

1. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, $\sin A - \tan A$ 의 값은?

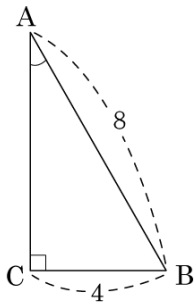
① $\frac{1 - \sqrt{3}}{6}$

② $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$

③ $\frac{2 - 2\sqrt{2}}{6}$

④ $\frac{3 - 2\sqrt{2}}{6}$

⑤ $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{6}$



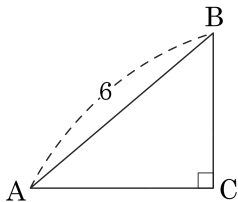
해설

$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \tan A = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \sin A - \tan A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{6}$$

2. $\sin A = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\cos A$
 $\tan A$ 의 값을 각각 구하면? (단, $0^\circ < A < 90^\circ$)



- ① $\cos A = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan A = 1$ ② $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 2$
 ③ $\cos A = 2\sqrt{3}$, $\tan A = 1$ ④ $\cos A = 3\sqrt{3}$, $\tan A = \frac{1}{2}$
 ⑤ $\cos A = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan A = 1$

해설

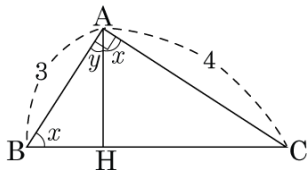
$$\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ 이므로 } \overline{BC} = \overline{AB} \times \sin A = 6 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

이다.

피타고라스 정리에 의해 $\overline{AC} = \sqrt{6^2 - (3\sqrt{2})^2} = 3\sqrt{2}$ 이다.

$$\text{따라서 } \cos A = \frac{3\sqrt{2}}{6} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \tan A = \frac{\sin A}{\cos A} = \frac{3\sqrt{2}}{3\sqrt{2}} = 1 \text{ 이다.}$$

3. 다음 보기 중 $\tan x$ 와 같은 값을 갖는 것을 보기에서 모두 골라라.



보기

- ㉠ $\frac{\overline{CH}}{\overline{AH}}$ ㉡ $\frac{4}{3}$ ㉢ $\frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$ ㉣ $\frac{\overline{AH}}{\overline{CH}}$ ㉤ $\frac{4}{5}$
 ㉥ $\frac{\overline{AH}}{\overline{BC}}$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉡

▶ 정답 : ㉢

해설

$x + y = 90^\circ$ 이므로 $\angle x + \angle C = 90^\circ$ 가 되고, 따라서 $\angle C = y$
 $\triangle BCA \sim \triangle BAH \sim \triangle ACH$ 이므로

$$\tan x = \frac{\overline{AC}}{\overline{AB}} = \frac{4}{3} = \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}} = \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$$

따라서 $\tan x$ 와 같은 것은 $\frac{4}{3}, \frac{\overline{CH}}{\overline{AH}}, \frac{\overline{AH}}{\overline{BH}}$ 이다.

4. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

① $\sin 90^\circ = \cos 90^\circ = \tan 90^\circ$

② $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ = \tan 45^\circ$

③ $\sin 90^\circ = \cos 0^\circ = \tan 90^\circ$

④ $\sin 90^\circ + \cos 90^\circ + \tan 45^\circ = 2$

⑤ $\cos 0^\circ + \tan 0^\circ = \sin 90^\circ$

해설

① $\sin 90^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0, \tan 90^\circ$ 는 정할 수 없다.

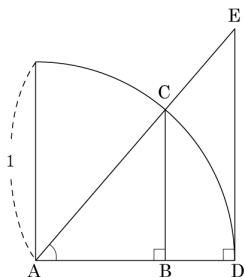
② $\sin 30^\circ = \frac{1}{2}, \cos 60^\circ = \frac{1}{2}, \tan 45^\circ = 1$ 이므로 $\sin 30^\circ = \cos 60^\circ \neq \tan 45^\circ$

③ $\sin 90^\circ = 1, \cos 0^\circ = 1, \tan 90^\circ$ 는 정할 수 없다.

④ $\sin 90^\circ = 1, \cos 90^\circ = 0, \tan 45^\circ = 1$ 이므로 $1 + 0 + 1 = 2$

⑤ $\cos 0^\circ = 1, \tan 0^\circ = 0, \sin 90^\circ = 1$ 이므로 $1 + 0 = 1$

5. 다음 그림과 같이 반지름의 길이가 1 인 사분원에서 다음 중 틀린 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\sin A = \overline{AB}$

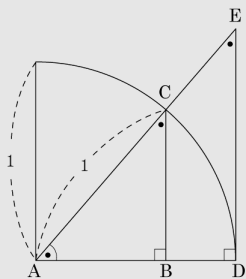
② $\frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

③ $\cos A = \overline{AD}$

④ $\tan A = \overline{DE}$

⑤ $\frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

해설



① $\sin A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{BC}}{1} = \overline{BC}$

③ $\cos A = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AB}}{1} = \overline{AB}$

② $\sin C = \sin E = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{AD}}{\overline{AE}}$

④ $\tan A = \frac{\overline{DE}}{\overline{AD}} = \frac{\overline{DE}}{1} = \overline{DE}$

⑤ $\cos A = \frac{\overline{BC}}{\overline{AC}} = \frac{\overline{DE}}{\overline{AE}}$

6. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 36$, $\tan B = \frac{3}{4}$ 이고, $\overline{BC}$ 의 중점이 D 일 때, $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.

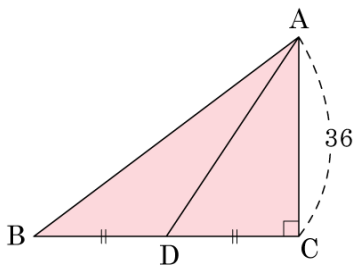
① $5\sqrt{10}$

② $10\sqrt{11}$

③ $6\sqrt{12}$

④ $5\sqrt{13}$

⑤ $12\sqrt{13}$



해설

$\triangle ABC$ 에서

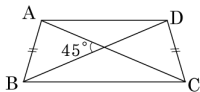
$$\tan B = \frac{36}{\overline{BC}} = \frac{3}{4} \quad \therefore \overline{BC} = 48$$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{1}{2}\overline{BC} = 24$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{36^2 + 24^2} = \sqrt{1872} = 12\sqrt{13} \text{ 이다.}$$

7. 다음 그림과 같이 두 대각선이 이루는 각의 크기가 45° 인 등변사다리꼴 ABCD 의 넓이가 $36\sqrt{2}\text{cm}^2$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이를 구하면?



① 8 cm

② 10 cm

③ 12 cm

④ 14 cm

⑤ 16 cm

해설

대각선 $\overline{AC} = \overline{BD} = x$ 라면

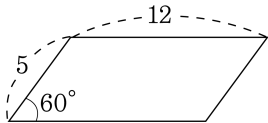
$$x \times x \times \frac{1}{2} \times \sin 45 = 36\sqrt{2}$$

$$x^2 \times \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 36\sqrt{2}$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12 \text{ (cm)}$$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형의 넓이를 구하여라.



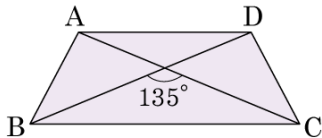
▶ 답 :

▷ 정답 : $30\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned}(\text{평행사변형의 넓이}) &= 5 \times 12 \times \sin 60^\circ \\ &= 5 \times 12 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= 30\sqrt{3}\end{aligned}$$

9. 다음 그림과 같은 등변사다리꼴 ABCD 에서 두 대각선이 이루는 각의 크기가 135° 이고, 넓이가 $20\sqrt{2}$ 일 때, 대각선의 길이를 구하면?



① 8

② $4\sqrt{5}$

③ $12\sqrt{3}$

④ $52\sqrt{3}$

⑤ $104\sqrt{3}$

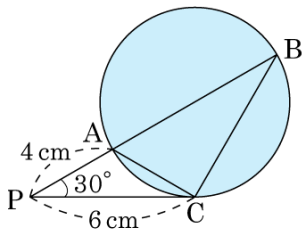
해설

$$\overline{AC} = \overline{BD} = x \text{라 하면 } \frac{1}{2}x^2 \sin 45^\circ = 20\sqrt{2}, \quad \frac{\sqrt{2}}{4}x^2 = 20\sqrt{2},$$

$$x^2 = 80, \quad x = 4\sqrt{5}$$

$$\therefore \overline{AC} = \overline{BD} = 4\sqrt{5}$$

10. 다음 그림에서 $\overline{PC}$ 는 원의 접선이고, $\overline{PB}$ 는 할선이다. $\angle P = 30^\circ$, $\overline{PA} = 4\text{cm}$, $\overline{PC} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle PBC$ 의 넓이는?



① $\frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ cm}^2$

② $2\sqrt{3} \text{ cm}^2$

③ $\frac{27}{2} \text{ cm}^2$

④ $4\sqrt{3} \text{ cm}^2$

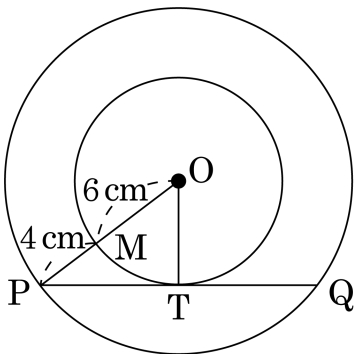
⑤ $\frac{\sqrt{3}}{4} \text{ cm}^2$

해설

$\overline{AB} = x$ 라 하면 $\overline{PA} \cdot \overline{PB} = \overline{PC}^2$ 에서 $4(4+x) = 36$, $4+x = 9$ 이고, $x = 5 \text{ cm}$ 이다.

$$\therefore \triangle PBC = \frac{1}{2} \times 6 \times 9 \times \sin 30^\circ = \frac{27}{2} (\text{cm}^2)$$

11. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 $\overline{OP}$ 가 작은 원과 만나는 점을 M, 큰 원의 현 $\overline{PQ}$ 가 작은 원과 만나는 점을 T 라 하자. $\overline{OM} = 6\text{ cm}$, $\overline{PM} = 4\text{ cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?



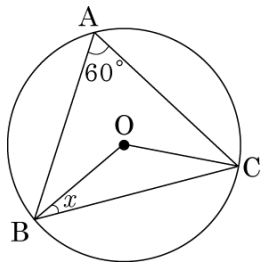
- ① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

$\overline{OT} = 6(\text{cm})$ 이고 $\angle OTP = 90^\circ$ 이므로 $\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$ 이다.

따라서 $\overline{PQ} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림에 $\angle BAC = 60^\circ$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기를 구하면?



- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

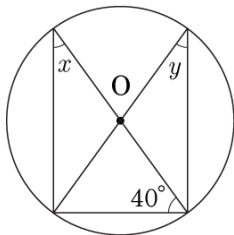
중심각 = $2 \times$ 원주각

$$\angle BOC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$\triangle BOC$ 는 이등변삼각형

$$\therefore \angle OBC = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$

13. 다음 그림에서 $\angle x - \angle y$ 의 크기를 구하여라.
(단, 단위는 생략)



▶ 답 :

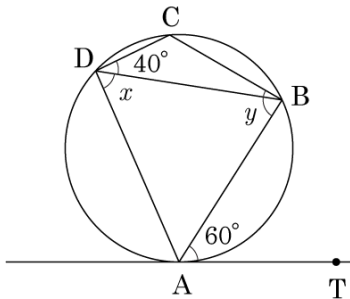
▷ 정답 : 0

해설

한 원 또는 합동인 두 원에서 호의 길이가 같은 원주각의 크기는 같다.

$$x = y = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$$

14. 원 O 에서 $\angle CDB = 40^\circ$, $\angle BAT = 60^\circ$ 이고 직선 AT가 접선일 때,
 $\angle x + \angle y = (\quad)^\circ$ 이다. 이 때,
 $(\quad)$ 안에 알맞은 수를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 140

해설

$$\angle ADB = \angle BAT$$

$$\therefore \angle x = 60^\circ$$

□ABCD는 내접사각형이므로

$$\angle ABC + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle ABC + 100^\circ = 180^\circ$$

$$\therefore \angle ABC = 80^\circ$$

$$\therefore \angle x + \angle y = 140^\circ$$

15. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned}(x + 1)(y + 1)(z + 1) \\&= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\&= 7\end{aligned}$$

16. 세 실수 a, b, c 에 대하여 $(a, b, c) = ab + bc$ 로 정의한다. 이때, 등식 $(x, a, y) - (2x, b, y) = (x, 2, y)$ 이 임의의 실수 x, y 에 대하여 성립하도록 a, b 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = 2$

② $a = 2, b = 2$

③ $a = 2, b = 0$

④ $a = 0, b = 2$

⑤ $a = 0, b = 0$

해설

기호의 정의에 따라서 주어진 식을 다시 쓰면

$$(ax + ay) - (2bx + by) = 2x + 2y$$

이 식을 x, y 에 대하여 정리하면

$$(a - 2b - 2)x + (a - b - 2)y = 0$$

이 등식이 임의의 x, y 에 대하여 성립하므로

$$a - 2b - 2 = 0, a - b - 2 = 0$$

위의 두 식을 연립하여 풀면 $a = 2, b = 0$

17. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b$, $g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

① $(x - 1)^2(x + 1)(x + 2)$

② $(x - 1)^2(x + 4)(x + 2)$

③ $(x - 1)(x + 1)^2(x + 2)$

④ $(x - 1)(x + 4)^2(x + 2)$

⑤ $(x - 1)(x + 4)(x + 2)^2$

해설

인수정리에 의해

$$f(1) = 1 - a + b = 0$$

$$g(1) = 1 + a - 2b = 0$$

연립하면, $a = 3, b = 2$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$$

조립제법을 이용하면,

$$f(x) = (x - 1)^2(x + 2)$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$\therefore \text{최소공배수: } (x - 1)^2(x + 4)(x + 2)$$

18. 이차항의 계수가 1인 두 이차 다항식의 최대공약수가 $x + 3$ 이고, 최소공배수가 $x^3 + 4x^2 + x - 6$ 일 때 두 이차식을 구하면?

① $\begin{cases} x^2 + x - 3 \\ x^2 + 5x + 1 \end{cases}$

③ $\begin{cases} x^2 + x - 2 \\ x^2 - x + 3 \end{cases}$

⑤ $\begin{cases} x^2 + 4x + 3 \\ x^2 - x - 6 \end{cases}$

② $\begin{cases} x^2 + x - 6 \\ x^2 + 4x + 3 \end{cases}$

④ $\begin{cases} x^2 + 2x - 3 \\ x^2 + 5x + 6 \end{cases}$

해설

$$x^3 + 4x^2 + x - 6 = (x - 1)(x + 2)(x + 3)$$

두 이차식은 $(x - 1)(x + 3)$, $(x + 2)(x + 3)$ 에서

$$x^2 + 2x - 3, x^2 + 5x + 6$$

19. 이차함수 $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는 x 축의 길이가 3일 때, 모든 실수 k 의 값의 합은?

① 6

② 8

③ 10

④ 12

⑤ 14

해설

이차함수 $y = x^2 - kx + 3x + 2$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 좌표를 $(\alpha, 0)$, $(\beta, 0)$ 이라 하면

α, β 는 이차방정식 $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 의 두 근이다.

근과 계수의 관계에 의하여 $\alpha + \beta = k$, $\alpha\beta = 3k + 2$

잘려지는 x 축의 길이가 3이므로 $|\alpha - \beta| = 3$

이 때, $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로 $9 = k^2 - 4(3k + 2)$

$k^2 - 12k - 17 = 0$

따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든 k 의 값의 합은 12이다.

20. x 축과 두 점 $(-2, 0)$, $(1, 0)$ 에서 만나고 최댓값이 9 인 포물선의 방정식은?

① $y = -4x^2 + 4x - 8$

② $y = 4x^2 - 4x + 8$

③ $y = -4x^2 + 4x + 8$

④ $y = -4x^2 - 4x + 8$

⑤ x 축과 두 점 $(p, 0)$, $(q, 0)$ 에서 만나는 $\overline{pq}$ 의 길이를 이등분한 점이 축의 방정식이 된다.

해설

대칭축이 두 점의 중점 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 을 지나므로 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{1}{2}, 9\right)$

따라서 $y = a\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9$

$(1, 0)$ 을 대입하면 $0 = \frac{9}{4}a + 9$, $a = -4$

$\therefore y = -4\left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + 9 = -4x^2 - 4x + 8$

21. 가로 길이가 6cm, 세로 길이가 10cm 인 직사각형에서 가로의 길이를 x cm 길게 하고 세로의 길이를 x cm 짧게 한 직사각형의 넓이가 최대일 때, x 값은?

① 2

② 4

③ 8

④ 14

⑤ 15

해설

넓이를 y 라 하면

$$y = (6 + x)(10 - x)$$

$$= -x^2 + 4x + 60$$

$$= -(x^2 - 4x + 4 - 4) + 60$$

$$= -(x - 2)^2 + 64$$

따라서 $x = 2$ 일 때 최댓값 64 를 가진다.

22. 밑면의 길이와 높이의 합이 28 인 삼각형의 넓이가 최대가 될 때 밑변과 높이의 길이를 각각 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 밑변 : 14

▷ 정답 : 높이 : 14

해설

삼각형의 넓이를 y 라 하면, 밑변을 x , 높이는 $28 - x$ 라 두면

$$\begin{aligned}y &= \frac{1}{2}x(28 - x) \\&= -\frac{1}{2}x^2 + 14x \\&= -\frac{1}{2}(x^2 - 28x + 196 - 196) \\&= -\frac{1}{2}(x - 14)^2 + 196\end{aligned}$$

따라서 밑변은 14 , 높이는 14이다.

23. 사차방정식 $x^4 + x^3 - x^2 - 7x - 6 = 0$ 의 두 허근을 α, β 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하면?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$$\begin{array}{r|rrrrr}
 -1 & 1 & 1 & -1 & -7 & -6 \\
 & & -1 & 0 & 1 & 6 \\
 \hline
 2 & 1 & 0 & -1 & -6 & 0 \\
 & & 2 & 4 & 6 & \\
 \hline
 & 1 & 2 & 3 & 0 &
 \end{array}$$

$$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3)=0$$

$x^2+2x+3=0$ 의 두 근이 허근이므로

$$(D < 0) \alpha + \beta = -2$$

24. 다음 연립부등식의 해를 $a < x < b$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 5x + 2 > 3x - 4 \\ 2x - 1 < -7x + 26 \end{cases}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$5x + 2 > 3x - 4$$

$$2x > -6$$

$$\therefore x > -3$$

$$2x - 1 < -7x + 26$$

$$9x < 27$$

$$\therefore x < 3$$

$$-3 < x < 3 \text{ 이므로 } a = -3, b = 3$$

$$\therefore a + b = 0$$

25. 연립부등식 $2x + a < x + 2 < 4(x - 1)$ 의 해가 $b < x < 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① -5

② -1

③ 1

④ 3

⑤ 5

해설

$$2x + a < x + 2 < 4(x - 1)$$

$$2x + a < x + 2 \rightarrow x < 2 - a$$

$$x + 2 < 4(x - 1) \rightarrow x > 2$$

$$2 < x < 2 - a \text{ 가 } b < x < 5 \text{ 이므로 } a = -3, b = 2$$

$$\therefore a + b = -1$$

26. 이차부등식 $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

① $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

② $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③ $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤ $x = \frac{3}{2}$

해설

$$-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$$

$$\Rightarrow 4x^2 - 12x + 9 \leq 0$$

$$\Rightarrow (2x - 3)^2 \leq 0$$

$$\therefore x = \frac{3}{2}$$

27. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - (p+1)x + 2 - p = 0$ 의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작을 때, 양수 p 의 값의 범위는?

① $0 < p < 1$

② $\frac{1}{2} < p < 1$

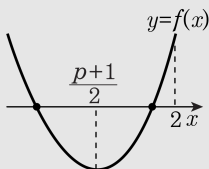
③ $1 \leq p < 2$

④ $1 < p < \frac{4}{3}$

⑤ $p > 1$

해설

$f(x) = x^2 - (p+1)x + 2 - p$ 라 하면 $y = f(x)$ 의 그래프는 다음 그림과 같아야 한다.



(i) 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 판별식을 D 라 하면

$$D = (p+1)^2 - 4(2-p) > 0$$

$$p^2 + 6p - 7 > 0, \quad (p+7)(p-1) > 0$$

$$\therefore p < -7 \text{ 또는 } p > 1$$

(ii) $f(2) > 0$ 에서 $2^2 - (p+1) \cdot 2 + 2 - p > 0$

$$3p < 4$$

$$\therefore p < \frac{4}{3}$$

(iii) $y = f(x)$ 의 그래프의 축의 방정식이 $x = \frac{p+1}{2}$ 이므로

$$\frac{p+1}{2} < 2$$

$$\therefore p < 3$$

(i), (ii), (iii)에서 $p < -7$ 또는 $1 < p < \frac{4}{3}$

그런데 $p > 0$ 이므로 $1 < p < \frac{4}{3}$

28. 이차방정식 $x^2 - 2mx + m + 6 = 0$ 의 두 근이 모두 1보다 작을 때, 실수 m 의 값의 범위를 구하면?

① $m \leq -6$

② $m \leq -4$

③ $m \leq -2$

④ $m \leq 0$

⑤ $m \leq 2$

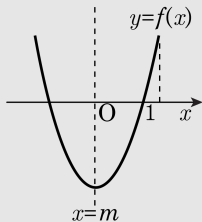
해설

$f(x) = x^2 - 2mx + m + 6 = (x - m)^2 - m^2 + m + 6$ 으로 놓으면

$$\frac{D}{4} = m^2 - 1 \cdot (m + 6) = m^2 - m - 6$$

$$f(1) = 1 - 2m + m + 6 = -m + 7$$

두 근이 모두 1보다 작으려면 $y = f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같아야 한다.



따라서,

(i) 판별식 : $\frac{D}{4} = m^2 - m - 6 \geq 0$

$$(m + 2)(m - 3) \geq 0$$

$$\therefore m \leq -2 \text{ 또는 } m \geq 3 \dots\dots \textcircled{\text{㉠}}$$

(ii) 경계값의 부호 : $f(1) = -m + 7 > 0$

$$\therefore m < 7 \dots\dots \textcircled{\text{㉡}}$$

(iii) 축 : $m < 1 \dots\dots \textcircled{\text{㉢}}$

㉠, ㉡, ㉢으로부터 구하는 m 의 값의 범위는 $m \leq -2$

29. 두 점 A $(-5, 1)$, B $(3, 5)$ 에서 같은 거리에 있는 y 축 위의 점의 좌표는?

① $(0, 0)$

② $(0, 1)$

③ $(0, 3)$

④ $(0, 4)$

⑤ $(0, -1)$

해설

y 축 위의 점을 Q $(0, a)$ 라 하면 $\overline{AQ} = \overline{QB}$

$$\therefore (0 + 5)^2 + (a - 1)^2 = (0 - 3)^2 + (a - 5)^2$$

정리하면 $a = 1 \quad \therefore Q(0, 1)$

30. 두 점 A (-3, 4), B (2, 6)에서 같은 거리에 있는 x 축 위의 점 P와 y 축 위의 점 Q의 좌표는?

① $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

② $P\left(\frac{1}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$

③ $P\left(-\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{1}{4}\right)$

④ $P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{7}{4}\right)$

⑤ $P\left(\frac{5}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{2}\right)$

해설

P의 좌표를 P (a , 0)라 하면

$\overline{AP} = \overline{BP}$ 이므로

$$\sqrt{(a+3)^2 + (-4)^2} = \sqrt{(a-2)^2 + (-6)^2}$$

Q의 좌표를 Q (0, b)라 하면

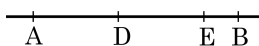
$\overline{AQ} = \overline{BQ}$ 에서

$$\sqrt{3^2 + (b-4)^2} = \sqrt{(-2)^2 + (b-6)^2}$$

두 식을 제곱하여 정리하면 $a = \frac{3}{2}, b = \frac{15}{4}$

$$\therefore P\left(\frac{3}{2}, 0\right), Q\left(0, \frac{15}{4}\right)$$

31. $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이고, $\overline{BE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 이다. $\overline{AD} : \overline{DE}$ 값은?



① 1 : 1

② 2 : 3

③ 1 : 2

④ 2 : 5

⑤ 1 : 3

해설

$\overline{BE} : \overline{ED} = 1 : 3$ 이므로

$$\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{BD} \quad \cdots \textcircled{㉠} \text{이다.}$$

또한 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$ 이므로

$$\overline{DB} = 2\overline{AD} \quad \cdots \textcircled{㉡} \text{이다.}$$

㉠과 ㉡로부터

$$\overline{ED} = \frac{3}{4}\overline{BD} = \frac{3}{4} \times 2 \times \overline{AD} = \frac{3}{2}\overline{AD} \text{ 이다.}$$

$$\text{따라서 } \overline{AD} : \overline{DE} = \overline{AD} : \frac{3}{2}\overline{AD} = 1 : \frac{3}{2} = 2 : 3 \text{ 이다.}$$

32. 중심이 $y = x - 1$ 위에 있고 두 점 $(0, 3)$, $(4, 3)$ 을 지나는 원의 반지름의 길이는?

① $\sqrt{5}$

② $\sqrt{6}$

③ $\sqrt{7}$

④ $2\sqrt{2}$

⑤ 3

해설

중심을 $(a, a - 1)$, 반지름을 r 이라 하면,
구하는 원의 방정식은

$$(x - a)^2 + (y - a + 1)^2 = r^2 \dots\dots \textcircled{㉠}$$

i) $\textcircled{㉠}$ 이 $(0, 3)$ 을 지나므로

$$a^2 + (4 - a)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 8a + 16 = r^2 \dots\dots \textcircled{㉡}$$

ii) $\textcircled{㉠}$ 이 $(4, 3)$ 을 지나므로

$$(4 - a)^2 + (4 - a)^2 = r^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 - 16a + 32 = r^2 \dots\dots \textcircled{㉢}$$

$$\textcircled{㉡} - \textcircled{㉢} : 8a - 16 = 0$$

$$\therefore a = 2$$

$$\therefore \textcircled{㉡} \text{에서 } r^2 = 8 - 16 + 16 = 8$$

$$\therefore r = 2\sqrt{2} \quad (\because r > 0)$$

33. 중심이 $y = 2x$ 위에 있고, 두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식은?

① $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 1$

② $(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1$

③ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 1$

④ $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 2$

⑤ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 2$

해설

중심이 $y = 2x$ 위에 있다고 했으므로

두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 을 지나는

원의 중심은 $(a, 2a)$ 로 나타낼 수 있다.

$(a, 2a)$ 를 중심으로 하는 원을 식으로 표현하면

$$(x-a)^2 + (y-2a)^2 = r^2 \text{이다.}$$

따라서 두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 은

$(x-a)^2 + (y-2a)^2 = r^2$ 를 지나므로 대입했을 때 등식이 성립한다.

두 식을 연립하면, 두 점 $(2, 2)$, $(1, 1)$ 을 지나는 원의 방정식이

$$(x-1)^2 + (y-2)^2 = 1 \text{임을 알 수 있다.}$$

34. 중심이 직선 $2x + y = 0$ 위에 있고, 두 점 $(3, 0)$, $(0, 1)$ 을 지나는 원의 방정식은 ?

① $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 6 = 0$

② $x^2 + y^2 + 2x - 4y - 6 = 0$

③ $5x^2 + 5y^2 - 8x + 16y - 21 = 0$

④ $5x^2 + 5y^2 + 8x - 16y - 21 = 0$

⑤ $x^2 + y^2 - 4x + 8y - 12 = 0$

해설

구하는 원의 중심이 직선 $2x + y = 0$ 위에 있으므로 중심을 $(a, -2a)$ 라 할 수 있다.

$$(x - a)^2 + (y + 2a)^2 = r^2$$

점 $(3, 0)$ 을 지나므로,

$$(3 - a)^2 + (2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{1}$$

또, 점 $(0, 1)$ 을 지나므로,

$$a^2 + (1 + 2a)^2 = r^2 \dots \textcircled{2}$$

$$\textcircled{1}, \textcircled{2} \text{에서 } a = \frac{4}{5}, r^2 = \frac{37}{5}$$

$$\therefore \left(x - \frac{4}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{5}\right)^2 = \frac{37}{5}$$

$$\text{정리하면 } 5x^2 + 5y^2 - 8x + 16y - 21 = 0$$

35. 두 정점 $A(0, 0)$, $B(0, 6)$ 에서의 거리의 비가 $2:1$ 인 점 P 가 그리는 도형의 넓이를 구하면?

① π

② 4π

③ 8π

④ 12π

⑤ 16π

해설

점 P 의 자취는 A , B 를 $2:1$ 로 내분하는 점과 외분하는 점을 지름의 양 끝으로 하는 원과 같다.

$$\Rightarrow \text{내분점은 } \left(0, \frac{2 \times 6}{2+1}\right) = (0, 4)$$

$$\Rightarrow \text{외분점은 } \left(0, \frac{2 \times 6}{2-1}\right) = (0, 12)$$

$\therefore$ 중심은 $(0, 8)$ 이고, 반지름이 4 인 원

$$\Rightarrow \text{넓이는 } \pi \cdot 4^2 = 16\pi$$

36. x 축 및 y 축에 접하고 원 $(x-7)^2 + (y-6)^2 = 4$ 에 외접하는 원은 두 개 있다. 이 두 원의 반지름의 합은?

① 10

② 21

③ 24

④ 27

⑤ 30

해설

조건을 만족하는 원은 제1사분면에서 두 개 존재한다. 원의 반지름을 a 라 하면, 중심의 좌표는 (a, a) 이다. 주어진 원과 외접하기 위해서는 두 원의 중심 간의 거리가 반지름의 합과 같으면 된다.

$$\sqrt{(7-a)^2 + (6-a)^2} = a + 2$$

양변 제곱하여 정리하면,

$$2a^2 - 26a + 85 = a^2 + 4a + 4$$

$$a^2 - 30a + 81 = 0$$

따라서, 두 개의 원의 반지름은 3, 27 이고
그 합은 근과 계수와의 관계에서 30

37. 직선 $y = 2x + b$ 와 원 $x^2 + y^2 = 4$ 이 만나지 않을 때, 상수 b 의 범위를 구하면?

① $b < -\sqrt{5}$ 또는 $b > \sqrt{5}$

② $b < -2\sqrt{5}$ 또는 $b > 2\sqrt{5}$

③ $b < -3\sqrt{5}$ 또는 $b > 3\sqrt{5}$

④ $b < -4\sqrt{5}$ 또는 $b > 4\sqrt{5}$

⑤ $b < -5\sqrt{5}$ 또는 $b > 5\sqrt{5}$

해설

원과 직선의 방정식을 연립하여 얻은 이차방정식

$$5x^2 + 4bx + b^2 - 4 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

의 판별식을 D 라고 하면

$$\frac{D}{4} = (2b)^2 - 5(b^2 - 4) = -b^2 + 20$$

원과 직선이 만나지 않으려면 $\textcircled{1}$ 이

실근을 갖지 않아야 하므로

$$\frac{D}{4} < 0 \text{ 에서 } -b^2 + 20 < 0, b^2 - 20 > 0$$

$$\therefore b < -2\sqrt{5} \text{ 또는 } b > 2\sqrt{5}$$

38. 원 $x^2 + y^2 = 8$ 과 직선 $y = x + k$ 가 서로 다른 두 점에서 만나도록 상수 k 의 값의 범위를 구하면?

① $-2 < k < 2$

② $0 < k < 4$

③ $-4 < k < 0$

④ $-2 < k < 0$

⑤ $-4 < k < 4$

해설

원의 중심과 직선 사이의 거리 d 를 구하면

$$d = \frac{|0 + 0 + k|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2}} = \frac{|k|}{\sqrt{2}}$$

이 때, 원의 반지름의 길이가 $2\sqrt{2}$ 이므로

원과 직선이 서로 다른 두 점에서 만나려면 $d < r$ 이고

$$\frac{|k|}{\sqrt{2}} < 2\sqrt{2} \quad \therefore -4 < k < 4$$

39. 기울기가 2 이고 원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하는 두 직선의 y 절편을 각각 a, b 라 할 때, $a - b$ 의 값은?(단 $a > b$)

① 3

② $2\sqrt{3}$

③ 4

④ $2\sqrt{7}$

⑤ $6\sqrt{5}$

해설

기울기가 2 이고

원 $x^2 + y^2 = 9$ 에 접하는 직선의 방정식은

$$y = 2x \pm 3\sqrt{2^2 + 1}$$

곧 $y = 2x \pm 3\sqrt{5}$ 이므로

$$a = 3\sqrt{5}, b = -3\sqrt{5} (\because a > b)$$

$$\therefore a - b = 6\sqrt{5}$$

40. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고른 것은?

- ㉠ 5의 배수의 모임
- ㉡ 가장 작은 자연수의 모임
- ㉢ 1보다 크고 2보다 작은 자연수의 모임
- ㉤ 50에 가까운 수의 모임
- ㉥ 유명한 축구 선수의 모임

① ㉠

② ㉠, ㉡

③ ㉠, ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤, ㉥

해설

㉤ ‘가까운’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

㉥ ‘유명한’이란 기준이 명확하지 않아 집합이 아니다.

41. 다음 중 옳은 것은?

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 1 개 이다.
- ② 집합 A 의 원소의 개수보다 집합 B 의 원소의 개수가 많으면 $A \subset B$ 이다.
- ③ $A \subset B$ 이면 집합 B 의 원소의 개수가 집합 A 의 원소의 개수보다 많다.
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 3$ 이다.
- ⑤ $n(\{1, 4, 6, 8\}) - n(\{1, 2, 4, 6\}) = 0$ 이다.

해설

- ① $A = \emptyset$ 이면 집합 A 의 원소의 개수는 0 개 이다.
- ② 반례 : $\{3\} \not\subset \{4, 5\}$
- ③ 반례 : $\{2, 4\} \subset \{2, 4\}$, $n(\{2, 4\}) = n(\{2, 4\})$
- ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이하의 } 5\text{의 배수}\}$ 이면 $n(A) = 2$ 이다.

42. 두 유한집합 A, B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

① $A \subset B$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이다.

② $A \neq B$ 이면 $n(A) \neq n(B)$ 이다.

③ $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.

④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.

⑤ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.

해설

① $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, b, c\}$ 이면 $A \subset B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.

② $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $A \neq B$ 이지만 $n(A) = n(B)$ 이다.

③ $A = \{a, b\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) < n(B)$ 이지만 $A \not\subset B$ 이다.

④ $A = \{a, b, c\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이고, $A \neq B$ 이다.

43. 두 집합 $A = \{1, a, a + 2\}$, $B = \{3, a - 2, 2 \times a\}$ 에 대하여 $A - B = \{5\}$ 일 때, a 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

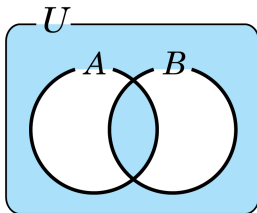
$a - b = \{5\}$ 이므로 $5 \in A$ 이다.

(1) $a = 5$ 일 때, $A = \{1, 5, 7\}$, $B = \{3, 10\}$ 이므로 $A - B = \{1, 5, 7\} \neq \{5\}$ 이다.

(2) $a + 2 = 5$, 즉 $a = 3$ 일 때, $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{1, 3, 6\}$ 이므로 $A - B = \{5\}$ 이다.

(1), (2) 에서 $a = 3$ 이다.

44. 다음과 같은 벤 다이어그램에서 $n(U) = 30, n(A) = 14, n(B) = 11, n(B \cap A^c) = 7$ 일 때, 색칠한 부분이 나타내는 집합의 원소의 개수를 구하여라.

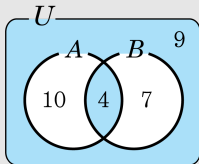


▶ 답 :

▷ 정답 : 13

해설

각 집합의 원소의 개수를 벤 다이어그램에 나타내면 다음 그림과 같으므로 $4 + 9 = 13$ 이다.



45. 다음 명제의 참, 거짓을 써라. (단, x, y 는 실수)
' $xy \neq 0$ 이면 $x \neq 0$ 또는 $y \neq 0$ 이다.'

▶ 답 :

▷ 정답 : 참

해설

대우가 참이면 주어진 명제도 참이다.

대우 : $x = 0, y = 0 \Rightarrow xy = 0$ (참)

46. 다음 중 명제 ' $ab = |ab|$ 이면 $a \geq 0$ 이고 $b \geq 0$ 이다.'가 거짓임을 보여주는 반례로 알맞은 것은?

① $a = 2, b = 2$

② $a = -3, b = -1$

③ $a = \frac{1}{2}, b = 1$

④ $a = -1, b = 1$

⑤ $a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{3}$

해설

$a = -3, b = -1$ 이면 $ab = |ab|$ 이지만 $a \geq 0, b \geq 0$ 은 아니다.

47. 실수 x 에 대한 두 조건

$$p : |x - 2| < a \text{ (단, } a > 0 \text{)}$$

$$q : x < -3 \text{ 또는 } x > 1$$

에 대하여 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이 되기 위한 a 의 값의 범위를 $\alpha < a \leq \beta$ 라 할 때, $\alpha + \beta$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$|x - 2| < a$ 에서 $-a < x - 2 < a \therefore 2 - a < x < 2 + a \therefore$

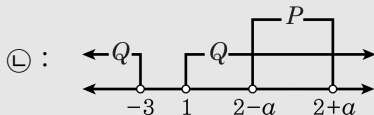
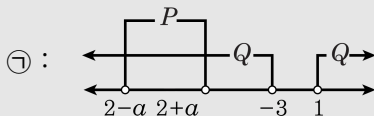
$P = \{x | 2 - a < x < 2 + a\}$, $Q = \{x | x < -3 \text{ 또는 } x > 1\}$

따라서 $P \subset Q$ 가 되려면 $2 + a \leq -3 \dots \textcircled{7}$ 또는 $2 - a \geq 1 \dots$

$\textcircled{L}$,

즉, $a \leq -5$ 또는 $a \leq 1$

그런데 $a > 0$ 이므로 구하는 a 의 범위는 $0 < a \leq 1$



$$\therefore \alpha = 0, \beta = 1$$

$$\therefore \alpha + \beta = 1$$

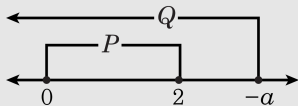
48. 실수 x 에 대한 두 조건 $p : 0 \leq x \leq 2$, $q : x + a \leq 0$ 이 있다. 명제 $p \rightarrow q$ 가 참일 때, a 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 하면 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다. $P = \{x | 0 \leq x \leq 2\}$, $Q = \{x | x \leq -a\}$



위의 그림에서 $P \subset Q$ 하려면 $2 \leq -a$, $a \leq -2$ 따라서 a 의 최댓값은 -2

49. 두 조건 $p : -2 \leq x \leq 4$ 또는 $x \geq 8$, $q : x \geq a$ 에 대하여 $p \Rightarrow q$ 일 때, a 의 최댓값은?

① -2

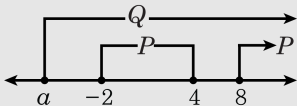
② 0

③ 4

④ 6

⑤ 8

해설



$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (P \subset Q)$ 이므로

$\therefore a \leq -2$, 최댓값 : -2

50. 명제 ‘ $x \leq -1$ 이면 $3x + 2 \leq k$ 이다.’ 가 참일 때, 다음 중 상수 k 의 값으로 옳은 것은?

① -5

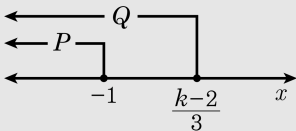
② -4

③ -3

④ -2

⑤ -1

해설



$p : x \leq -1$, $q : 3x + 2 \leq k$ 라 하고, 조건 p , q 를 만족하는 집합을 각각 P , Q 라 할 때 명제 $p \rightarrow q$ 가 참이므로 $P \subset Q$ 이다.

$$-1 \leq \frac{k-2}{3}, \quad -3 \leq k-2$$

$$\therefore k \geq -1$$

51. 실수 x 에 대하여 명제 ' $ax^2 + a^2x - 6 \neq 0$ 이면 $x \neq 2$ 이다.' 가 참이기 위한 모든 실수 a 의 값의 합을 구하여라. (단, $a \neq 0$)

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

주어진 명제가 참이므로 대우도 참이다.

즉, ' $x = 2$ 이면 $ax^2 + a^2x - 6 = 0$ 이다.' 가 참이므로

$$4a + 2a^2 - 6 = 0, \quad 2a^2 + 4a - 6 = 0,$$

$$a^2 + 2a - 3 = 0, \quad (a + 3)(a - 1) = 0$$

$$\therefore a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

따라서 a 의 값의 합은 $-3 + 1 = -2$

52. 다음 중 p 는 q 이기 위한 충분조건이지만, 필요조건은 아닌 것은?

① $p : xz = yz, q : x = y$

② $p : 3$ 의 배수, $q : 9$ 의 배수

③ $p : x = 1, y = 1, q : x + y = 2, xy = 1$

④ $p : |x - 1| = 2, q : x^2 - 2x - 3 = 0$

⑤ $p : a + b > 2, q : a > 1$ 또는 $b > 1$

해설

① 필요조건

② 필요조건

③ 필요충분조건

④ 필요충분조건

⑤ [반례] $a = 2, b = -10$ 일 때, $q \rightarrow p$ 가 성립하지 않는다.

53. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $(A - B) \cup (B - A) = U$ 이 성립하기 위한 필요충분조건은?

① $A = B$

② $B \subset A$

③ $A \subset B$

④ $A \cap B = \emptyset$

⑤ $A^c = B$

해설

좌변의 집합이 나타내는 부분은 A, B 의 합집합에서 교집합을 뺀 부분의 원소들을 나타낸다.

그런데, 그 부분이 전체집합이 되어야 하므로 A 와 B 의 교집합은 없으면서, A 와 B 의 합집합이 전체집합이 되는 꼴이 나타나야 한다.

따라서, 이를 만족하는 것은 ④, ⑤인데, 여기에서 ④번은 필요조건에 성립되지 않으므로 답은 ⑤번이 된다.

54. 명제 p, q, r 에 대하여 p 는 q 이기 위한 필요조건, r 은 q 이기 위한 충분조건일 때, p 는 r 이기 위한 무슨 조건인가?

① 필요

② 충분

③ 필요충분

④ 아무 조건도 아니다.

⑤ q 에 따라 다르다.

해설

p 는 q 이기 위한 필요조건이므로 $p \Leftarrow q$,
즉 $q \Rightarrow p$ 가 성립하고 r 은 q 이기 위한 충분조건,
즉 $r \Rightarrow q$ 가 성립하므로 $r \Rightarrow q \Rightarrow p$ 이다.
그러나 $p \Rightarrow r$ 인지는 알 수 없다.
따라서 $r \Rightarrow p$ 이므로 p 는 r 이기 위한 필요조건이다.

55. 다음 ㉠, ㉡에 알맞은 것끼리 짝지어진 것은?

네 조건 p, q, r, s 에 대하여 p 는 r 이기 위한 충분조건, q 는 r 이기 위한 충분조건, s 는 r 이기 위한 필요조건, q 는 s 이기 위한 필요조건일 때, s 는 p 이기 위한 (㉠) 조건이며 p 는 q 이기 위한 (㉡) 조건이다.

① 필요, 필요

② 필요, 충분

③ 충분, 필요

④ 충분, 충분

⑤ 필요충분, 충분

해설

네 조건 p, q, r, s 를 만족하는 집합은 각각 P, Q, R, S 라고 하면
 $p \subset R, Q \subset R, S \supset R, Q \supset S, P \subset R, R \subset S$ 이므로 $P \subset S$
 따라서 S 는 r 이기 위한 필요조건이다.

$Q \subset R, R \subset S, S \subset Q$ 이므로 $Q = R = S$

$P \subset R$ 이므로 $P \subset Q$

따라서 p 는 q 이기 위한 충분조건이다.