

1. 두 점 A(4, -2), B(2, 1)을 이은 선분 AB를 5 : 3으로 외분하는 점 Q에서 원점까지의 거리는?

- ① $\sqrt{5}$ ② $3\sqrt{5}$ ③ $5\sqrt{5}$ ④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$ ⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

해설

$$Q\left(\frac{5 \cdot 2 - 3 \cdot 4}{5 - 3}, \frac{5 \cdot 1 - 3 \cdot (-2)}{5 - 3}\right) \text{에서}$$

$$Q\left(-1, \frac{11}{2}\right)$$

$$\therefore OQ = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

2. 직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 점 $(3, 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax + by + 18 = 0$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

직선 $3x - 2y + 4 = 0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$$3(6 - x) - 2(2 - y) + 4 = 0$$

$$-3x + 2y + 18 = 0$$

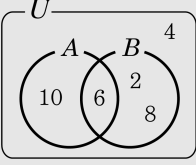
따라서, $a = -3$, $b = 2$

$$\therefore a + b = -1$$

3. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}, B - A = \{2, 8\}, (A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?
- ① $\{2\}$ ② $\{6\}$ ③ $\{10\}$
④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{6, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.



4. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a - b| > |a| - |b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a + b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a - b > 0$

해설

$|a - b| > ||a| - |b||$ 에 대하여
 $(a - b)^2 - (||a| - |b||)^2$
 $= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$
 $= -2ab + 2|a||b| > 0$ 이려면
 a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.
따라서 $ab < 0$

5. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3, g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고
 $g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로
 $f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$

6. $f : x \rightarrow x + 3$, $g : x \rightarrow 3x + 1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = g(x)$ 를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

- ① $h(x) = x - 4$ ② $h(x) = x - 9$ ③ $h(x) = x - 6$
④ $h(x) = 2x - 3$ ⑤ $h(x) = 2x - 6$

해설

$$(g \circ f)(x) = g(x + 3) = 3(x + 3) + 1 \\ = 3x + 10 \text{ 이므로}$$

$$(h \circ g \circ f)(x) = h((g \circ f)(x)) = h(3x + 10) = 3x + 1$$

$$3x + 10 = t \text{ 라 하면 } 3x = t - 10$$

$$\therefore h(t) = (t - 10) + 1 = t - 9$$

$$\therefore h(x) = x - 9$$

7. $f : R \rightarrow R$, $f(x) = x|x|+a$ 에서 $f^{-1}(2) = -1$ 일 때, $(f^{-1} \cdot f^{-1})(2)$ 의 값은?(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① -3

② -2

③ -1

④ 0

⑤ 1

해설

$f^{-1}(2) = -1$ 에서 $f(-1) = 2$ 이므로

$$-1 + a = 2$$

$$\therefore a = 3$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x \geq 0) \\ -x^2 + 3 & (x < 0) \end{cases}$$

$(f^{-1} \cdot f^{-1})(2) = f^{-1}(-1) = k$ 라 하면

$f(k) = -1$ 이므로 $k < 0$

$$\therefore -k^2 + 3 = -1$$

$$\therefore k^2 = 4$$

$$\therefore k = -2$$

8. $x = \frac{a}{b}$, $a \neq b$, $b \neq 0$ 일 때, $\frac{a+b}{a-b}$ 는?

- ① $\frac{x}{x+1}$ ② $\frac{x+1}{x-1}$ ③ 1 ④ $x - \frac{1}{x}$ ⑤ $x + \frac{1}{x}$

해설

$$a = bx \text{ 이므로 } \frac{a+b}{a-b} = \frac{bx+b}{bx-b} = \frac{x+1}{x-1}$$

$$\text{또는 } \frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}-1} = \frac{x+1}{x-1}$$

9. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 1, 2, 3 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.



이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다.

㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다.

㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18 개이다.

- ① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉢

④ ㉡, ㉢

⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는
(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3) 즉, 3 개 (참)

㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$ (참)

㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참)
- 따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

10. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80 ② 144 ③ 216 ④ 240 ⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로
 $3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$

11. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $(A - B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는?

$A = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{이하의 홀수}\}$

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A - B) \cap X = X$ 이므로 $(A - B) \subset X$
 $(A \cup B) \cap X = X$ 이므로 $X \subset (A \cup B)$
 $\{2, 4, 8\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5, 8\}$
집합 X 는 집합 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{6-3} = 2^3 = 8(\text{개})$

12. 네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 q 이기 위한 충분조건, r 은 q 이기 위한 필요조건, s 는 $\sim r$ 이기 위한 충분조건 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $r \rightarrow q$

② $q \rightarrow \sim p$

③ $s \rightarrow \sim q$

④ $\sim s \rightarrow \sim p$

⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

$$p \rightarrow q \quad s \rightarrow \sim r \quad q \rightarrow r$$

$$q \rightarrow r \text{의 대우} : \sim r \rightarrow \sim q$$

$$\therefore s \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim q \text{ 이므로 } s \rightarrow \sim q$$

13. 집합 S_1, S_2, S_3 은 다음과 같다.

$$S_1 = \{1, 2\}$$

$$S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

집합 S_1 에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2 에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3 에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 개수는?

- ① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수를 만들려면 백의 자리에는 집합 S_1 의 원소 2 개 중 하나를 선택하고 십의 자리에는 집합 S_2 의 원소 중 백의 자리에서 사용한 수를 제외한 3개의 수 중 하나를 선택한다.

마찬가지로 일의 자리에는 집합 S_3 의 원소 중 백의 자리와 십의 자리에서 사용한 수를 제외한 4 개의 수 중 하나를 선택한다.

따라서, 구하는 세 자리의 수의 개수는

$${}_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 24$$

14. 실계수 이차 방정식 $ax^2 + (a+b)x + b = 0$ 이 증근을 가질 때 점 $P(a^2 + b^2, a^2b^2)$ 의 자취의 방정식을 구하면?

① $y = \frac{1}{2}x^2 (x > 0)$

② $y = \frac{1}{3}x^2 (x > 0)$

③ $y = \frac{1}{4}x^2 (x > 0)$

④ $y = \frac{1}{5}x^2 (x > 0)$

⑤ $y = \frac{1}{6}x^2 (x > 0)$

해설

$ax^2 + (a+b)x + b = 0$ 이 증근을 가지므로

$$D = (a+b)^2 - 4ab = 0, \quad a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = 0$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = 0, \quad (a-b)^2 = 0$$

$$\therefore a = b$$

점 $P(a^2 + b^2, a^2b^2)$ 에서 $a^2 + b^2 = x$, $a^2b^2 = y$ 로 놓으면

$$x^2 = (a^2 + b^2)^2 = (a^2 - b^2)^2 + 4a^2b^2 = 4a^2b^2$$

$$\therefore x^2 = 4y$$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2$$

그런데 $a \neq 0$ 이므로 $x = a^2 + b^2 > 0$

$$\therefore y = \frac{1}{4}x^2 \quad (x > 0)$$

15. 직선 $y = 0$ 을 직선 $y = mx$ 에 대하여 대칭이동시킨 직선과 $x - y + 2 = 0$ 과의 교점을 P 라 할 때 $\overline{OP}$ 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

직선 $y = 0$ 을 직선 $y = mx$ 에 대하여 대칭 이동시킨 직선을 $y = m'x$ 이라 할 때

$y = m'x$ 와 $x - y + 2 = 0$ 의 교점을 P 라 하면

$\overline{OP}$ 의 최솟값은 원점에서 직선 $x - y + 2 = 0$ 에 이르는 거리와 같다.

따라서 $\overline{OP}$ 의 최솟값은 $\frac{|2|}{\sqrt{1+1}} = \sqrt{2}$ 이다.

