

1. 다항식 $f(x)$ 를 $2x^2 + 3x + 2$ 로 나누었더니 몫이 $3x - 4$ 이고, 나머지가 $2x + 5$ 이었다. 이 때, $f(1)$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\&= 6x^3 + 9x^2 + 6x - 8x^2 - 12x - 8 + 2x + 5 \\&= 6x^3 + x^2 - 4x - 3 \\ \therefore f(1) &= 6 + 1 - 4 - 3 = 0\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}f(x) &= (2x^2 + 3x + 2)(3x - 4) + (2x + 5) \\f(1) &= (2 + 3 + 2)(3 - 4) + (2 + 5) = -7 + 7 = 0\end{aligned}$$

2. $i(x + 2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① ± 1

② ± 2

③ ± 3

④ ± 4

⑤ ± 5

해설

$$\begin{aligned} i(x + 2i)^2 &= i(x^2 + 4ix - 4) = x^2i - 4x - 4i \\ &= -4x + (x^2 - 4)i \end{aligned}$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$$\therefore x^2 - 4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2$$

3. 이차방정식 $x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$ 이 허근을 갖기 위한 최대 정수 k 값은?

① -8

② -4

③ -2

④ 5

⑤ 2

해설

$$x^2 - x(kx - 7) + 3 = 0$$

$$x^2 - kx^2 + 7x + 3 = 0$$

$$(1 - k)x^2 + 7x + 3 = 0$$

(i) 주어진 방정식이 이차방정식이므로

x^2 의 계수는 $1 - k \neq 0$ 이어야 한다.

따라서 $k \neq 1$

(ii) 주어진 이차방정식이

허근을 갖기 위해서는

판별식 $D < 0$ 이어야 하므로

$$D = 7^2 - 4 \cdot (1 - k) \cdot 3 = 49 - 12 + 12k < 0$$

$$37 + 12k < 0$$

$$\therefore k < -\frac{37}{12}$$

따라서 최대정수는 -4이다.

4. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 10$ 의 최댓값을 M , $y = 3x^2 + 6x - 5$ 의 최솟값을 m 이라 할 때, $M + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

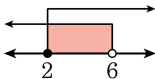
$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 10 \\ &= -(x-1)^2 + 11, \quad M = 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y &= 3x^2 + 6x - 5 \\ &= 3(x+1)^2 - 8, \quad m = -8 \end{aligned}$$

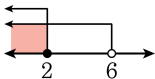
$$\therefore M + m = 11 - 8 = 3$$

5. 부등식 $3x - 11 < x + 1 \leq 4x - 5$ 의 해를 수직선에 바르게 나타낸 것은?

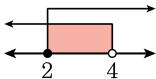
①



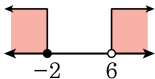
②



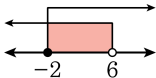
③



④



⑤



해설

$$\begin{cases} 3x - 11 < x + 1 \\ x + 1 \leq 4x - 5 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x < 6 \\ x \geq 2 \end{cases}$$

따라서 $2 \leq x < 6$

6. 이차함수 $y = kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2$ 의 그래프가 x 축과 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 정수 k 의 값들의 합은?

① -3

② -5

③ 7

④ 3

⑤ 5

해설

이차방정식 $kx^2 + 4\sqrt{2}x + k + 2 = 0$ 이

서로 다른 두 실근을 가지므로

이 이차방정식의 판별식을 D 라 하면

$$\frac{D}{4} = (2\sqrt{2})^2 - k(k+2) > 0$$

$$8 - k^2 - 2k > 0, (k+4)(k-2) < 0$$

$$\therefore -4 < k < 2$$

따라서 정수 k 는 -3, -2, -1, 0, 1이다.

$$\therefore (-3) + (-2) + (-1) + 0 + 1 = -5$$

7. 사차식 $x^4 - 4x^2 - 12$ 를 복소수의 범위에서 인수분해하면?

① $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

② $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + 2i)(x - 2i)$

③ $(x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④ $(x + \sqrt{3})(x - \sqrt{3})(x + 2i)(x - 2i)$

⑤ $(x + \sqrt{2})(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{6}i)(x - \sqrt{6}i)$

해설

$$x^4 - 4x^2 - 12, \quad x^2 = Y \text{ 라 하자}$$

$$\Rightarrow Y^2 - 4Y - 12 = (Y + 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = -2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$\Rightarrow x^2 = -2, \quad x^2 = 6$$

$$\Rightarrow x = \pm \sqrt{2}i, \quad x = \pm \sqrt{6}$$

$$\therefore x^4 - 4x^2 - 12$$

$$= (x + \sqrt{6})(x - \sqrt{6})(x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$$

8. 포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 두 교점 사이의 거리가 $2\sqrt{5}$ 일 때, 모든 k 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

포물선 $y = x^2 - 2kx + 2k + 3$ 과 x 축과의 교점의 x 좌표는 이차방정식 $x^2 - 2kx + 2k + 3 = 0$ 의 두 근이므로 두 근을 α, β 라 하면 이차방정식의 두 근과 계수의 관계에 의하여

$$\alpha + \beta = 2k, \alpha\beta = 2k + 3$$

$|\alpha - \beta| = 2\sqrt{5}$ 에서 $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로

$$20 = (2k)^2 - 4(2k + 3), 4k^2 - 8k - 12 = 20$$

$$k^2 - 2k - 8 = 0$$

따라서, 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 2이다.

9. 연립부등식 $\begin{cases} 2x - 1 > 5 \\ \frac{x - 5}{2} \leq \frac{x}{4} + 3 \end{cases}$ 의 해가 $a < x \leq b$ 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 정답 : 66

해설

$$\begin{cases} 2x - 1 > 5 \\ \frac{x - 5}{2} \leq \frac{x}{4} + 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x \leq 22 \end{cases}$$

$3 < x \leq 22$ 에서 $a = 3$, $b = 22$

$$\therefore ab = 66$$

10. 부등식 $|2x - 1| < 8 - x$ 를 만족하는 정수 x 의 개수는?

① 7개

② 8개

③ 9개

④ 10개

⑤ 11개

해설

$$(i) 8 - x > 0 \therefore x < 8$$

$$(ii) |2x - 1| < 8 - x \text{에서 } -8 + x < 2x - 1 < 8 - x$$

$$-8 + x < 2x - 1 \text{에서 } -x < 7, x > -7$$

$$2x - 1 < 8 - x \text{에서 } 3x < 9, x < 3$$

$$\therefore -7 < x < 3$$

11. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나누었을 때의 나머지는 $2x - 7$ 이고, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나누었을 때의 나머지는 11이다. 이 다항식 $f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나누었을 때의 나머지를 구하면?

① $2x + 1$

② $4x + 3$

③ $x - 1$

④ $4x - 9$

⑤ $2x - 3$

해설

$f(x)$ 를 $x^2 - 6x + 5$ 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax + b$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 6x + 5)Q(x) + ax + b \\ &= (x - 1)(x - 5)Q(x) + ax + b \cdots \textcircled{7} \end{aligned}$$

$f(x)$ 를 $x^2 - 4x + 3$ 으로 나눈 몫을 $Q_1(x)$, $x^2 - 3x - 10$ 으로 나눈 몫을 $Q_2(x)$ 라 하면

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 4x + 3)Q_1(x) + 2x - 7 \\ &= (x - 1)(x - 3)Q_1(x) + 2x - 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f(x) &= (x^2 - 3x - 10)Q_2(x) + 11 \\ &= (x - 5)(x + 2)Q_2(x) + 11 \end{aligned}$$

이므로 $f(1) = -5$, $f(5) = 11$ 이다.

⑦에서

$$f(1) = a + b = -5$$

$f(5) = 5a + b = 11$ 이므로 연립하여 풀면

$$a = 4, b = -9$$

따라서 구하는 나머지는 $4x - 9$ 이다.

12. 다항식 $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a$ 가 이차다항식의 완전제곱꼴이 되도록 a 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

$$\begin{aligned}& (x+1)(x+3)(x+5)(x+7)+a \\&= (x+1)(x+7)(x+3)(x+5)+a \\&= (x^2+8x+7)(x^2+8x+15)+a\end{aligned}$$

$x^2+8x=A$ 로 놓으면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (A+7)(A+15)+a \\&= A^2+22A+105+a \\&= (A+11)^2-16+a\end{aligned}$$

따라서, $a=16$ 일 때 이차식 $x^2+8x+11$ 의 완전제곱식이 된다.

13. 삼차방정식 $(x-1)(x^2-ax+2a)=0$ 이 중근을 가질 때, 실수 a 의 값을 모두 구하면?

① -1

② 0, 8

③ -1, 8

④ -1, 0, -8

⑤ -1, 0, 8

해설

(i) $x=1$ 을 중근으로 가질 때

$x=1$ 을 $x^2-ax+2a=0$ 에 대입하면 $a=-1$

(ii) $x^2-ax+2a=0$ 이 중근을 가질 때

$$D=a^2-8a=0$$

$$\therefore a=0 \text{ 또는 } 8$$

(i), (ii)에 의하여 $a=-1, 0, 8$

14. $\alpha = -2 + i$, $\beta = 1 - 2i$ 일 때 $\alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta}$ 의 값은?
(단, $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$ 는 각각 α , β 의 켤레복소수이고, $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

① 1

② 2

③ 4

④ 10

⑤ 20

해설

$$\begin{aligned} & \alpha\bar{\alpha} + \bar{\alpha}\beta + \alpha\bar{\beta} + \beta\bar{\beta} \\ &= \alpha(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) + \beta(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)(\bar{\alpha} + \bar{\beta}) \\ &= (\alpha + \beta)\overline{(\alpha + \beta)} \\ &= (-1 - i)(-1 + i) \\ &= 2 \end{aligned}$$

15. 이차방정식 $x^2 - (a+2)bx + (a+1)b = 0$ ($a > 0, b > 0$)이 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 두 개의 근이 모두 1보다 크기 위해서 필요한 조건은?

① $b > 1$

② $b < 1$

③ $b > 2$

④ $b < 2$

⑤ $b > 3$

해설

실근을 가질 조건은 $(a+2)^2b^2 - 4(a+1)b > 0$

$$\therefore b > \frac{4(a+1)}{(a+2)^2} \cdots (i)$$

여기서, 두 근이 모두 1 이하라 하면

$$(\text{두 근의 합}) = (a+2)b \leq 2 \cdots (ii)$$

$$(i), (ii) \text{에서 } \frac{4(a+1)}{a+2} < 2$$

$$\therefore a < 0$$

이것은 문제의 조건에 모순된다.

$\therefore$ 적어도 한 개의 근은 1보다 크다.

그러므로 $f(1) > 0$ 이면 두 근이 모두 1보다 크게 된다.

$$\therefore f(1) = 1 - (a+2)b + (a+1)b > 0 \quad \therefore b < 1$$