1. 두 점 $A(4, -2)$, $B(2, 1)$을 이은 선분 AB를 $5:3$으로 외분하는 점 Q에서 원점까지의 거리는?

① $\sqrt{5}$　② $3\sqrt{5}$　③ $5\sqrt{5}$　④ $\frac{\sqrt{5}}{2}$　⑤ $\frac{5\sqrt{5}}{2}$

해설

$Q\left(\frac{5\cdot2-3\cdot4}{5-3}, \frac{5\cdot1-3\cdot(-2)}{5-3}\right)$에서

$Q\left(-1, \frac{11}{2}\right)$

$$\therefore\ \overline{OQ} = \sqrt{(-1)^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \frac{5\sqrt{5}}{2}$$

2. 직선 $3x-2y+4=0$ 을 점 $(3,\ 1)$ 에 대하여 대칭이동한 도형의 방정식이 $ax+by+18=0$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

① -3　　② -2　　③ -1　　④ 0　　⑤ 1

해설

직선 $3x-2y+4=0$ 을 주어진 조건대로 대칭이동하면

$3(6-x)-2(2-y)+4=0$

$-3x+2y+18=0$

따라서, $a=-3$, $b=2$

$\therefore\ a+b=-1$

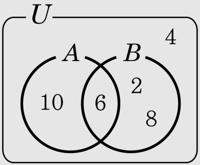
3. 전체집합 $U = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{6\}$, $B - A = \{2, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{4\}$ 일 때, $A - B$ 는?

① $\{2\}$ ② $\{6\}$ ③ $\{10\}$

④ $\{2, 6\}$ ⑤ $\{6, 10\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $A - B = \{10\}$ 이다.



4. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a-b| > |a|-|b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \le 0$ ② $ab \ge 0$ ③ $a+b \ge 0$

④ $ab < 0$ ⑤ $a-b > 0$

해설

$|a-b| > ||a|-|b||$ 에 대하여

$(a-b)^2 - (||a|-|b||)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$

$= -2ab + 2|a||b| > 0$ 이려면

a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.

따라서 $ab < 0$

5. 두 함수 f, g 가 $f(2) = 3$, $g^{-1}(1) = 4$ 일 때, $f^{-1}(3) + g(4)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$f(2) = 3$ 에서 $f^{-1}(3) = 2$ 이고
$g^{-1}(1) = 4$ 에서 $g(4) = 1$ 이므로
$f^{-1}(3) + g(4) = 2 + 1 = 3$

6. $f : x \to x+3,\ g : x \to 3x+1$ 일 때, $(h \circ g \circ f)(x) = g(x)$를 만족하는 일차함수 $h(x)$ 를 구하면?

① $h(x) = x - 4$
② $h(x) = x - 9$
③ $h(x) = x - 6$
④ $h(x) = 2x - 3$
⑤ $h(x) = 2x - 6$

해설

$(g \circ f)(x) = g(x+3) = 3(x+3)+1$

$= 3x + 10$ 이므로

$(h \circ g \circ f)(x) = h((g \circ f)(x)) = h(3x+10) = 3x+1$

$3x + 10 = t$ 라 하면 $3x = t - 10$

$\therefore\ h(t) = (t-10)+1 = t-9$

$\therefore\ h(x) = x - 9$

7. $f: R \to R$, $f(x) = x|x| + a$에서 $f^{-1}(2) = -1$ 일 때, $(f^{-1} \cdot f^{-1})(2)$의 값은?(단, f^{-1} 는 f 의 역함수)

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$f^{-1}(2) = -1$ 에서 $f(-1) = 2$ 이므로

$-1 + a = 2$

$\therefore\ a = 3$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & (x \geq 0) \\ -x^2 + 3 & (x < 0) \end{cases}$$

$(f^{-1} \cdot f^{-1})(2) = f^{-1}(-1) = k$ 라 하면

$f(k) = -1$ 이므로 $k < 0$

즉 $-k^2 + 3 = -1$

$\therefore\ k^2 = 4$

$\therefore\ k = -2$

8. $x = \dfrac{a}{b}$, $a \neq b$, $b \neq 0$ 일 때, $\dfrac{a+b}{a-b}$ 는?

① $\dfrac{x}{x+1}$　② $\dfrac{x+1}{x-1}$　③ 1　④ $x - \dfrac{1}{x}$　⑤ $x + \dfrac{1}{x}$

해설

$a = bx$이므로 $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{bx+b}{bx-b} = \dfrac{x+1}{x-1}$

또는 $\dfrac{a+b}{a-b} = \dfrac{\frac{a}{b}+1}{\frac{a}{b}-1} = \dfrac{x+1}{x-1}$

9. 다음 그림과 같이 모양이 서로 다른 세 개의 주머니에 $1, 2, 3$ 이 적힌 세 개의 구슬이 들어 있다.

이 세 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우의 수는 3 개이다. ㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 6 개이다. ㉢ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는 18 개이다.

① ㉠　　② ㉠, ㉡　　③ ㉠, ㉢

④ ㉡,㉢　　⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

㉠ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 같은 경우는
$(1, 1, 1), (2, 2, 2), (3, 3, 3)$ 즉, 3 개 (참)
㉡ 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 모두 다른 경우의 수는 $3 \times 2 \times 1 = 6$(참)
㉢ 세 개의 주머니에서 각각 한 개의 구슬을 꺼내는 경우의 수는 $3 \times 3 \times 3 = 3^3$ 이므로 세 개의 주머니에서 꺼낸 구슬에 적힌 숫자가 2 개가 같은 경우의 수는, $27 - 3 - 6 = 18$ (참)
따라서 옳은 것은 ㉠, ㉡, ㉢

10. 어느 회사에서 사원 연수를 위하여 네 지역 서울, 부산, 광주, 대구에서 각각 3 명씩 모두 12 명의 사원을 선발하였다. 같은 지역에서 선발된 사원끼리는 같은 조에 속하지 않도록 각 지역에서 한 명씩 선택하여 4 명으로 구성된 3 개의 조로 나누는 방법의 수는?

① 80 ② 144 ③ 216 ④ 240 ⑤ 288

해설

어느 한 지역의 세 사람을 각 1 명씩으로 하는 세 조를 생각하자.
나머지 세 지역의 사람들을 세 조에 배정하면 되므로
$3! \times 3! \times 3! = 6^3 = 216$

11. 두 집합 A, B가 다음과 같을 때, $(A-B)\cup X=X$, $(A\cup B)\cap X=X$를 만족하는 집합 X의 개수는?

$A=\{x \mid x$는 8의 약수$\}$, $B=\{x \mid x$는 5이하의 홀수$\}$

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개 ④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$(A-B)\cap X=X$이므로 $(A-B)\subset X$

$(A\cup B)\cap X=X$이므로 $X\subset(A\cup B)$

$\{2,4,8\}\subset X\subset\{1,2,3,4,5,8\}$

집합 X는 집합 $A\cup B$의 부분집합 중 원소 2, 4, 8을 반드시 포함하는 집합이다.

$\therefore\ 2^{6-3}=2^3=8$(개)

12. 네 조건 p, q, r, s에 대하여 p는 q이기 위한 충분조건, r은 q이기 위한 필요조건, s는 $\sim r$이기 위한 충분조건 일 때 다음 중 옳은 것은?

① $r \rightarrow q$　② $q \rightarrow \sim p$　③ $s \rightarrow \sim q$

④ $\sim s \rightarrow \sim p$　⑤ $\sim r \rightarrow p$

해설

$p \rightarrow q \quad s \rightarrow \sim r \quad q \rightarrow r$

$q \rightarrow r$의 대우 : $\sim r \rightarrow \sim q$

$\therefore s \rightarrow \sim r, \sim r \rightarrow \sim q$ 이므로 $s \rightarrow \sim q$

13. 집합 S_1, S_2, S_3 은 다음과 같다.

$S_1 = \{1, 2\}$

$S_2 = \{1, 2, 3, 4\}$

$S_3 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$

집합 S_1 에서 한 개의 원소를 선택하여 백의 자리의 수, 집합 S_2 에서 한 개의 원소를 선택하여 십의 자리의 수, 집합 S_3 에서 한 개의 원소를 선택하여 일의 자리의 수로 하는 세 자리의 수를 만들 때, 각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 개수는?

① 8 ② 12 ③ 16 ④ 20 ⑤ 24

해설

각 자리의 수가 모두 다른 세 자리의 수를 만들려면 백의 자리에는 집합 S_1 의 원소 2 개 중 하나를 선택하고 십의 자리에는 집합 S_2 의 원소 중 백의 자리에서 사용한 수를 제외한 3개의 수 중 하나를 선택한다.

마찬가지로 일의 자리에는 집합 S_3 의 원소 중 백의 자리와 십의 자리에서 사용한 수를 제외한 4 개의 수 중 하나를 선택한다.

따라서, 구하는 세 자리의 수의 개수는

$_2C_1 \times {}_3C_1 \times {}_4C_1 = 24$

14. 실계수 이차 방정식 $ax^2+(a+b)x+b=0$ 이 중근을 가질 때 점 $\mathrm{P}(a^2+b^2,\ a^2b^2)$ 의 자취의 방정식을 구하면?

① $y=\frac{1}{2}x^2(x>0)$
② $y=\frac{1}{3}x^2(x>0)$
③ $y=\frac{1}{4}x^2(x>0)$
④ $y=\frac{1}{5}x^2(x>0)$
⑤ $y=\frac{1}{6}x^2(x>0)$

해설

$ax^2+(a+b)x+b=0$ 이 중근을 가지므로

$D=(a+b)^2-4ab=0$, $a^2+2ab+b^2-4ab=0$

$a^2-2ab+b^2=0$, $(a-b)^2=0$

$\therefore\ a=b$

점 $P(a^2+b^2,\ a^2b^2)$ 에서 $a^2+b^2=x,\ a^2b^2=y$ 로 놓으면

$x^2=(a^2+b^2)^2=(a^2-b^2)^2+4a^2b^2=4a^2b^2$

$\therefore\ x^2=4y$

즉 $y=\frac{1}{4}x^2$

그런데 $a\neq0$ 이므로 $x=a^2+b^2>0$

$\therefore\ y=\frac{1}{4}x^2\ (x>0)$

15. 직선 $y=0$ 을 직선 $y=mx$ 에 대하여 대칭이동시킨 직선과 $x-y+2=0$ 과의 교점을 P 라 할 때 $\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값은? (단, O 는 원점이다.)

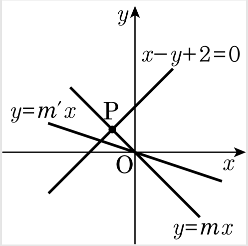
① $\sqrt{2}$　　② $\sqrt{3}$　　③ 2　　④ $\sqrt{5}$　　⑤ $\sqrt{6}$

해설

직선 $y=0$ 을 직선 $y=mx$ 에 대하여 대칭 이동시킨 직선을 $y=m'x$ 이라 할 때

$y=m'x$ 와 $x-y+2=0$ 의 교점을 P 라 하면

$\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값은 원점에서 직선 $x-y+2=0$ 에 이르는 거리와 같다.



따라서 $\overline{\mathrm{OP}}$ 의 최솟값은 $\dfrac{|2|}{\sqrt{1+1}}=\sqrt{2}$ 이다.