1. 두 다항식 A, B에 대하여 연산 $\triangle$, $\blacktriangledown$를 $A \triangle B = 2A + B$, $A \blacktriangledown B = A - 3B$로 정의한다.

$A = 2 + 3x^2 - x^3$, $B = x^2 + 3x + 1$일 때 $A \blacktriangledown (B \triangle A)$를 구하면?

① $2x^3 - 18x - 10$
② $2x^3 - 12x^2 - 18x - 10$
③ $2x^3 + 12x^2 + 18x + 10$
④ $2x^3 + 12x^2 + 18x - 10$
⑤ $2x^3 - 12x^2 + 18x + 10$

해설

$$A \blacktriangledown (B \triangle A) = A \blacktriangledown (2B + A)$$
$$= A - 3(2B + A) = -2A - 6B$$

위와 같이 식을 간단히 정리한 후 A, B에 대입하여 정리한다.

2. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$일 때, $2A + B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$
\begin{aligned}
2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\
&= (2a + 4b) + (2a + 3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\
&= 2a + (4b + 2a) + 3b && \text{㉡ 결합법칙} \\
&= 2a + (2a + 4b) + 3b && \text{㉢ 교환법칙} \\
&= (2a + 2a) + (4b + 3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\
&= (2 + 2)a + (4 + 3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\
&= 4a + 7b
\end{aligned}
$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

3. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x+1$ 이고, 나머지가 $-6x+2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$

④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x+1) - 6x + 2$ 에서

$B(2x+1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$

$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x+1)$

$= x^2 + 2x + 2$

4. $x+y+z=1$, $xy+yz+zx=2$, $xyz=3$일 때, $(x+1)(y+1)(z+1)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$(x+1)(y+1)(z+1)$$
$$=xyz+xy+yz+zx+x+y+z+1$$
$$=7$$

5. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

6. $(-2x^3+x^2+ax+b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a-2b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$(-2x^3\times b)\times 2+(x^2\times ax)\times 2=(-4b+2a)x^3$

$2a-4b=-8$

$\therefore\ a-2b=-4$

7. 상수 a, b에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때, $2a+b$의 값은?

$$\frac{a}{x-1}+\frac{b}{x+3}=\frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

① 2 ② 3 ③ 5 ④ 7 ⑤ 9

해설

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모) $\neq 0$이어야 한다.
양변에 공통분모인 $(x-1)(x+3)$을 곱하면,
$a(x+3)+b(x-1)=6(x+1)$
$(a+b)x+(3a-b)=6x+6$
$\therefore\ a+b=6,\ 3a-b=6$
두 식을 연립하여 풀면,
$a=3,\ b=6-a=3$
$\therefore\ 2a+b=2\times3+3=9$

8. 등식 $2x^2-3x-1=a(x-1)(x-2)+bx(x-1)+cx(x-2)$이 x에 관한 항등식이 되도록 할 때, $a+b+c$의 값은?

① 0　② 1　③ 2　④ 3　⑤ 4

해설

수치대입법을 이용한다.

$x=0$ 대입, $a=-\frac{1}{2}$

$x=2$ 대입, $b=\frac{1}{2}$

$x=1$ 대입, $c=2$

$\therefore\ a+b+c=-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}+2=2$

9. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$라 놓으면

$2x+ay-b = k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

10. x에 관한 항등식 $(x^2+x+1)^5 = a_{10}(x+1)^{10}+a_9(x+1)^9+\cdots+a_1(x+1)+a_0$에서 $a_0+a_1+\cdots+a_9+a_{10}$의 값은?

① 0 ② 1 ③ 16 ④ 32 ⑤ 64

해설

주어진 식에 $x=0$을 대입하면

$(0+0+1)^5 = a_{10}+a_9+\cdots+a_1+a_0$

$\therefore\ a_0+a_1+\cdots+a_9+a_{10}=1$

11. x에 관한 삼차식 x^3+mx^2+nx+1을 $x+1$로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$의 값은?

① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.
주어진 식에 $x=-1, x=2$를 각각 대입하면
$x=-1$일 때,
$(-1)^3+m(-1)^2+n(-1)+1=5\cdots$①
$x=2$일 때, $(2)^3+m(2)^2+n\cdot 2+1=3\cdots$②
①, ②를 연립하면
$m=\frac{2}{3},\ n=-\frac{13}{3}$
$\therefore\ m-n=5$

12. $f(x)$를 $x-1$, $x-2$로 나눈 나머지가 각각 3, 5일 때, $f(x)$를 x^2-3x+2로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$ ② $2x+3$ ③ $2x-1$

④ $2x$ ⑤ $2x-3$

해설

x^2-3x+2로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$라 하면 $f(x)=(x^2-3x+2)Q(x)+ax+b$

그런데 $f(1)=3$, $f(2)=5$이므로

$a+b=3$, $2a+b=5$

$\therefore$ $a=2$, $b=1$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

13. x에 대한 다항식 x^3+2x^2-ax+b가 x^2+x-2로 나누어 떨어질 때, a^2+b^2의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3+2x^2-ax+b = (x^2+x-2)Q(x)$$
$$= (x+2)(x-1)Q(x)$$

인수정리에 의해 $x=-2, x=1$을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$\therefore f(-2) = -8+8+2a+b=0$

$f(1) = 1+2-a+b=0$ 연립하면, $a=1, b=-2$

$\therefore\ a^2+b^2=5$

14. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} &64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)\left(16a^2 + 20a + 25\right) \end{aligned}$$

15. 삼각형 ABC의 세변의 길이 a, b, c 사이에 $a^3 + a^2b - ac^2 + ab^2 + b^3 - bc^2 = 0$인 관계가 성립할 때 삼각형 ABC는 어떤 삼각형인가?

① $b = c$인 이등변 삼각형

② $a = c$인 이등변삼각형

③ b가 빗변의 길이인 직각삼각형

④ 정삼각형

⑤ c가 빗변의 길이인 직각삼각형

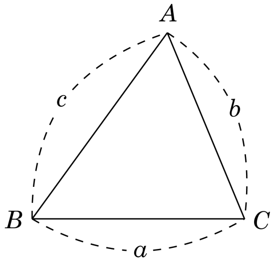
해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2(a+b) + b^2(a+b) - c^2(a+b) \\ &= (a+b)\left(a^2+b^2-c^2\right) = 0\end{aligned}$$

$a^2 + b^2 = c^2 \; (\because \; a + b \neq 0)$

$\therefore c$가 빗변의 길이인 직각삼각형

16. 다음 그림과 같이 세 변의 길이가 a, b, c 인 $\triangle\mathrm{ABC}$에서 $a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)=0$이 성립할 때, $\triangle\mathrm{ABC}$는 어떤 삼각형인가?



① $a=b$인 이등변삼각형
② $a=c$인 이등변삼각형
③ $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형
④ $\angle\mathrm{B}=90°$인 직각삼각형
⑤ $\angle\mathrm{C}=90°$인 직각삼각형

해설

$a^3+b^3+c^3-ab(a+b)+bc(b+c)-ca(c+a)$
$=a^3+b^3+c^3-a^2b-ab^2+b^2c+bc^2-c^2a-ca^2$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^3+b^2c+bc^2+c^3$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+b^2(b+c)+c^2(b+c)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)a+(b+c)(b^2+c^2)$
$=a^3-(b+c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)a^2-(b^2+c^2)(a-b-c)$
$=(a-b-c)(a^2-b^2-c^2)$
$=0$
이 때, a, b, c는 삼각형의 세 변의 길이이므로 $a\neq b+c$
$\therefore\ a^2-b^2-c^2=0$,
즉 $a^2=b^2+c^2$
따라서, $\triangle\mathrm{ABC}$는 a를 빗변으로 하는 직각삼각형,
즉 $\angle\mathrm{A}=90°$인 직각삼각형이다.

17. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$일 때, abc의 값은?

① $-\frac{5}{3}$　② 0　③ $\frac{5}{3}$　④ $\frac{5}{2}$　⑤ 1

해설

$a^2+b^2+c^2$

$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$이므로

$5=1-2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=-2$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$이므로

$2-3abc=1\cdot(5+2)$

$\therefore\ abc=-\frac{5}{3}$

18. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a + b + c + d = 4$

19. 최대공약수가 $x-2$이고, 최소공배수가 x^3+2x^2-5x-6인 두 다항식 A, B에 대하여 $A=x^2+x-6$일 때, 다항식 B를 구하면?

① x^2-x-2 ② x^2-x+2 ③ x^2+2x-1

④ $2x^2-x-1$ ⑤ x^2+x+1

해설

조립제법을 이용한다.

2	1	2	-5	-6
		2	8	6
-1	1	4	3	0
		-1	-3	
-3	1	3	0	
		-3		
	1	0		

$x^3+2x^2-5x-6=(x-2)(x+1)(x+3)$

$A=x^2+x-6=(x+3)(x-2)$

$B=(x-2)(x+1)=x^2-x-2$

$\therefore \quad B=(x-2)(x+1)=(x^2-x-2)$

20. 복소수 $(1+i)x^2+2(2+i)x+3-3i$를 제곱하면 음의 실수가 된다. 이 때, 실수 x의 값은?
(단, $i^2=-1$)

① -1　② 1　③ -3　④ 3　⑤ 7

해설

$(x^2+4x+3)+(x^2+2x-3)i$가 순허수이어야 하므로
$x^2+4x+3=0,\ x^2+2x-3\neq 0$
$(x+3)(x+1)=0,\ x=-1,\ x=-3$
$(x+3)(x-1)\neq 0,\ x\neq 1,\ x\neq -3$
$\therefore\ x=-1$

21. 두 실수 a, b 에 대하여 $\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \dfrac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}} = a + bi$ 일 때, $\dfrac{1}{2}ab$ 의 값은?
(단, $i = \sqrt{-1}$)

① $-\sqrt{3}$ ② $2\sqrt{3}$ ③ $-3\sqrt{3}$
④ $4\sqrt{3}$ ⑤ $-4\sqrt{3}$

해설

$$\sqrt{-32} - \sqrt{-8}\sqrt{-3} + \frac{\sqrt{24}}{\sqrt{-3}}$$
$$= 4\sqrt{2}i + \sqrt{24} - \sqrt{8}i$$
$$= 4\sqrt{2}i + 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}i$$
$$= 2\sqrt{6} + 2\sqrt{2}i$$
$$a = 2\sqrt{6}, b = 2\sqrt{2}$$
$$\therefore \frac{1}{2}ab = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 4\sqrt{3}$$

22. 다음 계산을 하시오.

$$1+\frac{1}{i}+\frac{1}{i^2}+\frac{1}{i^3}+\cdots+\frac{1}{i^{2006}}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-i$

해설

$i^4=1$ 이므로

$$\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^{2}+\frac{1}{i}^{3}+\frac{1}{i}^{4}$$

$$=\frac{1}{i}^{5}+\frac{1}{i}^{6}+\frac{1}{i}^{7}+\frac{1}{i}^{8}\cdots$$

$$=\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^{2}+\frac{1}{i}^{3}+\frac{1}{i}^{4}$$

$$=-i-1+i+1=0$$

$$\therefore\ (\text{준식})=1+(0+0+\cdots+0)+\frac{1}{i}+\frac{1}{i}^{2}$$

$$=1-i-1=-i$$

23. 다음 <보기>에서 계산 중 <u>잘못</u>된 것을 모두 고르면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

보기

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3}=\sqrt{(-3)\cdot(-3)}=\sqrt{9}=3$

Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2}=\sqrt{5\times(-2)}=\sqrt{-10}=\sqrt{10}i$

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}}=\sqrt{\dfrac{2}{-6}}=\sqrt{-\dfrac{1}{3}}=\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{-10}{2}}=\sqrt{-5}=\sqrt{5}i$

① Ⅰ, Ⅱ ② Ⅰ, Ⅲ ③ Ⅱ, Ⅲ, Ⅳ

④ Ⅱ, Ⅳ ⑤ Ⅲ, Ⅳ

해설

Ⅰ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3}=\sqrt{3}i\sqrt{3}i=\sqrt{9}i^2=-3$

∴ 옳지 않다.

Ⅱ. $\sqrt{5}\sqrt{-2}=\sqrt{5}\sqrt{2}i=\sqrt{10}i$

∴ 옳다.

Ⅲ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}}=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i}=\sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2}=-\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

Ⅳ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}}=\sqrt{\dfrac{10}{2}}i=\sqrt{5}i$

∴ 옳다.

24. 일차방정식 $a^2x+1=a^4-x$의 해는? (단, a는 실수)

① a ② $a+1$ ③ $a-1$

④ a^2-1 ⑤ a^2+1

해설

$a^2x+1=a^4-x$ 에서 $a^2x+x=a^4-1$

$(a^2+1)x=(a^2-1)(a^2+1)$

$\therefore x=a^2-1(\because a^2+1>0)$

25. $|x+1|+|x-2|=x+3$을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

i) $x<-1$일 때,

$-x-1-x+2=x+3$

$\therefore\ x=-\dfrac{2}{3}$ (모순)

ii) $-1\le x<2$일 때,

$x+1-x+2=x+3$

$\therefore\ x=0$

iii) $x\ge 2$일 때,

$x+1+x-2=x+3$

$\therefore\ x=4$

26. 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$ 의 근의 공식을 유도하는 과정이다. (가), (나), (다) 에 알맞은 식을 차례대로 쓰면?

$$ax^2+bx+c=0 \leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+\frac{c}{a}=0$$
$$\leftrightarrow x^2+\frac{b}{a}x+(\quad)=-\frac{c}{a}+(\text{ 가 })$$
$$\leftrightarrow \left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{(\text{ 나 })}{4a^2}$$
$$\leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\frac{(\text{ 다 })}{2a}$$

① $\frac{b^2}{4a^2}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
② $\frac{b}{2a}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
③ $\frac{b}{2a}$, b^2-4ac, $\pm\sqrt{b^2-4ac}$
④ $\frac{b^2}{4a^2}$, $\sqrt{b^2-4ac}$, b^2-4ac
⑤ $\frac{b}{a}$, $\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac$, $\pm\sqrt{\left(\frac{b}{2}\right)^2-ac}$

해설

(가) 좌변을 제곱 꼴로 만들려 하는 것이므로 $(x+\frac{b}{2a})^2=x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}$

(나) $-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{4ac}{4a^2}+\frac{b^2}{4a^2}=\frac{b^2-4ac}{4a^2}$

(다) $\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}=\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

27. $x^2-2x+3=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$x^2-2x+3=0$ 에서 근과 계수의 관계에 의해

$\alpha+\beta=2,\ \alpha\beta=3$

$(\alpha^2-2\alpha)(\beta^2-2\beta)$

$=\alpha^2\beta^2-2\alpha^2\beta-2\alpha\beta^2+4\alpha\beta$

$=(\alpha\beta)^2-2\alpha\beta(\alpha+\beta)+4\alpha\beta$

$=9-6\cdot2+12=9$

28. x에 관한 이차방정식 $x^2+2(m+a-2)x+m^2+a^2-3b=0$이 m의 값에 관계없이 항상 중근을 가질 때, 상수 a, b에 대하여 $a+3b$의 값은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$D' = (m+a-2)^2 - (m^2+a^2-3b) = 0$

$\Rightarrow \quad 2m(a-2)+4-4a+3b=0$

m에 관계없이 성립하려면,

$a=2 \quad \Rightarrow \quad b=\dfrac{4}{3}$

$a+3b=6$

29. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 합은 2이다.

② 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 차는 4이다.

③ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근의 곱은 5이다.

④ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$은 서로 다른 두 허근을 갖는다.

⑤ 이차방정식 $x^2-2x+5=0$의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha^2+\beta^2$의 값은 -6이다.

해설

$ax^2+bx+c=0$에서

두근의 합 : $-\frac{b}{a}$

두근의 곱 : $\frac{c}{a}$

두근의 차 : $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{|a|}$

$\therefore$ ② (두근의 차)$=4i$

30. $x^2-(k-1)x+3=0$의 두 근의 차가 2가 되도록 하는 양의 실수 k의 값은?

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

두 근을 각각 α와 β라 하면

$\alpha+\beta=k-1$

$\alpha\beta=3$

$|\alpha-\beta|=2$이므로

$(\alpha-\beta)^2=(\alpha+\beta)^2-4\alpha\beta=(k-1)^2-12=4$

$k=5$ 또는-3

k는 양의 실수이므로 $k=5$

31. x에 대한 실수 계수의 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$에서 근의 공식을 $\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-ac}}{a}$로 잘못 기억하고 풀어 두 근이 -1, 2를 얻었다. 이 방정식을 바르게 풀 때, 두 근의 합은?

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

잘못 기억한 근의 공식에서

두 근을 합하면 $-\dfrac{2b}{a}$이므로

$-\dfrac{2b}{a}=-1+2=1$이다.

따라서 준 식은 $-2bx^2+bx+c=0$이 되고

따라서 (두근의 합)$=-(-\dfrac{b}{2b})=\dfrac{1}{2}$

32. 이차방정식 $x^2+4x+a=0$ 의 한 근이 $b+\sqrt{2}i$ 일 때, ab 의 값은? (단, a,b 는 실수, $i=\sqrt{-1}$)

① -14 ② -13 ③ -12 ④ -11 ⑤ -10

해설

한 근이 $b+\sqrt{2}i$ 이면 다른 한 근은 $b-\sqrt{2}i$ 이다.
근과 계수와의 관계를 이용하면
$2b=-4,\ b^2+2=a$
$\therefore\ \ a=6,\ b=-2,\ ab=-12$

33. 이차함수 $y = -(x-1)(x+3)$ 의 최댓값을 구하여라.

▶ **답 :**

▷ **정답 :** 4

해설

$$\begin{aligned} y &= -(x-1)(x+3) \\ &= -x^2 - 2x + 3 \\ &= -(x+1)^2 + 4 \end{aligned}$$

$x = -1$ 일 때, 최댓값 4 를 가진다.

34. $x=0$ 일 때, 최댓값 -1 을 갖고 한 점 $(2,\ -3)$ 을 지나는 포물선의 식은?

① $y=-2(x+1)^2-4$

② $y=(x-2)^2-3$

③ $y=-2(x-1)^2+3$

④ $y=-(x+1)^2+3$

⑤ $y=-\frac{1}{2}x^2-1$

해설

꼭짓점이 $(0,\ -1)$ 이므로 $y=ax^2-1$

$(2,\ -3)$ 을 대입하면 $-3=4a-1$

$a=-\frac{1}{2}$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x^2-1$

35. 다음 이차함수 $y = x^2 - 2x - 2$ 의 x의 범위가 $-2 \le x \le 2$ 일 때, 이 함수의 최댓값은?

① -3 ② -2 ③ 0 ④ 6 ⑤ 9

해설

$y = x^2 - 2x - 2 \Rightarrow \quad y = (x-1)^2 - 3$

$-2 \le x \le 2$ 이므로 $x = 1$ 에서 최솟값,

$x = -2$ 에서 최댓값을 갖는다.

$\therefore$ 최댓값 : $(-2-1)^2 - 3 = 6$

36. 함수 $f(x) = (x^2 - 2x + 2)(x^2 - 2x + 3) + 3x^2 - 6x$ 의 최솟값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$x^2 - 2x + 2 = t$ 로 놓으면
$t = (x-1)^2 + 1 \geq 1$ 이고

$$\begin{aligned} f(x) &= g(t) = t(t+1) + 3t - 6 \\ &= t^2 + 4t - 6 \\ &= (t+2)^2 - 10 \ (t \geq 1) \end{aligned}$$

따라서 구하는 최솟값은
$g(1) = (1+2)^2 - 10 = -1$

37. 삼차방정식 $x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 의 세 근을 α, β, γ라 할 때, $\alpha - \beta - \gamma$ 의 값은?(단, $\alpha < \beta < \gamma$)

① -3　② -4　③ -5　④ -6　⑤ -7

해설

$x^3 - 8x^2 + 17x - 10 = 0$ 인수분해하여 해를 구하면

$(x-1)(x-2)(x-5) = 0$

$\therefore\ \alpha = 1, \beta = 2, \gamma = 5$

$\therefore\ \alpha - \beta - \gamma = 1 - 2 - 5 = -6$

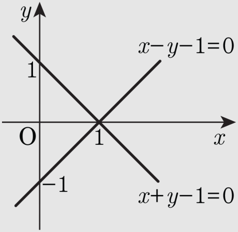
38. 좌표평면에서 두 영역 $(x+y-1)(x-y-1)=0$, $x^2-y^2=0$을 동시에 만족하는 $(x,\ y)$의 개수는?

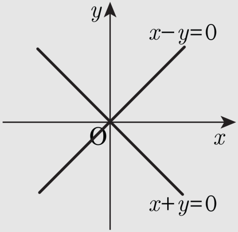
① 무한히 많다. ② 0 개 ③ 1 개

④ 2 개 ⑤ 4 개

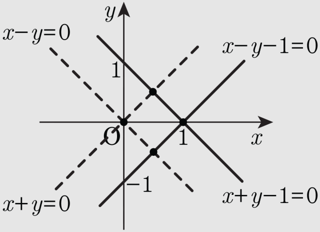
해설

두 영역을 좌표평면에 나타내면 다음과 같다.





이것을 하나의 좌표평면에 그리면



위에서 점선과 실선의 교점의 개수는 2 개이다.

39. 연립방정식 $\begin{cases} 2x-y-5=0 \\ x^2+y^2=25 \end{cases}$ 의 근 x, y가 $xy=a$, $x+y=b$를 만족할 때, $a-b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{cases} 2x-y-5=0 & \cdots ㉠ \\ x^2+y^2=25 & \cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠식을 정리해서

$y=2x-5$ 를 ㉡식에 대입한다.

$x^2+(2x-5)^2=25,$

$5x^2-20x=0$, $x(x-4)=0$

$\therefore\ x=0,\ 4$

i) $x=0$일 때, $y=-5$

$\therefore a=0,\ b=-5$

$\therefore a-b=5$

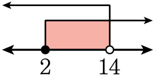
ii) $x=4$일 때, $y=3$

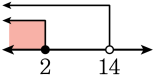
$\therefore a=12,\ b=7$

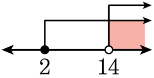
$\therefore a-b=5$

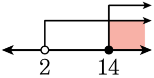
40. 다음 연립부등식을 바르게 수직선에 나타낸 것은?

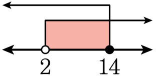
$$\begin{cases} -x+6 \le x+2 \\ 3x-1 > 2x+13 \end{cases}$$

①


②


③


④


⑤


해설

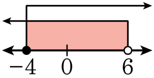
$$\begin{cases} -x+6 \le x+2 \\ 3x-1 > 2x+13 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x \ge 2 \\ x > 14 \end{cases}$$

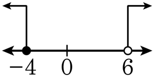
$\therefore \ x > 14$

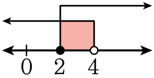
41. 연립부등식

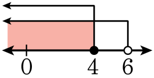
$$\begin{cases} 2(x-3) < x \\ x+5 \leq 3(x-1) \end{cases}$$

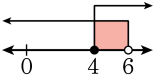
의 해를 수직선 위에 바르게 나타낸 것은?

①


②


③


④


⑤


해설

1. $2(x-3) < x,\ \ x < 6$
2. $x+5 \leq 3(x-1),\ \ x \geq 4$

공통된 해를 찾으면 $4 \leq x < 6$

42. 다음 연립부등식 $\begin{cases} 3x-3 \le x+5 \\ 2x+3 \le 0.5(6x+9) \end{cases}$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \le x \le 1$　　② $-\frac{3}{2} \le x \le 4$　　③ $-\frac{1}{2} \le x \le 1$

④ $-\frac{1}{2} \le x \le 4$　　⑤ $\frac{3}{2} \le x \le 4$

해설

$i)$ $3x-3 \le x+5,\ \ x \le 4$

$ii)$ $2x+3 \le 0.5(6x+9)$ 의 양변에 10 을 곱하면

$20x+30 \le 5(6x+9)$, $x \ge -\frac{3}{2}$

$\therefore -\frac{3}{2} \le x \le 4$

43. $A: 0.4 - 0.25x \le 1.5x - 1.35$, $B: -\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$가 있다. A에서 B를 제외한 수는?

① $x < 1$ ② $x \ge 1$ ③ $x < \frac{19}{16}$

④ $x \le \frac{19}{16}$ ⑤ $x \ge \frac{19}{16}$

해설

$0.4 - 0.25x \le 1.5x - 1.35$의 양변에 100을 곱하면

$40 - 25x \le 150x - 135$

$175 \le 175x$

$1 \le x$

$A: 1 \le x$

$-\frac{1-2x}{4} < \frac{2-x}{2} - \frac{x-1}{3}$의 양변에 12를 곱하면

$-3(1-2x) < 6(2-x) - 4(x-1)$

$-3 + 6x < 12 - 6x - 4x + 4$

$x < \frac{19}{16}$

$B: x < \frac{19}{16}$이므로

A에서 B를 제외한 수는 $x \ge \frac{19}{16}$이다.

44. 이차부등식 $[x]^2+[x]-12 \le 0$의 해가 $a \le x < b$일 때, $a+b$의 값은? (단, $[x]$는 x보다 크지 않은 최대의 정수이다.)

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$[x]^2+[x]-12 \le 0$에서

$([x]+4)([x]-3) \le 0$

$\therefore -4 \le [x] \le 3$

$x = -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2,\ 3$

$\therefore -4 \le x < 4$

따라서 $a=-4,\ b=4$이므로 $a+b=0$이다

45. 부등식 $3[x]^2 + [x] - 10 \le 0$의 해는? (단, $[x]$는 x를 넘지 않는 최대의 정수)

① $-3 \le x < 1$ ② $-3 \le x < 2$ ③ $-2 \le x < 1$

④ $-2 \le x < 2$ ⑤ $-2 \le x < 3$

해설

$3[x]^2 + [x] - 10 \le 0$이므로

$([x]+2)(3[x]-5) \le 0$

$-2 \le [x] \le \dfrac{5}{3}$

$[x]$는 정수이므로

$-2 \le [x] \le 1$

$\therefore -2 \le x < 2$

46. $ax^2+4x-1 \geq -2x^2-a$가 x의 임의의 실수값에 대하여 항상 성립할 때, 실수 a의 범위는?

① $a \geq 2$ ② $a \leq -3$ ③ $a \leq 2$

④ $a \geq -3$ ⑤ $a \leq -1$

해설

$(a+2)x^2+4x+(a-1) \geq 0$이

임의의 실수 x에 대하여 성립하려면

(i) $a+2>0 \quad \therefore \ a>-2$

(ii) $\dfrac{D}{4}=4-(a+2)(a-1) \leq 0$에서

$a^2+a-6 \geq 0, \ (a+3)(a-2) \geq 0$

(i), (ii)에서 $a \leq -3, \ a \geq 2$

$\therefore \ a \geq 2$

47. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \le 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

① 7개　② 6개　③ 5개　④ 4개　⑤ 3개

해설

$x^2 - x - 6 \le 0$

$\Rightarrow \ (x-3)(x+2) \le 0$

$\Rightarrow \ -2 \le x \le 3 \quad \cdots \quad$ ①

$x^2 - 5x + 4 > 0$

$\Rightarrow \ (x-1)(x-4) > 0$

$\Rightarrow \ x < 1$ 또는 $x > 4 \quad \cdots \quad$ ②

①, ②의 공통범위는 : $-2 \le x < 1$

$\therefore$ 정수의 해 : $-2, \ -1, \ 0$

48. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x - 6 \le 0 \\ (x+k)(x-1) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $1 < x \le 6$ 이 되도록 실수 k의 값의 범위를 구하면?

① $k > 1$　　② $k \ge 1$　　③ $k < -1$

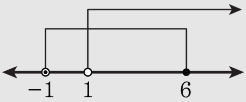
④ $k > -1$　　⑤ $k \ge -1$

해설

$x^2 - 5x - 6 \le 0,$

$(x-6)(x+1) \le 0$,

$-1 \le x \le 6$



연립방정식의 해가 $1 < x \le 6$이 되려면

$(x+k)(x-1) > 0$의 해는 $x > 1,\ x < -k$이어야 하고

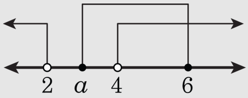
다음 그림에서 k의 범위는 $-k \le -1,\ \ k \ge 1$

49. 다음 연립방정식의 해가 $4 < x \le 6$이 되도록 실수 a의 값의 범위를 정할 때, a의 최댓값과 최솟값의 합을 구하면?

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 8 > 0 \\ x^2 - (a+6)x + 6a \le 0 \end{cases}$$

① 4　　② 5　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설



$x^2 - 6x + 8 > 0$에서

$(x-2)(x-4) > 0$

$\therefore x < 2$ 또는 $x > 4$

$x^2 - (a+6)x + 6a \le 0$에서

$\Rightarrow (x-a)(x-6) \le 0$

$\therefore$ 두 부등식의 공통부분이 $4 < x \le 6$ 이 되려면

$(x-a)(x-6) \le 0$의 해가 $a \le x \le 6$이어야 하고,

$2 \le a \le 4$ 이어야 한다

$\therefore a$의 최솟값 : 2,　최댓값 : 4

50. 연립이차부등식 $\begin{cases} x^2 - 5x \le 0 \\ (x+1)(x-a) > 0 \end{cases}$ 의 해가 $2 < x \le 5$이 되도록 a의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

첫 번째 부등식을 풀면 $x^2 - 5x = x(x - 5) \le 0$

$\therefore 0 \le x \le 5 \cdots\cdots①$

또, 두 번째 부등식은 조건을 만족하기 위해서 $a > -1$ 이어야 한다.

$\therefore x < -1, x > a \cdots\cdots②$

①, ②를 동시에 만족하는 해가

$2 < x \le 5$ 이므로 a의 값은 2이다.