

1. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.
- ② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.
- ③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.
- ④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.
- ⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

- ① 부분집합의 개수 = 2^n (n : 집합 원소의 개수)
- ② 진부분집합의 개수 = $2^n - 1$
 $\therefore 2^3 - 1 = 7$ (참)
- ③ $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A, B$ 는 서로소
 $\therefore \{3, 6, 7\} \cap \{4, 5, 6\} \neq \emptyset$ (거짓)
- ④ (참)
- ⑤ (참)

2. 실수의 집합에서 실수의 집합으로의 함수 $f(x)$ 가 다음과 같이 주어질 때 $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ 를 차례대로 구하여라.

$$f(x) = 2x + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

▷ 정답 : 5

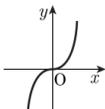
해설

다음 요령에 따르면 된다.

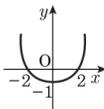
$$f(0) = 2 \times 0 + 1 = 1, f(1) = 2 \times 1 + 1 = 3, f(2) = 2 \times 2 + 1 = 5$$

3. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

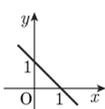
①



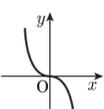
②



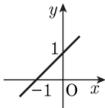
③



④



⑤



해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수 x_1, x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때 $f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로 정답은 ②번이다.

4. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?

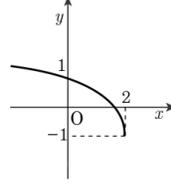
① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

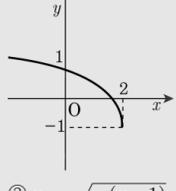
⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$



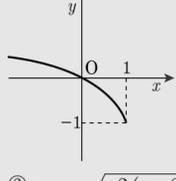
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

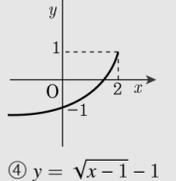
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



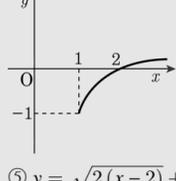
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



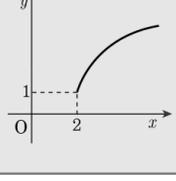
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



5. ${}_9P_r = \frac{9!}{3!}$ 일 때, r 의 값은?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$${}_9P_6 = \frac{9!}{3!} \text{ 이므로 } r = 6$$

6. 4명의 학생이 일렬로 놓인 4개의 의자에 앉는 방법의 수는?

- ① 6 ② 12 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

$${}_4P_4 = 4! = 24$$

7. 8 개의 축구팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 열리는 총 경기의 수는?

- ① 16 ② 24 ③ 28 ④ 36 ⑤ 42

해설

8 개 팀 중 2 개팀을 고르는 방법 수와 같다.

$$\therefore {}_8C_2 = 28$$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \emptyset$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$

② $A \cap B = \emptyset$

③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$

⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

9. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a-b| > |a|-|b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \leq 0$

② $ab \geq 0$

③ $a+b \geq 0$

④ $ab < 0$

⑤ $a-b > 0$

해설

$|a-b| > ||a|-|b||$ 에 대하여

$$(a-b)^2 - (||a|-|b||)^2$$

$$= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$$

$$= -2ab + 2|a||b| > 0 \text{ 이려면}$$

a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.

따라서 $ab < 0$

10. a, b 가 양수일 때, $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right)$ 의 최솟값을 구하면?

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right) = 1 + 4ab + \frac{1}{ab} + 4$$

a, b 가 양수이므로, $ab > 0$

$$4ab + \frac{1}{ab} \geq 2 \cdot \sqrt{4ab \cdot \frac{1}{ab}} = 4$$

$$\therefore \left(a + \frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a} + 4b\right) = 4ab + \frac{1}{ab} + 5 \geq 5 + 4 = 9$$

11. $\frac{x-2}{2x^2-5x+3} + \frac{3x-1}{2x^2+x-6} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(준 식)

$$\begin{aligned} &= \frac{x-2}{(2x-3)(x-1)} + \frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{x^2+x-2} \\ &= \frac{(x-2)(x+2) + (3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x+1}{(x+2)(x-1)} + \frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)} \\ &= \frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)} = 2 \end{aligned}$$

12. $\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

13. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답:

▷ 정답: 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

14. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \frac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \frac{1}{x}$

② $y = \frac{2}{x}$

③ $y = x + \frac{1}{x}$

④ $y = x + \frac{2}{x}$

⑤ $y = 2x + \frac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore y+4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \frac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축

방향으로 -1 , y 축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

15. 분수함수 $y = \frac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a, y = b$ 라고 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$y = \frac{3x-1}{x+1} = \frac{-4}{x+1} + 3 \text{ 에서 점근선은}$$

$$x = -1, y = 3$$

$$a = -1, b = 3$$

$$\therefore a + b = 2$$

16. $3 + \sqrt{8}$ 의 소수 부분을 x 라 할 때, $\sqrt{x^2 + 4x}$ 의 값을 구하라.

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

(1) 단계

$2 < \sqrt{8} < 3$ 이므로

$3 + \sqrt{8} - 2 + 2 = 5 + \sqrt{8} - 2$ 에서

소수 부분 $x = \sqrt{8} - 2$

(2) 단계

$x + 2 = \sqrt{8}$

(양변을 제곱하면) $x^2 + 4x + 4 = 8,$

$x^2 + 4x = 4$ 를 대입하면

(준식) $= \sqrt{4} = 2$

17. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답: 가지

▷ 정답: 5가지

해설

짝수의 눈 : 2, 4, 6 (3 가지)
소수의 눈 : 2, 3, 5 (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
 $3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
∴ 5 가지

18. 'busan'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답: 개

▷ 정답: 12개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$$3! \times 2! = 12$$

20. $a > b > 0$ 인 실수 a, b 에 대하여 $\frac{a}{1+a}$ 와 $\frac{b}{1+b}$ 의 대소 관계는?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$
③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$
⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

② $\frac{a}{1+a} \leq \frac{b}{1+b}$
④ $\frac{a}{1+a} \geq \frac{b}{1+b}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{1+a} - \frac{b}{1+b} &= \frac{a+ab-b-ab}{(1+a)(1+b)} \\ &= \frac{a-b}{(1+a)(1+b)} > 0 \\ (\because a > b > 0) \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$$

해설

$$a > b > 0 \text{이면 } \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$$

$$\text{양변에 1을 더하면 } \frac{1+a}{a} < \frac{1+b}{b}$$

$$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$$

21. 일차함수 $f(x)$ 가 $f(0) = 1$ 이고 모든 실수 x 에 대하여 $f(f(x+1)) = 4x+3$ 을 만족할 때 $f(3)$ 의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$$f(0) = 1 \text{ 이므로 } f(x) = ax + 1 (a \neq 0)$$

$$f(x+1) = ax + a + 1$$

$$f(f(x+1)) = a(ax + a + 1) + 1$$

$$= a^2x + a^2 + a + 1$$

$$a^2x + a^2 + a + 1 = 4x + 3 \text{ 에서}$$

$$(a^2 - 4)x + a^2 + a - 2 = 0$$

$$\therefore a^2 - 4 = 0, a^2 + a - 2 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

$$\therefore f(x) = -2x + 1 \quad \therefore f(3) = -5$$

22. $x = 4$ 일 때,
 $\frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)}$ 의 값을
 구하면?

- ① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{1}{(x+a)(x+b)} = \frac{1}{b-a} \left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x+b} \right) \text{이므로}$$

$$\begin{aligned} \text{(준식)} &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} + \frac{1}{x+2} \\ &\quad - \frac{1}{x+3} + \frac{1}{x+3} - \frac{1}{x+4} \\ &= \frac{1}{x} - \frac{1}{x+4} \end{aligned}$$

$\therefore x = 4$ 대입하면 $\frac{1}{8}$

23. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

- ① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

24. 280과 420의 공약수의 개수는?

- ① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

$$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7, 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$$

$$\text{최대공약수} : 140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$$

따라서 공약수의 개수 :

$$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$$

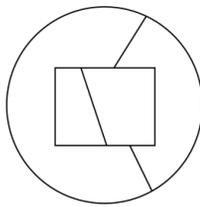
25. 100 원, 300 원, 500 원짜리 3 종류의 사탕이 있다. 이 사탕을 1000 원어치 사는 방법의 수는?

- ㉠ 7개 ㉡ 10개 ㉢ 13개 ㉣ 15개 ㉤ 17개

해설

500 원을 기준으로 생각한다.
100 원을 A , 300 원을 B 라 하면,
(1) 500 원 0개 :
 $(A, B) = (1, 3), (4, 2), (7, 1), (10, 0)$
(2) 500 원 1개 : $(A, B) = (2, 1), (5, 0)$
(3) 500 원 2개 : $(A, B) = (0, 0)$
∴ 총 7개

26. 다음그림과 같은 도형에 A, B, C, D 네 가지 색깔을 칠하려고 한다. 같은 색은 두 번 이상 칠해도 되지만 서로 이웃한 면에는 다른 색을 칠해야 한다고 할 때, 가능한 방법의 수는?

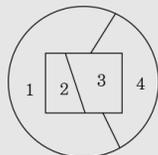


- ① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

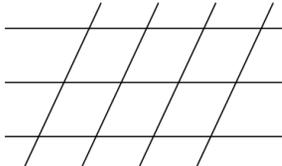
다음그림과 같이 나누어진 영역을 1,2,3,4 라고 하면 각 영역에 칠할 수 있는 색의 경우의 수는

1 2 3 4
 ↓ ↓ ↓ ↓
 4가지 3가지 2가지 2가지



$\therefore 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

28. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



- ① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$${}_3C_2 \times {}_4C_2 = 18$$

29. 다음 중 p 는 q 이기 위한 충분조건인 것은?

① $p : x = 1$ 이고 $y = 1, q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

② $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x + 3 = 0$

③ $p : a > 3, q : a^2 > 9$

④ $p : a^2 = ab, q : a = b$

⑤ $p : |a| < |b|, q : a < b$

해설

$p \rightarrow q$ 이면 (진리집합 $P \subset$ 진리집합 Q)

① $P : x = 1, y = 1, Q : x = 1 \wedge y = 1 \Rightarrow$ 필요충분조건

② $P : x = 3$ 또는 $x = -1, Q : x = 1 \pm \sqrt{2}i \Rightarrow$ 서로소

③ $P : a > 3, Q : a < -3$ 또는 $a > 3 \Rightarrow$ 충분조건

④ $P : a = 0$ 또는 $a = b, Q : a = b \Rightarrow$ 필요조건

⑤ $p \not\rightarrow q, q \rightarrow p$ (반례: $a = 2, b = -3$)

30. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B)^c = B - A$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

- ① $A \cap B = \emptyset$ ② $A \cup B = U$ ③ $A \subset B^c$
④ $A^c \cup B = U$ ⑤ $A = B^c$

해설

$(A - B)^c = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B$, $B - A = A^c \cap B$ $A^c \cup B = A^c \cap B$ 에서 $A^c = B$
즉, $A = B^c$

31. 이차방정식 $x^2 - 4x + 4a = 0$ (a 는 실수) 이 허근을 가질 때, $a-1 + \frac{9}{a-1}$ 의 최솟값은?

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2 - 4x + 4a = 0$ 이 허근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = 4 - 4a < 0$$

$$\therefore a > 1$$

$$\therefore (a-1) + \frac{9}{(a-1)} \geq 2\sqrt{(a-1) \cdot \frac{9}{(a-1)}} = 6$$

따라서 최솟값은 6

32. $\frac{d}{a+b+c} = \frac{a}{b+c+d} = \frac{b}{c+d+a} = \frac{c}{d+a+b} = k$ 라 할 때, k 가 취할 수 있는 모든 값의 합은?

- ① -1 ② $-\frac{2}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $-\frac{3}{4}$

해설

준식에서 $d = (a+b+c)k$,
 $a = (b+c+d)k$,
 $b = (c+d+a)k$,
 $c = (d+a+b)k$ 이므로
변변 더하면 $a+b+c+d = 3k(a+b+c+d)$
i) $a+b+c+d \neq 0$ 일 때, $k = \frac{1}{3}$
ii) $a+b+c+d = 0$ 일 때, $a+b+c = -d$ 이므로
 $k = \frac{d}{a+b+c} = \frac{d}{-d} = -1$
 $\therefore k$ 의 모든 값의 합은 $-\frac{2}{3}$

33. $x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$ 일 때, 다항식 $x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$ 의 값은?

① $4 - 2\sqrt{2}$

② $4 + 2\sqrt{2}$

③ $3 - 2\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{2}$

⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$$x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{17 - 2\sqrt{72}} = 3 - 2\sqrt{2} \text{ 이므로 } x - 3 = -2\sqrt{2}$$

$$\text{양변을 제곱하면, } (x - 3)^2 = 8$$

$$\therefore x^2 - 6x + 1 = 0$$

주어진 식을 $x^2 - 6x + 1$ 로 나누면

$$x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$$

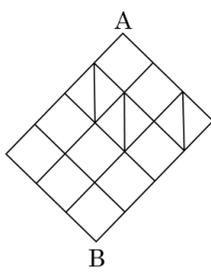
$$= (x^2 - 6x + 1)(x^3 + 2x^2 + 4x + 1) + x + 1$$

$$= x + 1$$

$$= (3 - 2\sqrt{2}) + 1$$

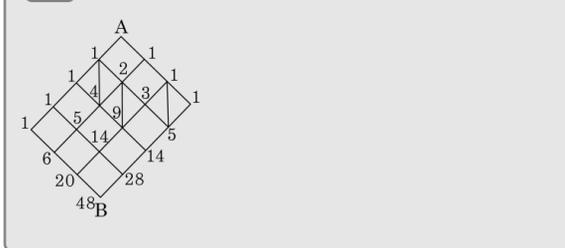
$$= 4 - 2\sqrt{2}$$

34. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나가는 경로의 수는?



- ① 34 ② 36 ③ 41 ④ 48 ⑤ 52

해설



35. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개 층에서 설 수 있다고 한다. 이때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

- ① 75600 ② 84400 ③ 92400
④ 12450 ⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의 수는

$${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \text{ 이고,}$$

이와 같이 3 개 층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}P_3$ 이다.

$$\therefore {}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$$