

1. 복소수 z 를 원소로 하는 집합 $M = \{z \mid z = (x+y) + (x-y)i, x, y \text{는 양의 실수}\}$ 일 때, 다음 중 M 의 원소인 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-3 - 2i$

② $-1 + 2i$

③ $2 + 3i$

④ $3 + 4i$

⑤ $5 + 2i$

해설

복소수 $z = (x+y) + (x-y)i$ 에서 $x > 0, y > 0$ 인 실수이므로 $x+y > 0$ 이고 $x+y > x-y$
따라서 (실수 부분) > 0 , (실수 부분) $>$ (허수 부분) 이다.
이를 만족시키는 복소수는 ⑤ $5 + 2i$ 이다.

2. 이차방정식 $x^2 - 3x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

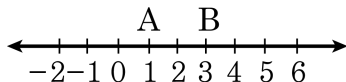
해설

두근의 합 : 3, 두근의 곱 : 1

$$\begin{aligned}\therefore \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= 7\end{aligned}$$

3. 다음 빈 칸에 들어갈 수를 차례로 써라.

다음 수직선의 점들 중에서 선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점의 좌표는 ()이고, 1 : 2로 외분하는 점의 좌표는 ()이다.



▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

▷ 정답 : -1

해설

선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점은 선분 AB의 오른쪽 연장선 위에 있다.

선분 AB를 2 : 1로 외분하는 점을 Q라 놓으면 선분 AQ의 길이와 선분 BQ의 길이의 비가 2 : 1이 되어야 하므로 구하는 점 Q의 좌표는 Q(5)이다.

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점은 선분 AB의 왼쪽 연장선 위에 있다.

선분 AB를 1 : 2로 외분하는 점을 R라 놓으면 선분 AR의 길이와 선분 BR의 길이의 비가 1 : 2이 되어야 하므로 구하는 점 R의 좌표는 R(-1)이다.

4. 방정식 $x^2 + y^2 + 2x = 0$ 이 나타내는 도형의 넓이를 구하면?

① 3π

② 2π

③ π

④ $\frac{1}{2}\pi$

⑤ $\frac{1}{3}\pi$

해설

(준식) : $(x + 1)^2 + y^2 = 1$

중심 $(-1, 0)$, 반지름의 길이가 1 인 원이므로 넓이는 π

5. $n(\{1, 3, 5, 7, 9\}) - n(\{3, 6, 9\})$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 5

④ 7

⑤ 9

해설

$$(\text{준식}) = 5 - 3 = 2$$

6. 어떤 두 집합 A, B 사이의 포함관계가 $A \subset B$ 이다. 이 때, 집합 A, B 가 될 수 없는 것을 모두 골라라.

① $A = \{x|x\text{는 } 10\text{보다 작은 짝수}\}, B = \{x|x\text{는 } 2\text{의 배수}\}$

② $A = \{x|x\text{는 } 9\text{의 배수}\}, B = \{x|x\text{는 } 3\text{의 배수}\}$

③ $A = \{x|x\text{는 } 12\text{의 약수}\}, B = \{x|x\text{는 } 6\text{의 약수}\}$

④ $A = \{x|x\text{는 } 10\text{ 이하의 홀수}\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

⑤ $A = \{x|x\text{는 소수}\}, B = \{x|x\text{는 홀수}\}$

해설

① $A = \{2, 4, 6, 8\}, B = \{2, 4, 6, 8, 10, \dots\} \therefore A \subset B$

② $A = \{9, 18, 27, \dots\}, B = \{3, 6, 9, 12, 15, 18, \dots\} \therefore A \subset B$

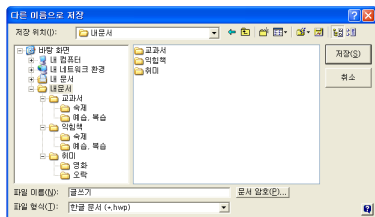
③ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 2, 3, 6\} \therefore A \not\subset B$

④ $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \therefore A \subset B$

⑤ $A = \{2, 3, 5, 7, \dots\}, B = \{1, 3, 5, 7, 9, \dots\} \therefore A \not\subset B$

7. 컴퓨터에 여러 가지 파일을 종류별로 나누어 저장하기 위하여 몇 개의 폴더를 만들고, 한 폴더 안에도 다시 몇 개의 폴더를 만들어 파일을 세부적으로 분류한다.

다음 그림에서 숙제 집합은 내문서 집합에 포함되고, 서로 같지는 않다. 이런 두 집합 사이의 포함 관계를 무엇이라고 하는가?



① 부분집합

② 진부분집합

③ 서로 같은 집합

④ 속하는 집합

⑤ 답 없음

해설

진부분집합의 또 다른 정의는 $X \subset A$, $X \neq A$ 이므로 $X =$ (숙제), $A =$ (내문서) 라 하면 $X \subset A$, $X \neq A$ 가 성립한다. 따라서 진부분집합이다.

8. 전체집합 U 의 공집합이 아닌 두 부분집합 A, B 에 대하여 $B \subset A$ 일 때, 다음 중 항상 옳은 것은?

① $A \cap B = \emptyset$

② $A \cup B = U$

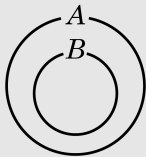
③ $B - A = \emptyset$

④ $A - B = \emptyset$

⑤ $A \cap B^c = \emptyset$

해설

$B \subset A$ 이면, 집합 A, B 는 다음 벤 다이어그램과 같은 포함관계를 만족한다.



① $A \cap B = B$

② $A \cup B = A$

④ $A - B \neq \emptyset$

⑤ $A \cap B^c \neq \emptyset$

9. 실수 전체의 집합에서 정의된 두 함수 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x)$ 는 항등함수이고, 모든 실수 x 에 대하여 $g(x) = -2$ 일 때, $f(4) + g(-1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$f(x)$ 는 항등함수이므로 $f(4) = 4$
모든 x 에 대하여 $g(x) = -2$ 이므로
 $g(x)$ 는 상수함수이다.
즉, $g(-1) = -2$
 $\therefore f(4) + g(-1) = 4 + (-2) = 2$

10. 다항식 $x^3 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

나누어 떨어지려면 나머지가 0이어야 하므로

$x^2 = x - 1$ 을 대입하면

$$ax + (b - 1) = 0$$

이 등식이 x 에 대한 항등식이므로,

$$a = 0, b - 1 = 0$$

$$\therefore a = 0, b = 1$$

$$\therefore a + b = 1$$

해설

$$x^3 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 1)Q(x)$$

$$= (x^2 - x + 1)(x + b)$$

$$\therefore b = 1, a = 0$$

11. 이차함수 $y = -\left(x + \frac{1}{2}\right)^2$ 의 최댓값은?

① 3

② 4

③ -1

④ 0

⑤ 5

해설

꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 이므로 $x = -\frac{1}{2}$ 일 때, 최댓값을 갖는다.

12. 다음 세 개의 3차방정식의 공통근을 구하여라.

$$x^3 + 3x^2 - x - 3 = 0, \quad x^3 + 2x^2 - x - 2 = 0, \\ x^3 - 4x^2 + 5x - 2 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 1$

해설

제 1 식에서 $(x-1)(x+1)(x+3) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -3$

제 2 식에서 $(x-1)(x+1)(x+2) = 0$

$\therefore x = 1, -1, -2$

제 3 식에서 $(x-1)^2(x-2) = 0$

$\therefore 1, 2$

$\therefore$ 공통근 : $x = 1$

13. x, y 에 대한 연립방정식 $\begin{cases} ax - y = a \\ x - ay = 1 \end{cases}$ 이 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 값은?

① $a = -1$

② $a = 1$

③ $a = \pm 1$

④ $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수

⑤ 없다.

해설

연립방정식이 오직 한 쌍의 해를 가지려면

$$\frac{a}{1} \neq \frac{-1}{-a}, -a^2 \neq -1$$

$$\therefore a \neq \pm 1$$

따라서 오직 한 쌍의 해를 갖도록 하는 a 의 값은 $a \neq \pm 1$ 인 모든 실수이다.

14. 다음 연립부등식의 해를 $a < x < b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 5x + 2 > 3x - 4 \\ 2x - 1 < -7x + 26 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$5x + 2 > 3x - 4$$

$$2x > -6$$

$$\therefore x > -3$$

$$2x - 1 < -7x + 26$$

$$9x < 27$$

$$\therefore x < 3$$

$$-3 < x < 3 \text{ 이므로 } a = -3, b = 3$$

$$\therefore a + b = 0$$

15. 도형 $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 5$ 를 x 축 방향으로 -2 만큼, y 축 방향으로 1 만큼 평행이동한 도형의 방정식을 구하면?

① $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 5$

② $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 5$

③ $(x-3)^2 + (y+3)^2 = 5$

④ $(x-3)^2 + (y-3)^2 = 5$

⑤ $(x+3)^2 + (y-3)^2 = 5$

해설

$$x-2 = x' \quad y+1 = y'$$

라 하고 주어진 식에 대입한다.

$$\Rightarrow (x' + 2 + 1)^2 + (y' - 1 - 2)^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x' + 3)^2 + (y' - 3)^2 = 5$$

$$\Rightarrow (x + 3)^2 + (y - 3)^2 = 5$$

16. 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여 대칭이동한 다음 y 축의 방향으로 4 만큼 평행이동한 점은 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여 대칭이동한 점과 같다. 이때, 상수 b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

- (i) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = 3$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2 \cdot 3 - 1)$ 즉, $(5, 5)$
점 $(5, 5)$ 를 다시 y 축의 방향으로 4 만큼
평행이동한 점의 좌표는 $(5, 5 + 4)$
즉, $(5, 9)$
- (ii) 점 $(5, 1)$ 을 직선 $y = b$ 에 대하여
대칭이동한 점의 좌표는 $(5, 2b - 1)$
- (i), (ii)로부터 $2b - 1 = 9 \quad \therefore b = 5$

17. 다음 중 옳은 것은?

보기

㉠ $n(\emptyset) = 0$

㉡ $A \subset B$ 이면, $n(A) \leq n(B)$ 이다.

㉢ $n(\{x \mid x \text{는 } 1 \text{ 이상 } 4 \text{ 이하의 짝수}\}) = 2$

㉣ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$

㉤ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{e\}) = 3$

① ㉡, ㉢, ㉤

② ㉠, ㉢, ㉣

③ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

④ ㉡, ㉢, ㉣, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤

해설

㉣ 반례 : $A = \{2\}$, $B = \{1, 3\}$

18. $\{1, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 4 개

해설

집합 X 는 1, 4 를 반드시 원소로 가지는 $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 부분집합이므로 개수는 $2^2 = 4$ (개)

19. x 에 대한 다항식 $2x^3 - 5x^2 + ax + b$ 가 다항식 $x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지도록 상수 a, b 의 값을 정하면?

- ① $a = 7, b = -6$ ② $a = 6, b = -5$ ③ $a = 5, b = -3$
④ $a = 4, b = -5$ ⑤ $a = 3, b = 7$

해설

직접 나누면

몫이 $2x - 3$, 나머지가 $(a - 7)x + b + 6$ 이므로

$$2x^3 - 5x^2 + ax + b$$

$$= (x^2 - x + 2)(2x - 3) + (a - 7)x + b + 6$$

$x^2 - x + 2$ 로 나누어떨어지기 위해서는 나머지가 0이어야 하므로

$$(a - 7)x + b + 6 = 0$$

$$\therefore a = 7, b = -6$$

20. 다음 방정식의 해는?

$$x^2 - 5|x| + 6 = 0$$

① $0, \pm 1$

② $0, \pm 2$

③ $\pm 1, \pm 2$

④ $\pm 2, \pm 3$

⑤ $\pm 3, \pm 4$

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ 에서

$x \geq 0$ 일 때,

$$x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$\therefore x = 2, \text{ 또는 } x = 3$$

(ii) $x < 0$ 일 때,

$$x^2 + 5x + 6 = 0$$

$$(x + 2)(x + 3) = 0$$

$$\therefore x = -2, \text{ 또는 } x = -3$$

(i), (ii)에서 $x = \pm 2, x = \pm 3$

21. x 에 관한 이차방정식 $3(x-1)(x-m) - x(7-m^2) = 4-m^2$ 의 두 실근의 절댓값이 같고 부호가 다를 때, 실수 m 의 값은?

① 5

② 2

③ -5

④ -2

⑤ 1

해설

$3x^2 + (m^2 - 3m - 10)x + m^2 + 3m - 4 = 0$ 의
두 근을 α, β 라 하면

$$\alpha + \beta = -\frac{1}{3}(m^2 - 3m - 10) = 0,$$

$$\alpha\beta = \frac{1}{3}(m^2 + 3m - 4) < 0$$

$$(m - 5)(m + 2) = 0 \quad \therefore m = 5, -2$$

$$(m + 4)(m - 1) < 0 \quad \therefore -4 < m < 1$$

$$\therefore m = -2$$

22. 이차방정식 $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\frac{2}{\alpha}, \frac{2}{\beta}$ 을 두 근으로 갖고 계수가 정수인 이차방정식은?

① $4x^2 - 3x + 4 = 0$

② $3x^2 - 4x + 4 = 0$

③ $3x^2 + 4x - 4 = 0$

④ $4x^2 + 3x - 4 = 0$

⑤ $3x^2 - 3x + 4 = 0$

해설

근과 계수의 관계에 의해

$$\alpha + \beta = 2, \quad \alpha\beta = 3$$

$$\therefore \frac{2}{\alpha} + \frac{2}{\beta} = \frac{2(\alpha + \beta)}{\alpha\beta} = \frac{4}{3} \quad \dots \text{두근의합}$$

$$\frac{2}{\alpha} \cdot \frac{2}{\beta} = \frac{4}{\alpha\beta} = \frac{4}{3} \quad \dots \text{두근의곱}$$

$$\therefore x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{4}{3} = 0$$

$$\therefore 3x^2 - 4x + 4 = 0$$

23. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$ 에서 원소 1은 포함되고 동시에 원소 4는 포함하지 않는 부분집합의 개수는?

- ① 4개 ② 6개 ③ 8개 ④ 10개 ⑤ 12개

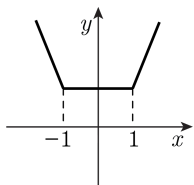
해설

집합 A 에서 원소 1과 4를 제외한 부분집합의 개수와 같다.

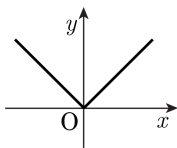
$$\therefore 2^{4-2} = 2^2 = 4$$

24. 다음 중 함수 $y = |x - 1| + x + |x + 1|$ 의 그래프는?

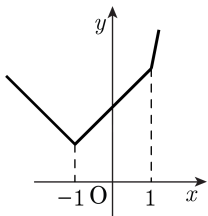
①



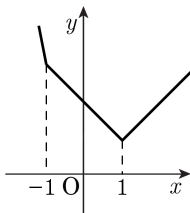
②



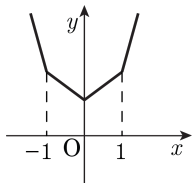
③



④



⑤



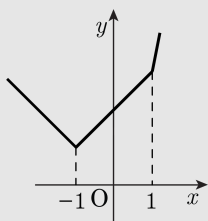
해설

$$\begin{aligned} \text{i) } x \leq -1 \text{ 일 때, } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= -(x - 1) + x - (x + 1) \\ &= -x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ii) } -1 < x \leq 1 \text{ 일 때 } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= -(x - 1) + x + (x + 1) \\ &= x + 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 1 < x \text{ 일 때 } y &= |x - 1| + x + |x + 1| \\ &= (x - 1) + x + (x + 1) \\ &= 3x \end{aligned}$$

i), ii), iii) 에 의하여 주어진 함수의 그래프는



25. 자연수 n 에 대하여 함수 $f(n)$ 과 다음과 같다고 하자.

$$f(n) = \begin{cases} i^{n+1} (n = 4k) \\ -i^n (n = 4k + 1) \text{ (단, } k \text{는 정수)} \\ 2i (n = 4k + 2) \\ -i (n = 4k + 3) \end{cases}$$

(단, k 는 정수)이 때, $f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$ 를 구하면?

① i

② $-i$

③ 0

④ $500i$

⑤ $501i$

해설

$$n = 4k \Rightarrow f(n) = i^{4k+1} = i$$

$$n = 4k + 1 \Rightarrow f(n) = -i^{4k+1} = -i$$

$$n = 4k + 2 \Rightarrow f(n) = 2i$$

$$n = 4k + 3 \Rightarrow f(n) = -i$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = -i + 2i - i + i = i$$

계속 반복되므로

$$f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$$

$$= i \times 501 + f(2005)$$

$$= 501i - i = 500i$$