

1. 이차방정식 $2x^2 - x - 1 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

$$\alpha + \beta = \frac{1}{2}, \quad \alpha\beta = -\frac{1}{2}$$

$$\frac{\alpha}{\beta} + \frac{\beta}{\alpha} = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} = \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = -\frac{5}{2}$$

2. 다음 이차함수 중 최솟값이 -2 가 되는 것은?

① $y = x^2 + 2x$

② $y = 2x^2 - 2$

③ $y = -(x + 3)^2 + 2$

④ $y = -(x - 2)^2 + 3$

⑤ $y = x^2 + 2x + 1$

해설

① 최솟값 -1 ③ 최댓값 2

④ 최댓값 3 ⑤ 최솟값 0

3. $0 < a < b$ 인 실수, a, b 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$

③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$0 < a < b$ 에서 $\frac{1}{a} > \frac{1}{b} \dots \textcircled{\text{㉠}}$

㉠의 양변에 1을 더하면

$\frac{1}{a} + 1 > \frac{1}{b} + 1, \frac{1+a}{a} > \frac{1+b}{b} \dots \textcircled{\text{㉡}}$

따라서 ㉡의 역수를 취하면 $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$

4. 다음 중 집합이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① 우리 반에서 안경을 낀 학생들의 모임

② 부산에 사는 중학생들의 모임

③ 예쁜 강아지들의 모임

④ 영어를 잘하는 학생들의 모임

⑤ 우리 반에서 키가 가장 작은 학생의 모임

해설

③에서 예쁜 강아지와 ④에서 영어를 잘하는 학생은 그 기준이 명확하지 않다.

5. 다음 중 틀린 것은?

① $\{1, 2\} \subset \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$

② $\{0, 2, 4\} \subset \{2, 4, 6, 8\}$

③ $\emptyset \subset \{1, 2, 3, 4\}$

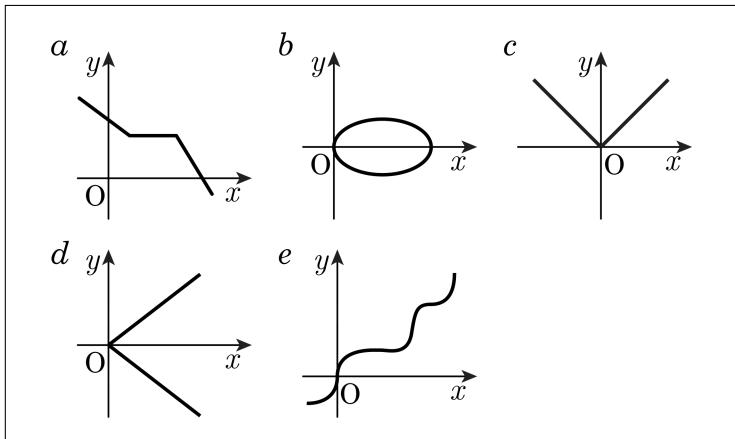
④ $\{1, 3, 6\} \subset \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

⑤ $\{1, 3, 7\} \not\subset \{0, 1, 3, 5\}$

해설

② $\{0, 2, 4\}$ 가 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합이 아니므로 $\{0, 2, 4\} \not\subset \{2, 4, 6, 8\}$

6. 다음 그래프 중 함수인 것은?



① a, b, c

② a, c, e

③ a, c, d

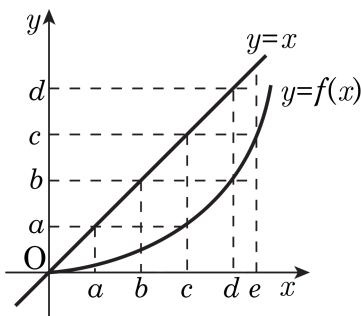
④ b, c, e

⑤ c, d, e

해설

[a] 함수 [b] 함수가 아니다. [c] 함수 [d] 함수가 아니다. [e] 함수
따라서 [a], [c], [e] 만이 함수이다.

7. 함수 $y = f(x)$ 의 그래프와 직선 $y = x$ 의 그래프가 오른쪽 그림과 같을 때, $(f \circ f)^{-1}(a)$ 의 값은 얼마인가?



① a

② b

③ c

④ d

⑤ e

해설

$$(f \circ f)^{-1}(a) = (f^{-1} \circ f^{-1})(a)$$

$$= f^{-1}(f^{-1}(a)) \dots \textcircled{\Gamma}$$

$f^{-1}(a) = m$ 으로 놓으면 $f(m) = a$ 이고,

그래프에서 $f(c) = a$ 이므로 $m = c$

$$\therefore f^{-1}(a) = c$$

이 때, $\textcircled{\Gamma}$ 에서

$$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) \dots \textcircled{\Delta}$$

또, $f^{-1}(c) = n$ 으로 놓으면 $f(n) = c$ 이고

그래프에서 $f(e) = c$ 이므로 $n = e$

$$\therefore f^{-1}(c) = e$$

따라서, $\textcircled{\Delta}$ 에서

$$(f \circ f)^{-1}(a) = f^{-1}(f^{-1}(a)) = f^{-1}(c) = e$$

8. $\frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4x + 4} \times \frac{x^2 - 7x + 10}{x^2 - 5x}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(\text{준식}) = \frac{x(x-2)}{(x-2)^2} \times \frac{(x-2)(x-5)}{x(x-5)} = 1$$

9. $y = \frac{3x-1}{x-1}$ 의 점근선의 방정식은 $x=1, y=a$ 이다. a 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ -1

⑤ -2

해설

$$y = \frac{3(x-1)+2}{x-1} = \frac{2}{x-1} + 3$$

따라서 점근선의 방정식이 $x=1, y=3$ 이므로
 $a=3$

10. 다음 삼차방정식의 정수해를 구하여라.

$$x^3 - 1 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$x^3 - 1 = 0 \text{ 에서 } (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1 \text{ 또는 } x = \frac{-1 \pm \sqrt{3}i}{2}$$

$$\therefore \text{정수해는 } x = 1$$

11. 연립부등식 $\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1 - 2x) \geq 16 \end{cases}$ 을 만족하는 정수의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

$$\begin{cases} 3.1 + 1.7x \geq -2 \\ 4(1 - 2x) \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 31 + 17x \geq -20 \\ 4 - 8x \geq 16 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x \geq -3 \\ x \leq -\frac{3}{2} \end{cases}$$

$$\therefore -3 \leq x \leq -\frac{3}{2}$$

만족하는 정수 x 의 합은 $-3 - 2 = -5$ 이다.

12. 두 점 $A(-1, -2), B(2, 4)$ 에 대하여 $\overline{AB}$ 를 1 : 2 로 내분하는 점을 P, 1 : 2 로 외분하는 점을 Q라고 할 때, $\overline{PQ}$ 의 길이를 구하면?

① $\frac{1}{3}$

② $\frac{2}{3}$

③ $\frac{\sqrt{5}}{3}$

④ $2\sqrt{5}$

⑤ $4\sqrt{5}$

해설

내분점, 외분점 구하는 공식을 이용한다.

$$P = \left(\frac{1 \times 2 + 2 \times (-1)}{3}, \frac{1 \times 4 + 2 \times (-2)}{3} \right) = (0, 0)$$

$$Q = \left(\frac{1 \times 2 - 2 \times (-1)}{1 - 2}, \frac{1 \times 4 - 2 \times (-2)}{1 - 2} \right) = (-4, -8)$$

$$\therefore \overline{PQ} = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$$

13. 원 $x^2 + y^2 - 4x + 6y - 1 = 0$ 과 같은 중심을 갖고, 점 $(1, 2)$ 를 지나는 원의 반지름을 r 이라 할 때, r^2 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 26

해설

준 식에서 $(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = 14$ 이므로
중심은 $(2, -3)$ 이다.

구하는 원의 반지름을 r 라 하면

$$(x - 2)^2 + (y + 3)^2 = r^2 \text{ 이고,}$$

이 원이 점 $(1, 2)$ 를 지나므로

$$(1 - 2)^2 + (2 + 3)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 26$$

14. 방정식 $x^2 + y^2 - 4x + 2y + c = 0$ 의 그래프가 원이 되도록 상수 c 의 값의 범위를 정하면?

① $c < 1$

② $c < 2$

③ $c < 3$

④ $c < 4$

⑤ $c < 5$

해설

주어진 방정식을 변형하면

$$(x^2 - 4x + 4) + (y^2 + 2y + 1) = 5 - c$$

$$\therefore (x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 5 - c \quad \leftarrow \quad 5 - c = r^2$$

이 방정식의 그래프가 원이 되려면

$$5 - c > 0 \quad \leftarrow \quad r^2 > 0$$

$$\therefore c < 5$$

15. 원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 일 때, 상수 a, b, c 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

원 $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 원의 방정식은

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

이 때, 이 원의 중심이 $(-1, -3)$ 이고 반지름의 길이가 2 이므로

$$x^2 + y^2 + ax - by + c = 0$$

$$\Leftrightarrow (x+1)^2 + (y+3)^2 = 4$$

$$\Leftrightarrow x^2 + y^2 + 2x + 6y + 6 = 0$$

$$\therefore a = 2, b = -6, c = 6$$

따라서, 구하는 a, b, c 의 값의 합은

$$2 + (-6) + 6 = 2$$

16. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{3, 5, 6\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 은?

① $\{1, 3\}$

② $\{3, 5\}$

③ $\{1, 3, 4, 5\}$

④ $\{3, 4, 5, 6\}$

⑤ $\{1, 3, 4, 5, 6\}$

해설

$A - B = \{2, 7\}$ 이므로 $(A - B)^c = (\{2, 7\})^c = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ 이다.

17. 다음 ()안에 알맞은 말을 쓰시오.

이등변삼각형 ABC는 정삼각형이기 위한 ()조건이다.



답 :

조건



정답 : 필요조건

해설

이등변삼각형이 정삼각형을 포함한다.

18. $3x = 2y \neq 0$ 일 때, $\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy}$ 의 값은?

① $\frac{5}{12}$

② $\frac{12}{5}$

③ $\frac{7}{12}$

④ $\frac{12}{7}$

⑤ $\frac{10}{3}$

해설

$3x = 2y \neq 0$ 에서 $x : y = 2 : 3$

따라서 $x = 2k$, $y = 3k$ ($k \neq 0$)로 놓으면

$$\begin{aligned}\frac{3x^2 + 2xy}{x^2 + xy} &= \frac{3(2k)^2 + 2 \cdot 2k \cdot 3k}{(2k)^2 + 2k \cdot 3k} \\ &= \frac{12k^2 + 12k^2}{4k^2 + 6k^2} = \frac{24k^2}{10k^2} = \frac{12}{5}\end{aligned}$$

19. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 3) + 3x^2 - 6x$ 의 최솟값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + 2 = t$ 로 놓으면

$t = (x - 1)^2 + 1 \geq 1$ 이고

$$f(x) = g(t) = t(t + 1) + 3t - 6$$

$$= t^2 + 4t - 6$$

$$= (t + 2)^2 - 10 \quad (t \geq 1)$$

따라서 구하는 최솟값은

$$g(1) = (1 + 2)^2 - 10 = -1$$

20. 이차부등식 $ax^2 + 5x + b > 0$ 의 해가 $\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$ 일 때 이차부등식 $bx^2 + 5x + a \geq 0$ 의 해를 구한 것은 ?

① $-6 \leq x \leq -1$

② $-3 \leq x \leq -2$

③ $2 \leq x \leq 3$

④ $1 \leq x \leq 6$

⑤ $1 \leq x \leq 3$

해설

1. 이차부등식 $ax^2 + 5x + b > 0 \cdots ①$

이라 놓으면 ① 의 해가

$$\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2} \text{ 이므로}$$

$$\left(x - \frac{1}{3}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right) < 0$$

$$x^2 - \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x + \frac{1}{6} < 0$$

$$x^2 - \frac{5}{6}x + \frac{1}{6} < 0, -6x^2 + 5x - 1 > 0$$

$$\therefore ax^2 + 5x + b = -6x^2 + 5x - 1$$

$$\therefore a = -6, b = -1 \cdots ②$$

2. $bx^2 + 5x + a \geq 0$ 의 부등식에 ② 를 대입하면

$$-x^2 + 5x - 6 \geq 0, x^2 - 5x + 6 \leq 0,$$

$$(x - 2)(x - 3) \leq 0$$

$$\therefore 2 \leq x \leq 3$$

21. $(a-2)x + 3y + 1 = 0$, $y = ax + 1$ 에 대하여 두 식을 동시에 만족하는 (x, y) 가 하나도 없을 때, 상수 a 의 값은?

① -1

② 2

③ $\frac{1}{2}$

④ 1

⑤ 2

해설

$$y = -\frac{a-2}{3}x - \frac{1}{3}, y = ax + 1 \text{에 대해}$$

두 직선의 방정식이 교점이 없으려면 두 직선이 평행하면 된다.

$$\Rightarrow -\frac{a-2}{3} = a \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

22. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 50 \text{ 이하의 양의 짝수}\}$ 에 대하여 세 조건 $p : x$ 는 48 의 약수, $q : 0 < x < 30$, $r : x^2 - 10x + 24 = 0$ 일 때, ' p 이고 q 이고 $\sim r$ ' 를 만족하는 집합에 속하지 않는 것은?

① 6

② 8

③ 12

④ 16

⑤ 24

해설

조건 p, q, r 를 만족하는 집합을 각각 P, Q, R 라 하면

$$P = \{2, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 48\}$$

$$Q = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots, 28\}$$

$$R = \{4, 6\}$$

' p 이고 q 이고 $\sim r$ ' 를 만족하는 집합은 $P \cap Q \cap R^c$ 이므로

$$P \cap Q \cap R^c = \{2, 8, 12, 16, 24\}$$

23. $\{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B = A$ 가 성립하기 위한 필요충분조건으로 알맞은 것은?

① $A \cap B^c = \emptyset$

② $B \cap A^c = \emptyset$

③ $A = B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A \cup B = A$

해설

$$\begin{aligned} & \{(A \cap B) \cup (A - B)\} \cap B \\ &= \{(A \cap B) \cup (A \cap B^c)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B \cup B^c)\} \cap B \\ &= A \cap B = A \end{aligned}$$

$\therefore A \subset B$ 이므로 $A \cap B^c = \emptyset$ 이면 $A \subset B$ 이므로 필요충분조건은 ①이다.

24. $2 + \frac{1}{k + \frac{1}{m + \frac{1}{5}}} = \frac{803}{371}$ 일 때, 자연수 k, m 의 값에 대하여 $k + m$ 의

값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$\begin{aligned} \frac{803}{371} &= 2 + \frac{61}{371} = 2 + \frac{1}{\frac{371}{61}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{5}{61}} = 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{\frac{61}{5}}} \\ &= 2 + \frac{1}{6 + \frac{1}{12 + \frac{1}{5}}} \end{aligned}$$

따라서 $k = 6, m = 12$

$$\therefore k + m = 18$$

25. 복소수 $\alpha = a + bi$ (a, b 는 실수) 에 대하여 $\alpha^* = b + ai$ 로 나타낸다. $\alpha = \frac{4+3i}{5}$ 일 때, $5\alpha^5(\alpha^*)^4$ 의 값을 구하면?

① $4 + 3i$

② $3 + 3i$

③ $2 + 3i$

④ $1 + 3i$

⑤ $-1 + 3i$

해설

$$\begin{aligned}\alpha\alpha^* &= (a + bi)(b + ai) \\ &= ab + a^2i + b^2i - ab = (a^2 + b^2)i\end{aligned}$$

$$\alpha = \frac{4+3i}{5} \text{ 이므로 } \alpha\alpha^* = \left\{ \left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2 \right\} i = i$$

$$\begin{aligned}\therefore 5\alpha^5(\alpha^*)^4 &= 5\alpha(\alpha \cdot \alpha^*)^4 \\ &= 5 \cdot \frac{4+3i}{5} \cdot i^4 \\ &= 4 + 3i\end{aligned}$$