (나) : 직선
③ (다) : 원
④ (라) : $k(\alpha^2 + \beta^2 - 1) + (\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 2\beta - 1) = 0$

10. 두 원 $x^2 + y^2 - x + 2y - 3 = 0$, $2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2 = 0$ 의 공통현이 직선 $y = -3x - 1$ 과 직교할 때, 상수 a 의 값은?

- ① 1
- ② 2
- ③ 4
- ④ 8
- ⑤ 16

해설

두 원의 공통현의 방정식은
 $2(x^2 + y^2 - x + 2y - 3) - (2x^2 + 2y^2 - 6x + ay - 2) = 0$
즉, $4x + (4 - a)y - 4 = 0 \cdots \cdots \textcircled{1}$
직선 $\textcircled{1}$ 과 직선 $y = -3x - 1$ 은 직교하므로
 $\frac{-4}{4 - a} \times (-3) = -1$ 에서 $a = 16$

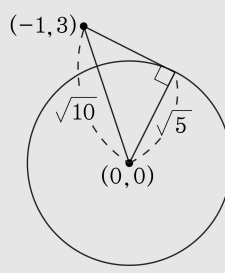
11. $x^2 + y^2 = 5$ 밖의 한 점 $(-1, 3)$ 에서 이 원에 접선을 그을 때, 점 $(-1, 3)$ 에서 접점까지의 거리를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{5}$

해설

접선의 길이를 구하는 것이므로
 $\sqrt{1^2 + (-3)^2 - 5} = \sqrt{5}$



12. 직선 $x-y+2=0$ 에 대하여 점 A(3, 4) 와 대칭인 점의 좌표를 (x', y') 이라 할 때, $x' + y'$ 을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

$y = x + 2$ 이므로 A(3, 4) 를 직선에 대해
대칭시킨 점을 (x', y') 라 하면,
 $x' = y - 2$ $y' = x + 2$, $(x, y) = (3, 4)$ 이므로
 $x' = 2$ $y' = 5$, $\therefore x' + y' = 7$

13. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 큰 자연수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

A 는 B 의 진부분집합이고,
 $A = \{12, 24, 36, \dots\}$ 이므로
 $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 배수}\}$ 의 $\square$ 에는 12의 약수 중 12를 제외한 수가 들어가야 한다.
따라서 $\square$ 안에 들어갈 수는 1, 2, 3, 4, 6이고, 가장 큰 자연수는 6이다.

14. 50 명의 학생 중 물감을 준비해 온 학생은 32 명, 크레파스를 준비해 온 학생은 24 명, 물감 또는 크레파스를 준비해 온 학생은 40 명이다. 물감만 준비한 학생을 구하여라.

▶ 답: 명

▶ 정답 : 16명

해설

전체 학생의 집합을 U , 물감을 준비해 온 학생의 집합을 A , 크레파스를 준비해 온 학생을 B 라 하자.

$$n(U) = 50, n(A) = 32, n(B) = 24, n(A \cup B) = 40 \text{ 이다.}$$
$$n(A - B) = n(A \cup B) - n(B) = 40 - 24 = 16 \text{ 이다.}$$

15. 좌표평면 위에 두 점 $A(a, b)$, $B(-2, 2)$ 가 있다. 이 0때, $\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$ 의 최솟값은?

① 1 ② $\sqrt{2}$ ③ 2 ④ $2\sqrt{2}$ ⑤ 3

해설

원점을 $O(0, 0)$ 이라 하면

$$\sqrt{a^2 + b^2} + \sqrt{(a+2)^2 + (b-2)^2}$$

$= \overline{OA} + \overline{AB}$ 이므로

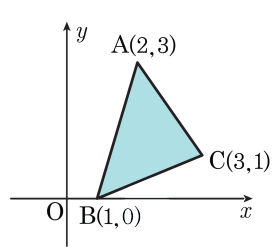
이 값이 최소가 되는 것은 세 점 O , A , B 가 일직선 위에 있을 때이다.

따라서 $\overline{OA} + \overline{AB}$ 의 최소값은

$$\overline{OB} = \sqrt{(-2)^2 + 2^2} = 2\sqrt{2}$$

16. 직선 $y = -mx - m + 2$ 가 아래 그림의 삼각형 ABC 를 지나기 위한 m 의 범위는?

- ① $-1 \leq m \leq 3$ ② $-1 \leq m \leq \frac{1}{3}$
 ③ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 1$ ④ $-\frac{1}{3} \leq m \leq 3$
 ⑤ $1 \leq m \leq 3$



해설

직선 $y = -mx - m + 2$ 에서 $mx + y + m - 2 = 0$

$m(x + 1) + y - 2 = 0$ 이므로

점 $P(-1, 2)$ 를 반드시 지난다.

따라서 직선 $y = -mx - m + 2$ 가

$\triangle ABC$ 를 지나기 위한 기울기 $-m$

의 범위는

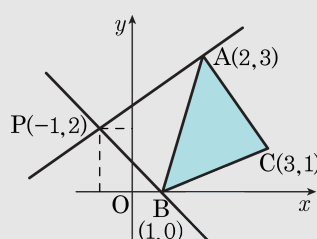
(직선 PB 의 기울기) $\leq -m \leq$ (직선 PA 의 기울기)

직선 PB 의 기울기는 $\frac{2-0}{-1-1} = -1$

직선 PA 의 기울기는 $\frac{2-3}{-1-2} = \frac{1}{3}$

$-1 \leq -m \leq \frac{1}{3}$

$\therefore -\frac{1}{3} \leq m \leq 1$



17. 집합 $A = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, 9, \{1, 3, 5\}\}$, $B = \{\emptyset, 1, 3, 5, 7, \{1, 3, 5\}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 골라라.

- ☐ ㉠ $\emptyset \notin A$
- ☐ ㉡ $7 \subset B$
- ☐ ㉢ $\{1, 3, 5\} \subset B$
- ☐ ㉣ $\{\{1, 3, 5, 7, 9\}\} \in A$
- ☐ ㉤ $A \subset B$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉢

해설

- ☐ ㉠ $\emptyset \in \{\emptyset\}$ 이고, $\emptyset \neq \emptyset$, $\emptyset \subset \emptyset$ 이다.
- ☐ ㉡ $7 \in B$
- ☐ ㉢ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ 는 집합 A 의 부분집합이므로 $\{1, 3, 5, 7, 9\} \subset A$
- ☐ ㉤ $B \subset A$

18. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 일 때, 집합 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는?

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

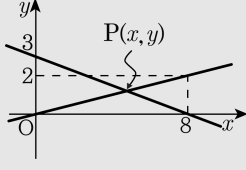
해설

$B = \{1, 3, 4\}$, $A^C \cap B = \{4\}$ 이므로 남은 원소는 2, 5 이므로 A 가 될 수 있는 모든 집합의 개수는 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

19. 한 어린이가 길의 양쪽 모두에 가로등이 있는 길을 걷고 있던 중 그림
자의 끝이 각각 가로등의 밑 부분과 일치하였다. 가로등의 길이는 각각
3m, 2m 이고, 두 가로등 사이의 거리는 8m 일 때 어린이의 키는
몇 m 인가 구하면? (단, 두 가로등과 어린이는 일직선 위에 있다.)
- ① 1.5m ② 1.4m ③ 1.3m ④ 1.2m ⑤ 1.1m

해설

두 직선의 교점은 두 직선의 방정식을 연립하여 구한다.
어린이의 키를 나타내는 값은 그림과 같이



$y = \frac{1}{4}x$ 와 $y = -\frac{3}{8}x + 3$ 의 교점이 P의 y좌표이므로
두 식을 연립하여 풀면 $x = 4.8$, $y = 1.2$
따라서, 어린이의 키는 1.2m이다.

20. 집합 $P = \{2x+1|x \text{는 6보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{3, 5\}$, $B = \{5, 7, 9\}$ 에 대하여 $A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 4개

해설

$$P = \{2x + 1 | x \text{는 } 6 \text{보다 작은 자연수}\} = \{3, 5, 7, 9, 11\}$$
$$A = \{3, 5\}, B = \{5, 7, 9\}$$

$A \cup X = B \cup X$ 를 만족하는 X 는 원소 3, 7, 9를 반드시 포함하는 집합 P 의 부분집합이다.

따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-3} = 4$ (개)