1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 원소가 4개인 집합의 부분집합의 개수는 16개이다.

② 원소가 3개인 집합의 진부분집합의 개수는 7개이다.

③ 집합 $\{3, 6, 7\}$ 과 집합 $\{4, 5, 6\}$ 는 서로소이다.

④ 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이다.

⑤ 어떤 명제가 참이라고 해서 그 역이 반드시 참인 것은 아니다.

해설

① 부분집합의 개수 $= 2^n$ (n : 집합 원소의 개수)

② 진부분집합의 개수 $= 2^n - 1$

$\therefore\ 2^3 - 1 = 7$ (참)

③ $A \cap B = \varnothing \quad \Rightarrow \quad A,\ B$ 는 서로소

$\therefore\ \{3,\ 6,\ 7\} \cap \{4,\ 5,\ 6\} \neq \varnothing$ (거짓)

④ (참)

⑤ (참)

2. 실수의 집합에서 실수의 집합으로의 함수 $f(x)$가 다음과 같이 주어질 때 $f(0)$, $f(1)$, $f(2)$ 를 차례대로 구하여라.

$$f(x) = 2x + 1$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

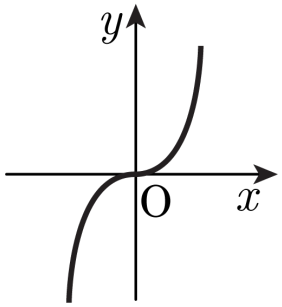
▷ 정답 : 5

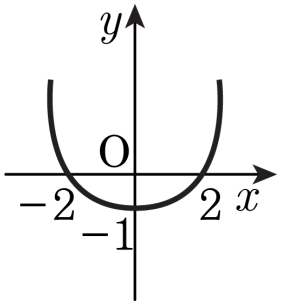
해설

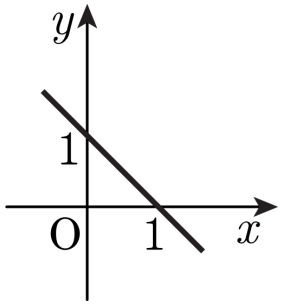
다음 요령에 따르면 된다.

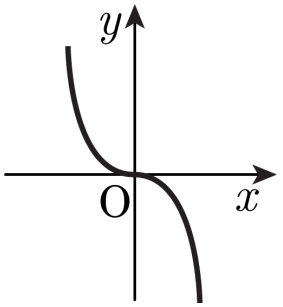
$f(0) = 2\times\ 0+1 = 1$, $f(1) = 2\times 1+1 = 3$, $f(2) = 2\times\ 2+1 = 5$

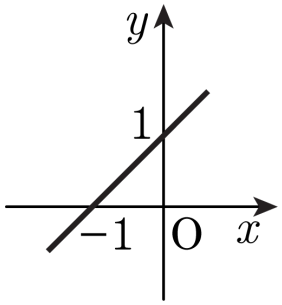
3. 다음 함수의 그래프 중 일대일 대응이 아닌 것은?

① 

② 

③ 

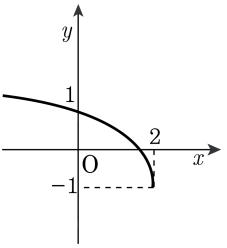
④ 

⑤ 

해설

치역과 공역이 같고 임의의 두 실수
x_1 , x_2 에 대하여 $x_1 \neq x_2$ 일 때
$f(x_1) \neq f(x_2)$ 를 만족해야하므로
정답은 ②번이다.

4. 다음 함수의 그래프의 식을 구하면?



① $y = \sqrt{-2x+4} - 1$

② $y = \sqrt{-x+1} - 1$

③ $y = -\sqrt{-2x+4} + 1$

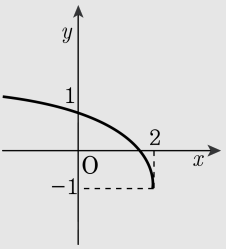
④ $y = \sqrt{x-1} - 1$

⑤ $y = \sqrt{2x-4} + 1$

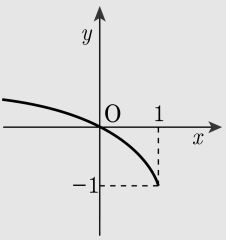
해설

보기의 함수의 그래프를 그려보면 다음과 같다.

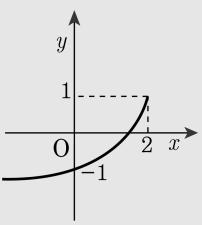
① $y = \sqrt{-2(x-2)} - 1$



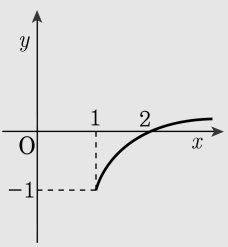
② $y = \sqrt{-(x-1)} - 1$



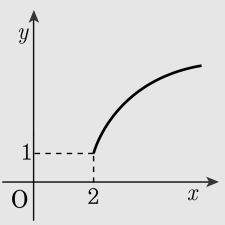
③ $y = -\sqrt{-2(x-2)} + 1$



④ $y = \sqrt{x-1} - 1$



⑤ $y = \sqrt{2(x-2)} + 1$



5. ${}_9P_r = \dfrac{9!}{3!}$ 일 때, r의 값은?

① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

${}_9P_6 = \dfrac{9!}{3!}$ 이므로 $r = 6$

6. 4명의 학생이 일렬로 놓인 4개의 의자에 앉는 방법의 수는?

① 6 ② 12 ③ 24 ④ 32 ⑤ 48

해설

${}_4P_4 = 4! = 24$

7. 8 개의 축구팀이 서로 한 번씩 경기를 할 때, 열리는 총 경기의 수는?

① 16 ② 24 ③ 28 ④ 36 ⑤ 42

해설

8 개 팀 중 2 개팀을 고르는 방법 수와 같다.

$\therefore\ {}_8C_2 = 28$

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A \cup B) - A = \varnothing$ 가 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A \subset B$ ② $A \cap B = \varnothing$ ③ $A \cap B = A$

④ $A \cup B = A$ ⑤ $A \cup B = U$

해설

B 집합이 A 집합 안에 포함된다는 의미이므로 ④가 정답이다.

9. 실수 a, b 에 대하여 다음 중 $|a-b| > |a|-|b|$ 가 성립할 필요충분조건인 것은?

① $ab \le 0$ ② $ab \ge 0$ ③ $a+b \ge 0$

④ $ab < 0$ ⑤ $a-b > 0$

해설

$|a-b| > ||a|-|b||$ 에 대하여

$(a-b)^2 - (||a|-|b||)^2$

$= a^2 - 2ab + b^2 - (a^2 - 2|a||b| + b^2)$

$= -2ab + 2|a||b| > 0$ 이려면

a 와 b 가 서로 부호가 반대이어야 한다.

따라서 $ab < 0$

10. $a,\ b$가 양수일 때, $\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a}+4b\right)$의 최솟값을 구하면?

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$\left(a+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a}+4b\right)=1+4ab+\frac{1}{ab}+4$$

$a,\ b$가 양수이므로, $ab>0$

$$4ab+\frac{1}{ab}\geq 2\cdot\sqrt{4ab\cdot\frac{1}{ab}}=4$$

$$\therefore \left(a+\frac{1}{b}\right)\left(\frac{1}{a}+4b\right)=4ab+\frac{1}{ab}+5\geq 5+4=9$$

11. $\dfrac{x-2}{2x^2-5x+3}+\dfrac{3x-1}{2x^2+x-6}+\dfrac{2x^2-5}{x^2+x-2}$ 을 계산하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(준 식)

$$=\frac{x-2}{(2x-3)(x-1)}+\frac{3x-1}{(2x-3)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{x^2+x-2}$$

$$=\frac{(x-2)(x+2)+(3x-1)(x-1)}{(2x-3)(x-1)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{4x^2-4x-3}{(2x-3)(x-1)(x+2)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{(2x-3)(2x+1)}{(2x-3)(x+2)(x-1)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x+1}{(x+2)(x-1)}+\frac{2x^2-5}{(x+2)(x-1)}$$

$$=\frac{2x^2+2x-4}{(x+2)(x-1)}=2$$

12. $\dfrac{x-1}{3x-6} \times \dfrac{2x-4}{x^2-x}$ 를 계산하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{2}{3x}$

해설

$$\frac{x-1}{3x-6} \times \frac{2x-4}{x^2-x} = \frac{2(x-1)(x-2)}{3x(x-2)(x-1)} = \frac{2}{3x}$$

13. $x^2 - 5x + 1 = 0$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 23

해설

$x^2 - 5x + 1 = 0$ 에서 양변을 x 로 나눈다.

$$x + \frac{1}{x} - 5 = 0$$

$$x + \frac{1}{x} = 5$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = 25 - 2 = 23$$

14. 다음 함수 중 그 그래프를 평행이동시켰을 때, 함수 $y = \dfrac{2x^2}{x+1}$ 의 그래프와 일치하는 것은?

① $y = \dfrac{1}{x}$ ② $y = \dfrac{2}{x}$ ③ $y = x + \dfrac{1}{x}$

④ $y = x + \dfrac{2}{x}$ ⑤ $y = 2x + \dfrac{2}{x}$

해설

$2x^2 = (x+1)(2x-2) + 2$ 이므로

$$y = \frac{2x^2}{x+1} = (2x-2) + \frac{2}{x+1}$$

$$= 2(x+1) + \frac{2}{x+1} - 4$$

$$\therefore\ y + 4 = 2(x+1) + \frac{2}{x+1}$$

이것은 $y = 2x + \dfrac{2}{x}$ 의 그래프를 x 축 방향으로 -1, y축 방향으로 -4 만큼 이동한 것이다.

15. 분수함수 $y = \dfrac{3x-1}{x+1}$ 의 점근선을 $x = a$, $y = b$ 라고 할 때, $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$y = \dfrac{3x-1}{x+1} = \dfrac{-4}{x+1} + 3$ 에서 점근선은

$x = -1,\ y = 3$

$a = -1,\ b = 3$

$\therefore\ a+b = 2$

16. $3+\sqrt{8}$의 소수 부분을 x라 할 때, $\sqrt{x^2+4x}$의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

(1) 단계

$2 < \sqrt{8} < 3$이므로

$3+\sqrt{8}-2+2 = 5+\sqrt{8}-2$ 에서

소수 부분 $x = \sqrt{8}-2$

(2) 단계

$x+2 = \sqrt{8}$

(양변을 제곱하면) $x^2+4x+4 = 8$,

$x^2+4x = 4$를 대입하면

(준식)$= \sqrt{4} = 2$

17. 한 개의 주사위를 던질 때, 짝수의 눈이 나오거나 소수의 눈이 나오는 경우의 수를 구하시오.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 5 가지

해설

짝수의 눈 : $2, 4, 6$ (3 가지)
소수의 눈 : $2, 3, 5$ (3 가지)
짝수이면서 소수인 눈 : 2 (1 가지)
따라서 짝수 또는 소수의 눈이 나오는 경우의 수는
$3 + 3 - 1 = 5$ 이다.
$\therefore$ 5 가지

18. 'busan'의 모든 문자를 써서 만든 순열 중 양끝이 모두 모음인 것의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 12개

해설

자음 3개를 배열하고, 양 끝에 모음 u, a를 배치하면 된다.

$3! \times 2! = 12$

19. 빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라의 7가지 색 중에서 4가지를 뽑아 그림을 색칠하려고 한다. 초록은 제외하고 노랑은 포함하여 뽑는 경우의 수를 구하여라.

▶ 답 : 가지

▷ 정답 : 10 가지

해설

부분집합에서 집합의 개수를 구할 때처럼 초록과
노랑을 제외한 5 개의 색 중에 3 개를 뽑는 경우
이므로 ${}_5C_3 = 10$

20. $a > b > 0$인 실수 a, b에 대하여 $\frac{a}{1+a}$와 $\frac{b}{b+1}$의 대소 관계는?

① $\frac{a}{1+a} < \frac{b}{1+b}$
② $\frac{a}{1+a} \le \frac{b}{1+b}$
③ $\frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$
④ $\frac{a}{1+a} \ge \frac{b}{1+b}$
⑤ $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b}$

해설

$$\frac{a}{1+a} - \frac{b}{1+b} = \frac{a+ab-b-ab}{(1+a)(1+b)}$$
$$= \frac{a-b}{(1+a)(1+b)} > 0$$
$(\because a > b > 0)$

$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

해설

$a > b > 0$이면 $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$

양변에 1을 더하면 $\frac{1+a}{a} < \frac{1+b}{b}$

$\therefore \frac{a}{1+a} > \frac{b}{1+b}$

21. 일차함수 $f(x)$가 $f(0)=1$이고 모든 실수 x에 대하여 $f(f(x+1))=4x+3$을 만족할 때 $f(3)$의 값은?

① -5 ② -4 ③ -3 ④ -2 ⑤ -1

해설

$f(0)=1$ 이므로 $f(x)=ax+1(a\neq 0)$

$f(x+1)=ax+a+1$

$f(f(x+1))=a(ax+a+1)+1$

$=a^2x+a^2+a+1$

$a^2x+a^2+a+1=4x+3$ 에서

$(a^2-4)x+a^2+a-2=0$

$\therefore\ a^2-4=0,\ a^2+a-2=0$

$\therefore\ a=-2$

$\therefore\ f(x)=-2x+1 \quad \therefore\ f(3)=-5$

22. $x=4$일 때,

$$\frac{1}{x(x+1)}+\frac{1}{(x+1)(x+2)}+\frac{1}{(x+2)(x+3)}+\frac{1}{(x+3)(x+4)}$$의 값을 구하면?

① $\frac{1}{16}$ ② $\frac{1}{8}$ ③ $\frac{1}{4}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\frac{1}{(x+a)(x+b)}=\frac{1}{b-a}\left(\frac{1}{x+a}-\frac{1}{x+b}\right)$$ 이므로

$$(\text{준식})=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+1}+\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}+\frac{1}{x+2}$$
$$-\frac{1}{x+3}+\frac{1}{x+3}-\frac{1}{x+4}$$
$$=\frac{1}{x}-\frac{1}{x+4}$$

$\therefore$ $x=4$ 대입하면 $\frac{1}{8}$

23. 10명의 학생이 O, X 문제에 임의로 답하는 경우의 수는?

① 128 ② 256 ③ 512 ④ 1024 ⑤ 2048

해설

각 학생이 대답할 수 있는 가지 수가
2가지씩이므로 $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

24. 280과 420의 공약수의 개수는?

① 12 ② 15 ③ 18 ④ 21 ⑤ 24

해설

$280 = 2^3 \cdot 5 \cdot 7,\ 420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$

최대공약수 : $140 = 2^2 \cdot 5 \cdot 7$

따라서 공약수의 개수 :

$(2+1) \times (1+1) \times (1+1) = 12$

25. 100 원, 300 원, 500 원짜리 3 종류의 사탕이 있다. 이 사탕을 1000 원어치 사는 방법의 수는?

① 7 개 ② 10 개 ③ 13 개 ④ 15 개 ⑤ 17 개

해설

500 원을 기준으로 생각한다.

100 원을 A, 300 원을 B 라 하면,

(1) 500 원 0 개 :

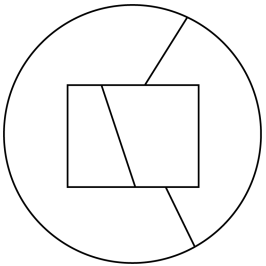
$(A, B) = (1, 3),\ (4, 2),\ (7, 1),\ (10, 0)$

(2) 500 원 1 개 : $(A, B) = (2, 1),\ (5, 0)$

(3) 500 원 2 개 : $(A, B) = (0, 0)$

$\therefore$ 총 7 개

26. 다음그림과 같은 도형에 A, B, C, D 네 가지 색깔을 칠하려고 한다. 같은 색은 두 번 이상 칠해도 되지만 서로 이웃한 면에는 다른 색을 칠해야 한다고 할 때, 가능한 방법의 수는?

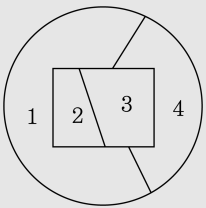


① 36 ② 48 ③ 60 ④ 72 ⑤ 84

해설

다음그림과 같이 나누어진 영역을 $1, 2, 3, 4$ 라고 하면 각 영역에 칠할 수 있는 색의 경우의 수는

1	2	3	4
↓	↓	↓	↓
4가지	3가지	2가지	2가지



$\therefore 4 \times 3 \times 2 \times 2 = 48$

27. 연도인 2002 는 앞, 뒤 어느 쪽부터 읽어도 서로 같은 좌우대칭인 수이다. 2003 년부터 9999 년까지의 연도 중 2002 와 같이 좌우대칭인 수의 개수를 구하여라.

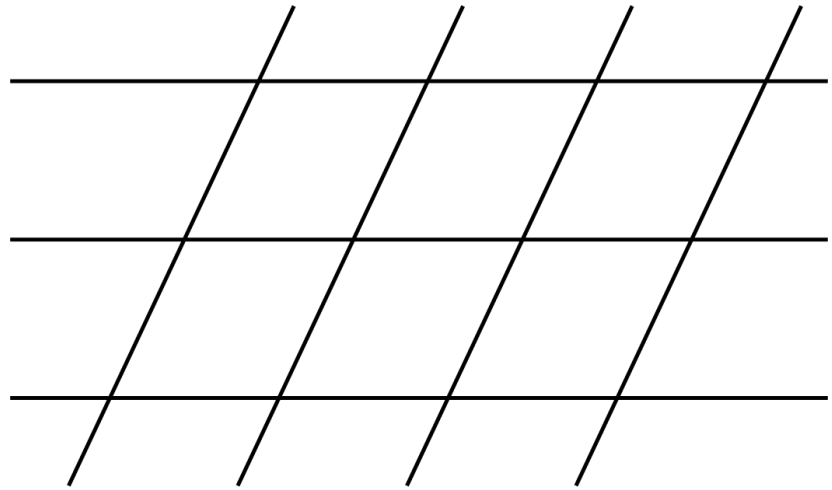
▶ 답 : 개

▷ 정답 : 79 개

해설

좌우대칭인 네 자리 수는 앞의 두 자리 수만 정해지면 된다.
그런데, 2003 이상이 되려면 앞의 두 자리 수는 21 이상 99 이하의 수이어야 한다.
따라서 좌우대칭인 수의 개수는 $99 - 20 = 79$(개) 이다.

28. 다음 그림과 같이 3 개의 평행선과 4 개의 평행선이 만나고 있다. 이들로 이루어지는 평행사변형은 몇 개인가?



① 18 개 ② 24 개 ③ 28 개 ④ 32 개 ⑤ 36 개

해설

가로줄 중에서 2 개를 선택하고, 세로줄 중에서 2 개를 선택하면 평행사변형이 하나 정해진다.

$_3C_2 \times _4C_2 = 18$

29. 다음 중 p는 q이기 위한 충분조건인 것은?

① $p : x = 1$ 이고 $y = 1$, $q : x + y = 2$ 이고 $xy = 1$

② $p : |x - 1| = 2$, $q : x^2 - 2x + 3 = 0$

③ $p : a > 3$, $q : a^2 > 9$

④ $p : a^2 = ab$, $q : a = b$

⑤ $p : |a| < |b|$, $q : a < b$

해설

$p \rightarrow q$ 이면 (진리집합 P)$\subset$ (진리집합 Q)

① $P : x = 1,\ y = 1$, $Q : x = 1\ \ y = 1 \Rightarrow$ 필요충분조건

② $P : x = 3$ 또는 $x = -1$, $Q : x = 1 \pm \sqrt{2}i \ \Rightarrow$ 서로소

③ $P : a > 3$, $Q : a < -3$ 또는 $a > 3 \Rightarrow$ 충분조건

④ $P : a = 0$ 또는 $a = b$, $Q : a = b \ \Rightarrow$ 필요조건

⑤ $p \not\rightarrow q$, $q \rightarrow p$ (반례 : $a = 2$, $b = -3$)

30. 전체 집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A-B)^c = B-A$ 가 성립할 필요충분조건을 구하면?

① $A \cap B = \varnothing$ ② $A \cup B = U$ ③ $A \subset B^c$

④ $A^c \cup B = U$ ⑤ $A = B^c$

해설

$(A-B)^c = (A \cap B^c)^c = A^c \cup B$, $B-A = A^c \cap B$ $A^c \cup B = A^c \cap B$ 에서 $A^c = B$

즉, $A = B^c$

31. 이차방정식 $x^2-4x+4a=0$ (a는 실수)이 허근을 가질 때, $a-1+\dfrac{9}{a-1}$의 최솟값은?

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$x^2-4x+4a=0$이 허근을 가지므로

$$\frac{D}{4}=4-4a<0$$

$$\therefore a>1$$

$$\therefore (a-1)+\frac{9}{(a-1)}\geq 2\sqrt{(a-1)\cdot\frac{9}{(a-1)}}=6$$

따라서 최솟값은 6

32. $\dfrac{d}{a+b+c}=\dfrac{a}{b+c+d}=\dfrac{b}{c+d+a}=\dfrac{c}{d+a+b}=k$라 할 때, k가 취할 수 있는 모든 값의 합은?

① -1 ② $-\dfrac{2}{3}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{2}{3}$ ⑤ $-\dfrac{3}{4}$

해설

준식에서 $d=(a+b+c)k$,

$a=(b+c+d)k$,

$b=(c+d+a)k$,

$c=(d+a+b)k$ 이므로

변변 더하면 $a+b+c+d=3k(a+b+c+d)$

i) $a+b+c+d\neq 0$일 때, $k=\dfrac{1}{3}$

ii) $a+b+c+d=0$일 때, $a+b+c=-d$이므로

$$k=\frac{d}{a+b+c}=\frac{d}{-d}=-1$$

$\therefore$ k의 모든 값의 합은 $-\dfrac{2}{3}$

33. $x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}}$일 때, 다항식 $x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$의 값은?

① $4 - 2\sqrt{2}$ ② $4 + 2\sqrt{2}$ ③ $3 - 2\sqrt{2}$

④ $3 + 2\sqrt{2}$ ⑤ $2 - 2\sqrt{2}$

해설

$x = \sqrt{17 - 12\sqrt{2}} = \sqrt{17 - 2\sqrt{72}} = 3 - 2\sqrt{2}$이므로 $x - 3 = -2\sqrt{2}$

양변을 제곱하면, $(x-3)^2 = 8$

$\therefore\ x^2 - 6x + 1 = 0$

주어진 식을 $x^2 - 6x + 1$로 나누면

$x^5 - 4x^4 - 7x^3 - 21x^2 - x + 2$

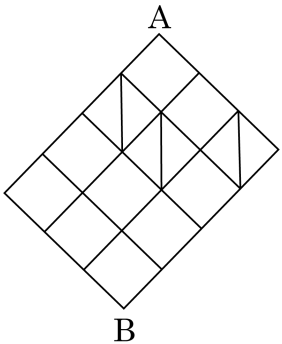
$= (x^2 - 6x + 1)(x^3 + 2x^2 + 4x + 1) + x + 1$

$= x + 1$

$= (3 - 2\sqrt{2}) + 1$

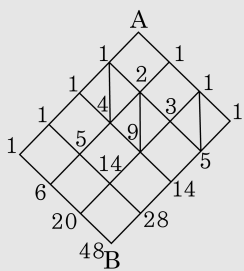
$= 4 - 2\sqrt{2}$

34. 다음과 같은 통로가 있다. A에 공을 넣으면 통로를 지나 B로 나오게 되어 있다. A에 하나의 공을 넣을 때, 공이 지나는 경로의 수는?



① 34 ② 36 ③ 41 ④ 48 ⑤ 52

해설



35. 8 명이 타고 있는 승강기가 2 층으로부터 11 층까지 10 개 층에서 설 수 있다고 한다. 이때, 각각 4 명, 2 명, 2 명씩 3 개 층에서 모두 내리게 되는 방법의 수는?

① 75600 ② 84400 ③ 92400

④ 12450 ⑤ 151200

해설

8 명을 4 명, 2 명, 2 명씩 나누는 방법의 수는

$${}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!}$$ 이고,

이와 같이 3 개층에 내리게 되는 방법의 수는

${}_{10}P_3$ 이다.

$$\therefore \ {}_8C_4 \times {}_4C_2 \times {}_2C_2 \times \frac{1}{2!} \times {}_{10}P_3 = 151200$$