

1. 다음 등식  $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가  $x$ 의 값에 관계없이 항상 성립할 때,  $abc$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에  $x = 0$ 을 대입하면,  $2a = -2$

$\therefore a = -1$

양변에  $x = 1$ 을 대입하면,  $-b = -3$

$\therefore b = 3$

양변에  $x = 2$ 을 대입하면,  $2c = 0$

$\therefore c = 0$

$\therefore abc = 0$

2. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $x^2 - 3x + 2 = a + bx + cx(x-1) + dx(x-1)(x-2)$ 가 항상 성립할 때,  $a + b + c + d$ 의 값을 구하면? (단,  $a, b, c, d$ 는 상수)

① 1                      ② 2                      ③ 3                      ④ 4                      ⑤ 5

해설

$x = 0$ 을 대입하면  $a = 2$   
 $x = 1$ 을 대입하면  $b = -2$   
 $x = 2$ 을 대입하면  $c = 1$   
3차항은 없으므로  $d = 0$   
 $\therefore a + b + c + d = 1$

3.  $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서  $x^3$ 의 계수가  $-8$ 일 때,  $a - 2b$ 의 값은?

①  $-6$       ②  $-4$       ③  $-2$       ④  $0$       ⑤  $2$

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

4. 두 다항식  $(1+x+x^2+x^3)^3$ ,  $(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$ 의  $x^3$ 의 계수를 각각  $a$ ,  $b$ 라 할 때,  $a-b$ 의 값은?

①  $4^3 - 5^3$

②  $3^3 - 3^4$

③ 0

④ 1

⑤ -1

해설

두 다항식이  $1+x+x^2+x^3$ 을 포함하고 있으므로  $1+x+x^2+x^3 = A$ 라 놓으면

$$(1+x+x^2+x^3+x^4)^3$$

$$= (A+x^4)^3$$

$$= A^3 + 3A^2x^4 + 3Ax^8 + x^{12}$$

$$= A^3 + (3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$$

이 때  $(3A^2 + 3Ax^4 + x^8)x^4$ 은  $x^3$ 항을 포함하고 있지 않으므로 두 다항식의  $x^3$ 의 계수는 같다.

$$\therefore a-b=0$$

5.  $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가  $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤  $x, y$ 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때,  $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$ 라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

$x, y$ 에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이  $x, y$ 에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$

$\therefore k=2, a=-2, b=2$

$\therefore a-b=-4$

6.  $x-y=1$ 을 만족하는 임의의 실수  $x, y$ 에 대하여  $ax^2+bx+cy^2-1=0$ 이 항상 성립할 때,  $a+b+c$ 의 값은?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

$y = x - 1$ 을 준식에 대입하여  $x$ 에 대한 내림차순으로 정리하면  
 $(a+b+c)x^2 - (b+2c)x + c - 1 = 0$   
 $x$ 에 대한 항등식이므로  
 $a+b+c=0, b+2c=0, c-1=0$   
 $\therefore a=1, b=-2, c=1$   
 $\therefore a+b+c=0$