

1. 두 다항식 A, B 에 대하여 연산 Δ, ∇ 를 $A\Delta B = 2A + B$, $A\nabla B = A - 3B$ 로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$ 일 때 $A\nabla(B\Delta A)$ 를 구하면?

- ① $2x^3 - 18x - 10$
- ② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
- ③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
- ④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
- ⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$\begin{aligned} A\nabla(B\Delta A) &= A\nabla(2B + A) \\ &= A - 3(2B + A) = -2A - 6B \end{aligned}$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B 에 대입하여 정리한다.

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

3. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$$\begin{aligned} A &= B(2x + 1) - 6x + 2 \text{ 에서} \\ B(2x + 1) &= 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2 \\ \therefore B &= (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1) \\ &= x^2 + 2x + 2 \end{aligned}$$

4. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

5. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

6. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

7. 상수 a, b 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

- ① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$ 이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,
 $a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$
 $(a+b)x + (3a-b) = 6x+6$
 $\therefore a+b=6, 3a-b=6$
두 식을 연립하여 풀면,
 $a=3, b=6-a=3$
 $\therefore 2a+b=2\times 3+3=9$

8. 등식 $2x^2 - 3x - 1 = a(x-1)(x-2) + bx(x-1) + cx(x-2)$ 이 x 에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$$x = 0 \text{ 대입, } a = -\frac{1}{2}$$

$$x = 2 \text{ 대입, } b = \frac{1}{2}$$

$$x = 1 \text{ 대입, } c = 2$$

$$\therefore a + b + c = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + 2 = 2$$

9. $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가 $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$ 라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y 에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$

$\therefore k=2, a=-2, b=2$

$\therefore a-b=-4$

10. x 에 관한 항등식 $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10} + a_9(x+1)^9 + \cdots + a_1(x+1) + a_0$ 에서 $a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10}$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

주어진 식에 $x = 0$ 을 대입하면

$$(0 + 0 + 1)^5 = a_{10} + a_9 + \cdots + a_1 + a_0$$

$$\therefore a_0 + a_1 + \cdots + a_9 + a_{10} = 1$$

11. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x + 1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x - 2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m - n$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots \textcircled{1}$$

$$x = 2\text{일 때, } (2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

12. $f(x)$ 를 $x-1$, $x-2$ 로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$ 를 x^2-3x+2 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2 로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면 $f(x) =$

$$(x^2-3x+2)Q(x) + ax + b$$

그런데 $f(1) = 3$, $f(2) = 5$ 이므로

$$a + b = 3, \quad 2a + b = 5$$

$$\therefore a = 2, \quad b = 1$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

13. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ = (x + 2)(x - 1)Q(x)$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

14. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

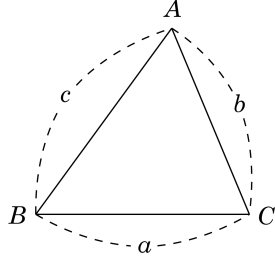
15. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$ 인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

- ① $b = c$ 인 이등변 삼각형
- ② $a = c$ 인 이등변삼각형
- ③ b 가 빗변의 길이인 직각삼각형
- ④ 정삼각형
- ⑤ c 가 빗변의 길이인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)(a^2 + b^2 - c^2) = 0 \\ a^2 + b^2 &= c^2 \quad (\because a+b \neq 0) \\ \therefore c &\text{가 빗변의 길이인 직각삼각형}\end{aligned}$$

16. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c 인 $\triangle ABC$ 에서 $a^3 + b^3 + c^3 - ab(a+b) + bc(b+c) - ca(c+a) = 0$ 이 성립할 때, $\triangle ABC$ 는 어떤 삼각형인가?



- ① $a = b$ 인 이등변삼각형 ② $a = c$ 인 이등변삼각형
 ③ $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ④ $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형
 ⑤ $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형

해설

$$\begin{aligned} & a^3 + b^3 + c^3 - ab(a+b) + bc(b+c) - ca(c+a) \\ &= a^3 + b^3 + c^3 - a^2b - ab^2 + b^2c + bc^2 - c^2a - ca^2 \\ &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)a + b^3 + b^2c + bc^2 + c^3 \\ &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)a + b^2(b+c) + c^2(b+c) \\ &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)a + (b+c)(b^2+c^2) \\ &= a^3 - (b+c)a^2 - (b^2+c^2)(a-b-c) \\ &= (a-b-c)a^2 - (b^2+c^2)(a-b-c) \\ &= (a-b-c)(a^2 - b^2 - c^2) \\ &= 0 \end{aligned}$$

이 때, a, b, c 는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $a \neq b+c$
 $\therefore a^2 - b^2 - c^2 = 0$,
 즉 $a^2 = b^2 + c^2$
 따라서, $\triangle ABC$ 는 a 를 빗변으로 하는 직각삼각형,
 즉 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형이다.

17. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

- ① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & a^2 + b^2 + c^2 \\ &= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로} \\ & 5 = 1 - 2(ab+bc+ca) \\ & \therefore ab+bc+ca = -2 \\ & a^3 + b^3 + c^3 - 3abc \\ &= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로} \\ & 2 - 3abc = 1 \cdot (5+2) \\ & \therefore abc = -\frac{5}{3} \end{aligned}$$

18. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d 는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2) \\ \therefore a + b + c + d &= 4\end{aligned}$$

19. 최대공약수가 $x-2$ 이고, 최소공배수가 x^3+2x^2-5x-6 인 두 다항식 A, B 에 대하여 $A = x^2+x-6$ 일 때, 다항식 B 를 구하면?

- ① x^2-x-2
- ② x^2-x+2
- ③ x^2+2x-1
- ④ $2x^2-x-1$
- ⑤ x^2+x+1

해설

조립제법을 이용한다.

2	1	2	-5	-6
		2	8	6
-1	1	4	3	0
		-1	-3	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$

$A=x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

$B=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$

$\therefore B=(x-2)(x+1)=(x^2-x-2)$

20. 복소수 $(1+i)x^2 + 2(2+i)x + 3 - 3i$ 를 제곱하면 음의 실수가 된다.
이 때, 실수 x 의 값은?
(단, $i^2 = -1$)

① -1 ② 1 ③ -3 ④ 3 ⑤ 7

해설

$(x^2 + 4x + 3) + (x^2 + 2x - 3)i$ 가 순허수이어야 하므로
 $x^2 + 4x + 3 = 0$, $x^2 + 2x - 3 \neq 0$
 $(x+3)(x+1) = 0$, $x = -1$, $x = -3$
 $(x+3)(x-1) \neq 0$, $x \neq 1$, $x \neq -3$
 $\therefore x = -1$

21. 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} = a + bi$ 일 때, $\frac{1}{2}ab$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-\sqrt{3}$

② $2\sqrt{3}$

③ $-3\sqrt{3}$

④ $4\sqrt{3}$

⑤ $-4\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} \\ &= 4\sqrt{2}i + \sqrt{24} - \sqrt{8}i \\ &= 4\sqrt{2}i + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i \\ &= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i \\ & a = 2\sqrt{6}, b = 2\sqrt{2} \\ & \therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3} \end{aligned}$$

22. 다음 계산을 하시오.

$$1 + \frac{1}{i} + \frac{1}{i^2} + \frac{1}{i^3} + \cdots + \frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4 = 1$ 이므로

$$\begin{aligned} & \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= \frac{1^5}{i} + \frac{1^6}{i} + \frac{1^7}{i} + \frac{1^8}{i} \cdots \\ &= \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} + \frac{1^3}{i} + \frac{1^4}{i} \\ &= -i - 1 + i + 1 = 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore (\text{준식}) &= 1 + (0 + 0 + \cdots + 0) + \frac{1}{i} + \frac{1^2}{i} \\ &= 1 - i - 1 = -i \end{aligned}$$

23. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3) \cdot (-3)} = \sqrt{9} = 3$
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5 \times (-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\frac{2}{-6}} = \sqrt{-\frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{1}{3}}i$
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

- ① I, II ② I, III ③ II, III, IV
④ II, IV ⑤ III, IV

해설

- I. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$
 $\therefore$ 옳지 않다.
II. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$
 $\therefore$ 옳다.
III. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\frac{2}{6}} \cdot \frac{i}{i^2} = -\sqrt{\frac{1}{3}}i$
 $\therefore$ 옳지 않다.
IV. $\frac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$
 $\therefore$ 옳다.

24. 일차방정식 $a^2x + 1 = a^4 - x$ 의 해는? (단, a 는 실수)

① a

② $a + 1$

③ $a - 1$

④ $a^2 - 1$

⑤ $a^2 + 1$

해설

$$a^2x + 1 = a^4 - x \text{ 에서 } a^2x + x = a^4 - 1$$

$$(a^2 + 1)x = (a^2 - 1)(a^2 + 1)$$

$$\therefore x = a^2 - 1 (\because a^2 + 1 > 0)$$

25. $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-x-1-x+2=x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ (모순)
ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1-x+2=x+3$
 $\therefore x = 0$
iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1+x-2=x+3$
 $\therefore x = 4$

26. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다)에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\quad\text{가}\quad)$$
$$\Leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\quad\text{나}\quad)}{4a^2}$$
$$\Leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\quad\text{다}\quad)}{2a}$$

- ① $\frac{b^2}{4a^2}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
- ② $\frac{b}{2a}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
- ③ $\frac{b}{2a}, b^2-4ac, \pm\sqrt{b^2-4ac}$
- ④ $\frac{b}{4a^2}, \sqrt{b^2-4ac}, b^2-4ac$
- ⑤ $\frac{b}{a}, \left(\frac{b}{2}\right)^2-ac, \pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=$
 $x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

27. $x^2 - 2x + 3 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - 2x + 3 = 0 \text{ 에서 근과 계수의 관계에 의해} \\ & \alpha + \beta = 2, \alpha\beta = 3 \\ & (\alpha^2 - 2\alpha)(\beta^2 - 2\beta) \\ & = \alpha^2\beta^2 - 2\alpha^2\beta - 2\alpha\beta^2 + 4\alpha\beta \\ & = (\alpha\beta)^2 - 2\alpha\beta(\alpha + \beta) + 4\alpha\beta \\ & = 9 - 6 \cdot 2 + 12 = 9 \end{aligned}$$

28. x 에 관한 이차방정식 $x^2 + 2(m + a - 2)x + m^2 + a^2 - 3b = 0$ 이 m 의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 상수 a, b 에 대하여 $a + 3b$ 의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$$D' = (m + a - 2)^2 - (m^2 + a^2 - 3b) = 0$$

$$\Rightarrow 2m(a - 2) + 4 - 4a + 3b = 0$$

m 에 관계없이 성립하려면,

$$a = 2 \quad \Rightarrow \quad b = \frac{4}{3}$$

$$a + 3b = 6$$

29. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 합은 2이다.
- ② 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 차는 4이다.
- ③ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근의 곱은 5이다.
- ④ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 은 서로 다른 두 허근을 갖는다.
- ⑤ 이차방정식 $x^2 - 2x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $\alpha^2 + \beta^2$ 의 값은 -6 이다.

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차) = $4i$

30. $x^2 - (k-1)x + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 양의 실수 k 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

두 근을 각각 α 와 β 라 하면

$$\alpha + \beta = k - 1$$

$$\alpha\beta = 3$$

$$|\alpha - \beta| = 2 \text{ 이므로}$$

$$(\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (k - 1)^2 - 12 = 4$$

$$k = 5 \text{ 또는 } -3$$

$$k \text{는 양의 실수이므로 } k = 5$$

31. x 에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 에서 근의 공식을 $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ 로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 $-1, 2$ 를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

- ① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서

두 근을 합하면 $-\frac{2b}{a}$ 이므로

$-\frac{2b}{a} = -1 + 2 = 1$ 이다.

따라서 준 식은 $-2bx^2 + bx + c = 0$ 이 되고

따라서 (두근의 합) $= -(-\frac{b}{2b}) = \frac{1}{2}$

32. 이차방정식 $x^2 + 4x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은?
(단, a, b 는 실수, $i = \sqrt{-1}$)

- ① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b + \sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b - \sqrt{2}i$ 이다.

근과 계수와의 관계를 이용하면

$$2b = -4, \quad b^2 + 2 = a$$

$$\therefore a = 6, \quad b = -2, \quad ab = -12$$

33. 이차함수 $y = -(x - 1)(x + 3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned}y &= -(x - 1)(x + 3) \\&= -x^2 - 2x + 3 \\&= -(x + 1)^2 + 4\end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

34. $x = 0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y = -2(x+1)^2 - 4$

② $y = (x-2)^2 - 3$

③ $y = -2(x-1)^2 + 3$

④ $y = -(x+1)^2 + 3$

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$

해설

꼭짓점이 $(0, -1)$ 이므로 $y = ax^2 - 1$

$(2, -3)$ 을 대입하면 $-3 = 4a - 1$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{2}x^2 - 1$$

35. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x 의 범위가 $-2 \leq x \leq 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3

② -2

③ 0

④ 6

⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow y = (x - 1)^2 - 3$
 $-2 \leq x \leq 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,
 $x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.
 $\therefore$ 최댓값 : $(-2 - 1)^2 - 3 = 6$

36. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 3) + 3x^2 - 6x$ 의 최솟값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + 2 = t$ 로 놓으면

$t = (x - 1)^2 + 1 \geq 1$ 이고

$$f(x) = g(t) = t(t + 1) + 3t - 6$$

$$= t^2 + 4t - 6$$

$$= (t + 2)^2 - 10 \quad (t \geq 1)$$

따라서 구하는 최솟값은

$$g(1) = (1 + 2)^2 - 10 = -1$$

37. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ 라 할 때, $\alpha - \beta - \gamma$ 의 값은?(단, $\alpha < \beta < \gamma$)

① -3

② -4

③ -5

④ -6

⑤ -7

해설

$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 인수분해하여 해를 구하면

$$(x-1)(x-2)(x-5) = 0$$

$$\therefore \alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 5$$

$$\therefore \alpha - \beta - \gamma = 1 - 2 - 5 = -6$$

38. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1) = 0$, $x^2 - y^2 = 0$ 을 동시에 만족하는 (x, y) 의 개수는?

- ① 무한히 많다.
- ② 0 개
- ③ 1 개
- ④ 2 개
- ⑤ 4 개

해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.

이것을 하나의 좌표평면에 그리면

위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2 개 이다.

39. 연립방정식 $\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$ 의 근 x, y 가 $xy = a$, $x + y = b$ 를 만족할 때, $a - b$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x - y - 5 = 0 & \dots \textcircled{㉠} \\ x^2 + y^2 = 25 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠식을 정리해서

$y = 2x - 5$ 를 ㉡식에 대입한다.

$$x^2 + (2x - 5)^2 = 25,$$

$$5x^2 - 20x = 0, \quad x(x - 4) = 0$$

$$\therefore x = 0, 4$$

$$\text{i) } x = 0 \text{ 일 때, } y = -5$$

$$\therefore a = 0, \quad b = -5$$

$$\therefore a - b = 5$$

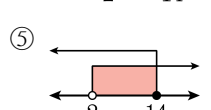
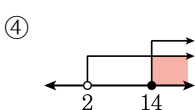
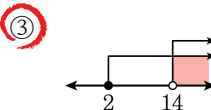
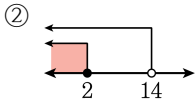
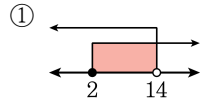
$$\text{ii) } x = 4 \text{ 일 때, } y = 3$$

$$\therefore a = 12, \quad b = 7$$

$$\therefore a - b = 5$$

40. 다음 연립부등식을 바르게 수직선에 나타낸 것은?

$$\begin{cases} -x + 6 \leq x + 2 \\ 3x - 1 > 2x + 13 \end{cases}$$



해설

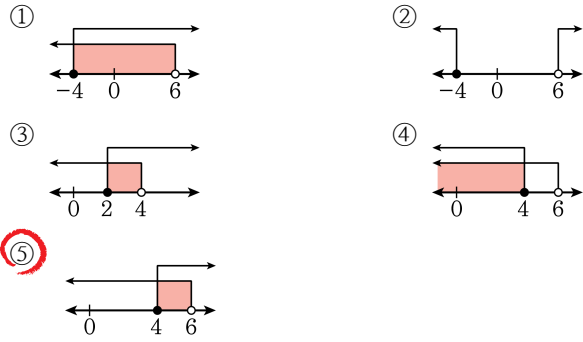
$$\begin{cases} -x + 6 \leq x + 2 \\ 3x - 1 > 2x + 13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x > 14 \end{cases}$$

$$\therefore x > 14$$

41. 연립부등식

$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \leq 3(x-1) \end{cases}$$

의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?



해설

- $2(x-3) < x, x < 6$
 - $x+5 \leq 3(x-1), x \geq 4$
- 공통된 해를 찾으려면 $4 \leq x < 6$

42. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 3x - 3 \leq x + 5 \\ 2x + 3 \leq 0.5(6x + 9) \end{cases}$ 의 해는?

- ① $-\frac{3}{2} \leq x \leq 1$ ② $-\frac{3}{2} \leq x \leq 4$ ③ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 1$
④ $-\frac{1}{2} \leq x \leq 4$ ⑤ $\frac{3}{2} \leq x \leq 4$

해설

i) $3x - 3 \leq x + 5, x \leq 4$

ii) $2x + 3 \leq 0.5(6x + 9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$$20x + 30 \leq 5(6x + 9), x \geq -\frac{3}{2}$$

$$\therefore -\frac{3}{2} \leq x \leq 4$$

43. $A : 0.4 - 0.25x \leq 1.5x - 1.35$, $B : -\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$ 가 있다. A

에서 B 를 제외한 수는?

① $x < 1$

② $x \geq 1$

③ $x < \frac{19}{16}$

④ $x \leq \frac{19}{16}$

⑤ $x \geq \frac{19}{16}$

해설

$0.4 - 0.25x \leq 1.5x - 1.35$ 의 양변에 100을 곱하면

$$40 - 25x \leq 150x - 135$$

$$175 \leq 175x$$

$$1 \leq x$$

$$A : 1 \leq x$$

$-\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$ 의 양변에 12를 곱하면

$$-3(1-2x) < 6(2-x) - 4(x-1)$$

$$-3 + 6x < 12 - 6x - 4x + 4$$

$$x < \frac{19}{16}$$

$$B : x < \frac{19}{16} \text{ 이므로}$$

A 에서 B 를 제외한 수는 $x \geq \frac{19}{16}$ 이다.

44. 이차부등식 $[x]^2 + [x] - 12 \leq 0$ 의 해가 $a \leq x < b$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
(단, $[x]$ 는 x 보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$[x]^2 + [x] - 12 \leq 0 \text{에서}$$

$$([x] + 4)([x] - 3) \leq 0$$

$$\therefore -4 \leq [x] \leq 3$$

$$x = -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$$

$$\therefore -4 \leq x < 4$$

따라서 $a = -4$, $b = 4$ 이므로 $a + b = 0$ 이다

45. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0$ 의 해는? (단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \leq x < 1$

② $-3 \leq x < 2$

③ $-2 \leq x < 1$

④ $-2 \leq x < 2$

⑤ $-2 \leq x < 3$

해설

$$3[x]^2 + [x] - 10 \leq 0 \text{ 이므로}$$

$$([x] + 2)(3[x] - 5) \leq 0$$

$$-2 \leq [x] \leq \frac{5}{3}$$

$[x]$ 는 정수이므로

$$-2 \leq [x] \leq 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 2$$

46. $ax^2 + 4x - 1 \geq -2x^2 - a$ 가 x 의 임의의 실수값에 대하여 항상 성립할 때, 실수 a 의 범위는?

① $a \geq 2$

② $a \leq -3$

③ $a \leq 2$

④ $a \geq -3$

⑤ $a \leq -1$

해설

$(a+2)x^2 + 4x + (a-1) \geq 0$ 이
임의의 실수 x 에 대하여 성립하려면

(i) $a+2 > 0 \quad \therefore a > -2$

(ii) $\frac{D}{4} = 4 - (a+2)(a-1) \leq 0$ 에서

$a^2 + a - 6 \geq 0, (a+3)(a-2) \geq 0$

(i), (ii) 에서 $a \leq -3, a \geq 2$

$\therefore a \geq 2$

47. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

- ① 7개 ② 6개 ③ 5개 ④ 4개 ⑤ 3개

해설

$x^2 - x - 6 \leq 0$
 $\Rightarrow (x - 3)(x + 2) \leq 0$
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \dots \quad ①$
 $x^2 - 5x + 4 > 0$
 $\Rightarrow (x - 1)(x - 4) > 0$
 $\Rightarrow x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \quad ②$
①, ②의 공통범위는: $-2 \leq x < 1$
 $\therefore$ 정수의 해: $-2, -1, 0$

48. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \leq 0 \\ (x+k)(x-1) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되도록 실수 k 의 값의 범위를 구하면?

- ① $k > 1$ ② $k \geq 1$ ③ $k < -1$
 ④ $k > -1$ ⑤ $k \geq -1$

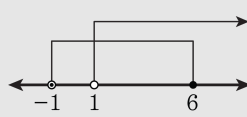
해설

$$\begin{aligned} x^2 - 5x - 6 &\leq 0, \\ (x-6)(x+1) &\leq 0, \\ -1 &\leq x \leq 6 \end{aligned}$$

연립방정식의 해가 $1 < x \leq 6$ 이 되려면

$(x+k)(x-1) > 0$ 의 해는 $x > 1$, $x < -k$ 이어야 하고

다음 그림에서 k 의 범위는 $-k \leq -1$, $k \geq 1$



49. 다음 연립방정식의 해가 $4 < x \leq 6$ 이 되도록 실수 a 의 값의 범위를 정할 때, a 의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ x^2 - (a + 6)x + 6a \leq 0 \end{cases}$$

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

$x^2 - 6x + 8 > 0$ 에서

$(x - 2)(x - 4) > 0$

$\therefore x < 2$ 또는 $x > 4$

$x^2 - (a + 6)x + 6a \leq 0$ 에서

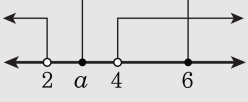
$\Rightarrow (x - a)(x - 6) \leq 0$

$\therefore$ 두 부등식의 공통부분이 $4 < x \leq 6$ 이 되려면

$(x - a)(x - 6) \leq 0$ 의 해가 $a \leq x \leq 6$ 이어야 하고,

$2 \leq a \leq 4$ 이어야 한다

$\therefore a$ 의 최솟값 : 2, 최댓값 : 4



50. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \leq 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \leq 5$ 이 되도록 a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \leq 0$

$\therefore 0 \leq x \leq 5 \dots\dots ①$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \dots\dots ②$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \leq 5$ 이므로 a 의 값은 2이다.

