

1. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2$ 에 대한 설명이다. 옳지 않은 것은?

- ① 원점을 꼭짓점으로 한다.
- ② 아래로 볼록인 포물선이다.
- ③ $x = 0$ 을 축으로 한다.
- ④ $y = 2x^2$ 보다 폭이 넓다.
- ⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 y 축에 대한 대칭이다.

해설

⑤ $y = -\frac{1}{2}x^2$ 과는 x 축에 대한 대칭이다.

2. 다음은 이차함수 $y = -5x^2 + 3$ 의 그래프에 대한 설명이다. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이다.
- ② 위로 볼록한 포물선이다.
- ③ $y = -5x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 3 만큼 평행이동한 그래프이다.
- ④ 축의 방정식은 $x = 0$ 이다.
- ⑤ $y = 4x^2$ 의 그래프보다 폭이 넓다.

해설

$y = -5x^2 + 3$ 의 그래프는 $y = -5x^2$ 그래프를 y 축으로 3 만큼 평행이동한 것이다. 이 그래프에서 꼭짓점의 좌표는 $(0, 3)$ 이고 $4 < 5$ 이므로 $y = 4x^2$ 그래프보다 폭이 좁다. 축의 방정식은 $x = 0$ 이고 $-5 < 0$ 이므로 위로 볼록한 포물선이다.

3. 이차함수 $y = 4x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동하였더니 제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지났다. 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것을 모두 골라라.

$\frac{1}{3}, -\frac{2}{3}, -1, 3, -3, \frac{8}{3}$

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{1}{3}$

▷ 정답: 3

▷ 정답: $\frac{8}{3}$

해설

$y = 4x^2$ 의 그래프는 제 1, 2 사분면만 지나므로

제 1, 2, 3, 4 분면을 모두 지나려면

y 축의 아래쪽으로 이동해야 한다.

따라서 $a < 0$ 이 되어야 하므로

a 의 값이 될 수 없는 것은 $\frac{1}{3}, 3, \frac{8}{3}$ 이다.

4. 이차함수 $y = -2(x-p)^2$ 의 그래프는 점 $(1, -32)$ 을 지난다. 축의 방정식을 구하여라. (단, $p > 0$)

▶ 답:

▷ 정답: $x = 5$

해설

$y = -2(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(1, -32)$ 를 지나므로 $-32 = -2(1-p)^2$, $p = 5$
 $\therefore y = -2(x-5)^2$, 축의 방정식: $x = 5$

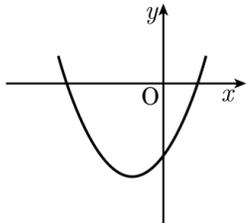
5. 이차함수 $y = -x^2 + 2x + 3$ 을 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 꼴로 나타낼 때, $p+q$ 의 값은?

- ① 6 ② 5 ③ 4 ④ 3 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} y &= -x^2 + 2x + 3 \\ &= -(x^2 - 2x + 1 - 1) + 3 \\ &= -(x-1)^2 + 4 \\ \therefore p &= 1, q = 4 \\ \therefore p+q &= 1+4 = 5 \end{aligned}$$

6. 이차함수 $f(x) = ax^2 + bx + c$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?



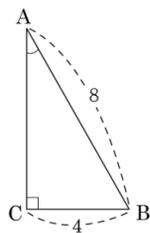
- ① $-\frac{c}{a} < 0$
- ② $a - b + c > 0$
- ③ $b^2 - 4ac > 0$
- ④ $0 < x_1 < x_2$ 일 때, $f(x_1) < f(x_2)$
- ⑤ $abc < 0$

해설

- ① $a > 0, c < 0$ 이므로 $-\frac{c}{a} > 0$
 - ② $f(-1) = a - b + c < 0$
 - ③ x 축과의 교점이 두 개이므로 $D = b^2 - 4ac > 0$
 - ④ 「 $x > 0$ 」인 구간에서 x 값이 증가하면 y 값은 증가하는 그래프이므로
 $0 < x_1 < x_2$ 이면 $f(x_1) < f(x_2)$
 - ⑤ $a > 0, b > 0, c < 0$ 이므로 $abc < 0$
- 따라서 옳지 않은 것은 ①, ②이다.

7. 다음과 같은 직각삼각형 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 8$, $\overline{BC} = 4$ 일 때, $\sin A - \tan A$ 의 값은?

- ① $\frac{1 - \sqrt{3}}{6}$ ② $\frac{2 - \sqrt{3}}{6}$
 ③ $\frac{2 - 2\sqrt{2}}{6}$ ④ $\frac{3 - 2\sqrt{2}}{6}$
 ⑤ $\frac{3 - 2\sqrt{3}}{6}$



해설

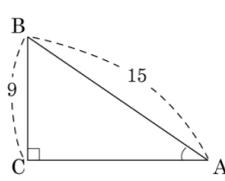
$$\overline{AC} = \sqrt{8^2 - 4^2} = \sqrt{64 - 16} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\sin A = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}, \quad \tan A = \frac{4}{4\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$\therefore \sin A - \tan A = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{3 - 2\sqrt{3}}{6}$$

8. 다음과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC에서 $\tan A \times \sin A$ 의 값은?

- ① $\frac{1}{20}$ ② $\frac{5}{20}$ ③ $\frac{9}{20}$
④ $\frac{2}{3}$ ⑤ 2



해설

$$\overline{AC} = \sqrt{15^2 - 9^2} = \sqrt{144} = 12$$

$$\tan A \times \sin A = \frac{9}{12} \times \frac{9}{15} = \frac{9}{20}$$

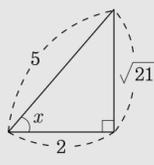
9. $\cos x = \frac{2}{5}$ 일 때, $\frac{\sin x}{\tan x}$ 의 값은?

- ① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{4}{3}$ ④ $\frac{5}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

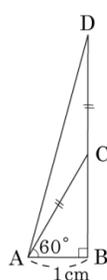
해설

$$\cos x = \frac{2}{5}, \tan x = \frac{\sqrt{21}}{2}, \sin x = \frac{\sqrt{21}}{5}$$

$$\frac{\sin x}{\tan x} = \frac{\frac{\sqrt{21}}{5}}{\frac{\sqrt{21}}{2}} = \frac{2}{5}$$



10. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\overline{AB} = 1\text{cm}$, $\angle ABC = 90^\circ$, $\angle CAB = 60^\circ$ 인 직각삼각형이고, $\overline{AC} = \overline{CD}$ 이다. 이때, $\tan 75^\circ$ 의 값은?



- ① $2 + \sqrt{3}$ ② $1 + \sqrt{3}$ ③ $\sqrt{3}$
 ④ $2 + \sqrt{2}$ ⑤ $1 + \sqrt{2}$

해설

$$\overline{AC} = \frac{1}{\cos 60^\circ} = 2$$

이등변삼각형 DCA 에서 $\angle ACB = 30^\circ$ 이므로
 $\angle CAD = \angle CDA = 15^\circ$

$$\triangle ABD \text{ 에서 } \tan \angle DAB = \frac{\overline{BD}}{\overline{AB}} = \overline{BC} + \overline{CD}$$

$$\therefore \tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$$

11. 다음 삼각비의 값 중 가장 작은 값은?

- ① $\sin 25^\circ$ ② $\cos 0^\circ$ ③ $\cos 10^\circ$
④ $\tan 45^\circ$ ⑤ $\tan 60^\circ$

해설

① $\sin 25^\circ$ 와 ③ $\cos 10^\circ$
 $0^\circ \leq x < 45^\circ$ 일 때, $\sin x < \cos x$
따라서 $\sin 25^\circ < \cos 10^\circ < 1$
② $\cos 0^\circ = 1$
④ $\tan 45^\circ = 1$
⑤ $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$
따라서 가장 작은 값은 ① $\sin 25^\circ$

12. $\sqrt{(\sin x + 1)^2} + \sqrt{(\sin x - 1)^2}$ 의 값은? (단, $0^\circ \leq x \leq 90^\circ$)

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

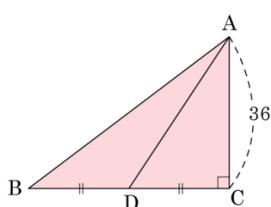
해설

$0 \leq \sin x \leq 1$ 이므로 $\sin x - 1 \leq 0$ 이다.

$$\begin{aligned} & \sqrt{(\sin x + 1)^2} + \sqrt{(\sin x - 1)^2} \\ &= \sin x + 1 - (\sin x - 1) = 2 \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같이 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC 에서 $\overline{AC} = 36$, $\tan B = \frac{3}{4}$ 이고, \overline{BC} 의 중점이 D 일 때, \overline{AD} 의 길이를 구하여라.

- ① $5\sqrt{10}$ ② $10\sqrt{11}$
 ③ $6\sqrt{12}$ ④ $5\sqrt{13}$
 ⑤ $12\sqrt{13}$



해설

$\triangle ABC$ 에서

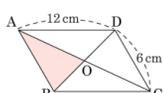
$$\tan B = \frac{AC}{BC} = \frac{3}{4} \quad \therefore BC = 48$$

$$\therefore CD = \frac{1}{2}BC = 24$$

따라서 $\triangle ADC$ 에서

$$\overline{AD} = \sqrt{36^2 + 24^2} = \sqrt{1872} = 12\sqrt{13} \text{ 이다.}$$

14. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 대각선 \overline{AC} , \overline{BD} 의 교점을 O 라고 하자. $\angle BCD = 60^\circ$, $\overline{AD} = 12\text{cm}$, $\overline{CD} = 6\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하면?

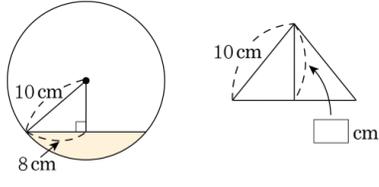


- ① 9 cm^2 ② 10 cm^2 ③ $9\sqrt{2}\text{ cm}^2$
 ④ $9\sqrt{3}\text{ cm}^2$ ⑤ $10\sqrt{3}\text{ cm}^2$

해설

$$\begin{aligned}
 (\square ABCD \text{의 넓이}) &= 12 \times 6 \times \sin 60^\circ \\
 &= 12 \times 6 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \\
 &= 36\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)} \\
 \therefore \triangle ABO &= 36\sqrt{3} \times \frac{1}{4} = 9\sqrt{3} \text{ (cm}^2\text{)}
 \end{aligned}$$

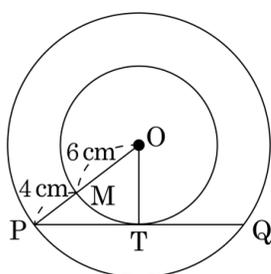
15. 자영이가 케이크를 다음과 같은 넓이로 자르려고 한다. 어느 삼각자를 쓰면 되는지 안에 알맞은 수를 구하면?



- ① 3 ② 6 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설
 현에 이르는 수선의 길이가 6cm 이므로 자영이가 케이크를 넓이에 맞게 자르려면 6cm 짜리 삼각자를 사용해야 한다.

16. 다음 그림과 같이 중심이 같은 두 원에서 \overline{OP} 가 작은 원과 만나는 점을 M , 큰 원의 현 \overline{PQ} 가 작은 원과 만나는 점을 T 라 하자. $OM = 6\text{ cm}$, $PM = 4\text{ cm}$ 일 때, \overline{PQ} 의 길이는?

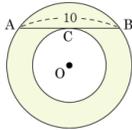


- ① 13 cm ② 14 cm ③ 15 cm ④ 16 cm ⑤ 17 cm

해설

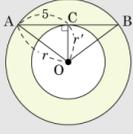
$\overline{OT} = 6(\text{cm})$ 이고 $\angle OTP = 90^\circ$ 이므로 $\overline{PT} = \sqrt{10^2 - 6^2} = \sqrt{100 - 36} = \sqrt{64} = 8(\text{cm})$ 이다.
따라서 $\overline{PQ} = 2 \times 8 = 16(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림과 같이 두 개의 동심원이 있다. 큰 원의 현 AB가 작은 원에 접하고, $AB = 10$ 일 때, 색칠한 부분의 넓이는?



- ① 10π ② 15π ③ 20π ④ 25π ⑤ 30π

해설



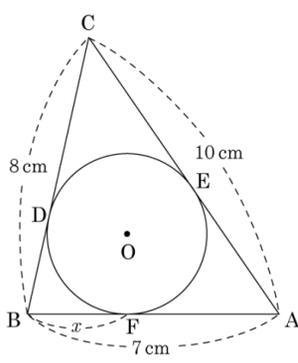
큰 원의 반지름의 길이를 r , 작은 원의 반지름의 길이를 r' 라고 하자.

\overline{AB} 는 작은 원의 접선이므로 $\overline{OC} \perp \overline{AB}$, $\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB} = 5$ 이다.

직각삼각형 $\triangle ACO$ 에서 $r^2 - r'^2 = 5^2$ 이다.

색칠한 부분의 넓이 $= \pi r^2 - \pi r'^2 = \pi(r^2 - r'^2) = 25\pi$ 이다.

18. 다음은 $\triangle ABC$ 에 내접하는 원 O 를 그린 것이다. 이때, x 의 길이는 얼마인가?



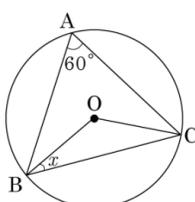
- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{5}{2}$ ③ $\frac{7}{2}$ ④ $\frac{9}{2}$ ⑤ $\frac{11}{2}$

해설

$$\begin{aligned} \overline{AC} &= \overline{CE} + \overline{AE} \\ &= (8 - x) + (7 - x) \\ &= 15 - 2x = 10 \end{aligned}$$

$$\therefore x = \frac{5}{2}$$

19. 다음 그림에 $\angle BAC = 60^\circ$ 일 때, $\angle OBC$ 의 크기를 구하면?

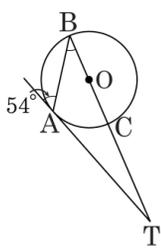


- ① 30° ② 40° ③ 50° ④ 60° ⑤ 70°

해설

중심각 = $2 \times$ 원주각
 $\angle BOC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$
 $\triangle BOC$ 는 이등변삼각형
 $\therefore \angle OBC = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$

20. 다음 그림에서 $\angle ABT$ 의 크기는?



- ① 33° ② 34° ③ 35° ④ 36° ⑤ 37°

해설

중심 O 와 점 A 를 이으면 $\angle TAO = 90^\circ$
 $\angle BAO = 36^\circ$, $\overline{OA} = \overline{OB}$ 이므로
 $\angle ABT = 36^\circ$ 이다.

22. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 평균과 중앙값은 다를 수도 있다.
- ② 중앙값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다.
- ④ 자료의 개수가 홀수이면 $\frac{n+1}{2}$ 째 번 자료값이 중앙값이 된다.
- ⑤ 자료의 개수가 짝수이면 $\frac{n}{2}$ 번째와 $\frac{n+1}{2}$ 번째 자료값의 평균이 중앙값이 된다.

해설

③ 최빈값은 반드시 한 개만 존재한다. → 최빈값은 여러 개 존재할 수 있다.

23. 5개의 변량 3, 5, x, 6, 8의 평균이 6일 때, 분산을 구하여라. (단, 소수로 쓸 것)

▶ 답 :

▷ 정답 : 3.6

해설

주어진 변량의 평균이 6이므로

$$\frac{3+5+x+6+8}{5} = 6$$

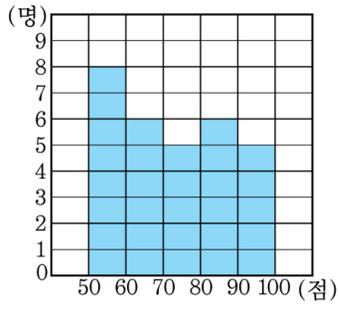
$$22+x=30$$

$$\therefore x=8$$

변량의 편차는 -3, -1, 2, 0, 2이므로 분산은

$$\frac{(-3)^2 + (-1)^2 + 2^2 + 2^2}{5} = \frac{9+1+4+4}{5} = \frac{18}{5} = 3.6$$

24. 다음은 회종이네 반 학생 30 명의 수학 성적을 나타낸 히스토그램이다. 회종이네 반 학생들의 수학 성적의 분산과 표준편차를 차례대로 구하면?



- ① $\frac{53}{2}, \frac{\sqrt{106}}{2}$ ② $\frac{161}{2}, \frac{\sqrt{322}}{2}$ ③ $\frac{571}{3}, 4\sqrt{11}$
 ④ $\frac{628}{3}, \frac{2\sqrt{471}}{3}$ ⑤ $\frac{525}{4}, 5\sqrt{21}$

해설

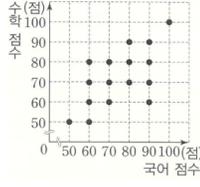
평균: $\frac{55 \times 8 + 65 \times 6 + 75 \times 5 + 85 \times 5 + 95 \times 6}{30} = 73$

편차: $-18, -8, 2, 12, 22$

분산: $\frac{(-18)^2 \times 8 + (-8)^2 \times 6 + 2^2 \times 5 + 12^2 \times 5 + 22^2 \times 6}{30} = \frac{628}{3}$

표준편차: $\sqrt{\frac{628}{3}} = \frac{2\sqrt{471}}{3}$

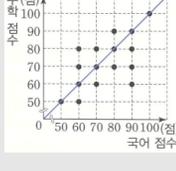
25. 그림은 어느 반 학생 16명의 국어 점수와 수학 점수를 조사하여 나타낸 산점도이다. 국어 점수와 수학 점수가 같은 학생의 수는?



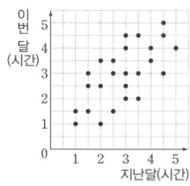
- ① 3명 ② 4명 ③ 5명 ④ 6명 ⑤ 7명

해설

두 과목의 점수가 같은 학생은 대각선 위에 있는 점으로 6명이다.



26. 수정이네 반 학생 25명의 지난달과 이번 달의 봉사 활동 시간을 조사하여 나타낸 산점도이다. 지난달과 이번 달 중에서 적어도 한 달은 봉사 활동을 3시간 30분 이상 한 학생은 몇 명인가?

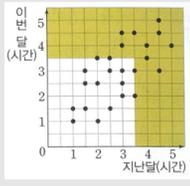


▶ 답 :

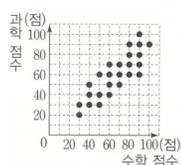
▶ 정답 : 13명

해설

지난달과 이번 달 중에서 적어도 한 달은 봉사 활동을 3시간 30분 이상 한 학생 수는 산점도에서 색칠한 부분에 속하는 점의 개수와 그 경계선 위의 점의 개수의 합과 같으므로 13명이다.



27. 그림은 어느 반 학생들의 수학 점수와 과학 점수를 조사하여 나타낸 산점도이다. 수학 점수가 80점 이상인 학생의 과학 점수의 평균을 구하시오.



▶ 답:

▷ 정답: 79점

해설

산점도에서 수학 점수가 80점 이상인 학생의 수는 10명이고 평균은 $\frac{790}{10} = 79$ 점이다.

28. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③ $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$
 $= x^6 - y^6$

⑤ $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

29. $(x-1)(x+2)(x-3)(x+4)$ 를 전개할 때, 각 항의 계수의 총합을 a , 상수항을 b 라 할 때, $a+b$ 의 값을 구하면?

- ① 8 ② 15 ③ 24 ④ 36 ⑤ 47

해설

$$\begin{aligned} & (x-1)(x+2)(x-3)(x+4) \\ &= (x^2+x-2)(x^2+x-12)(x^2+x=X(\text{치환})) \\ &= (X-2)(X-12) \\ &= X^2-14X+24 \\ &= (x^2+x)^2-14(x^2+x)+24 \\ &= x^4+2x^3-13x^2-14x+24 \\ \therefore a &= 1+2-13-14+24=0, b=24 \\ \therefore a+b &= 0+24=24 \end{aligned}$$

해설

- ㉠ 각 항 계수의 총합 구하기
 $x=1$ 대입, $a=0$
㉡ 상수항 구하기
 $x=0$ 대입, $b=24$

30. 등식 $x^3 + ax^2 + 2x + b = (x^2 + x + 1)Q(x) + 2x + 1$ 이 x 에 대한 항등식일 때, $a + b$ 의 값은?

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$Q(x) = x + c$ 라고 두고 전개하여 계수를 비교하면
 $a = 0, b = 0, c = -1$ 이므로 $a + b = 0$

해설

$x^3 + ax^2 + 2x + b$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 직접 나눗셈을 하면,

$$\begin{array}{r} x^3 + ax^2 + 2x + b \\ x^2 + x + 1 \overline{) } \\ \underline{x^3 + x^2 + x } \\ (a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1) \\ \underline{(a-1)x^2 + (a-1)x + (a-1)} \\ (2-a)x + b - a + 1 \end{array}$$

$$2 - a = 2, b - a + 1 = 1$$

$$a = 0, b = 0$$

31. 다항식 $2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 이 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누어 떨어지도록 하는 상수 a, b 의 값은?

① $a = -2, b = -8$

② $a = 3, b = 4$

③ $a = -1, b = -3$

④ $a = 4, b = -2$

⑤ $a = -3, b = 7$

해설

$f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 8$ 로 놓으면
 $x-1$ 과 $x-2$ 로 각각 나누었을 때 나머지가 0이므로 $f(1) = 0, f(2) = 0$ 이어야 한다.

$$\therefore f(1) = 2 + a + b + 8 = 0,$$

$$f(2) = 16 + 4a + 2b + 8 = 0$$

$$\therefore a + b = -10, 2a + b = -12$$

두 식을 연립하여 풀면 $a = -2, b = -8$

32. x 에 관한 삼차식 $x^3 + mx^2 + nx + 1$ 을 $x+1$ 로 나누면 나머지가 5이고, $x-2$ 로 나누면 나머지가 3이다. 이 때, 상수 $m-n$ 의 값은?

- ① 4 ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{14}{3}$ ④ 5 ⑤ $\frac{16}{3}$

해설

나머지 정리를 이용한다.

주어진 식에 $x = -1, x = 2$ 를 각각 대입하면

$x = -1$ 일 때,

$$(-1)^3 + m(-1)^2 + n(-1) + 1 = 5 \cdots ①$$

$$x = 2$$
일 때, $(2)^3 + m(2)^2 + n \cdot 2 + 1 = 3 \cdots ②$

①, ②를 연립하면

$$m = \frac{2}{3}, n = -\frac{13}{3}$$

$$\therefore m - n = 5$$

33. x^3 의 계수가 1인 삼차다항식 $f(x)$ 가 $x-1$ 을 인수로 갖고, x^2+2 로 나누었을 때의 나머지는 $x+5$ 이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x-2$ 로 나눈 나머지는?

① -1 ② 1 ③ 3 ④ 5 ⑤ 7

해설

x^3 의 계수가 1이므로
 $f(x) = (x^2+2)(x+\alpha) + x+5 \cdots \textcircled{1}$
 $x-1$ 의 인수를 가지므로, $f(1) = 0$
①에 넣어 계산하면,
 $f(1) = 3(1+\alpha) + 6 = 0, \alpha = -3$
 $\therefore f(2) = (2^2+2)(2-3) + 2+5 = 1$

34. $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눌 때 나머지가 3이다. 또, 이때의 몫을 $x+3$ 으로 나눈 나머지가 2이면 $f(x)$ 를 x^2+2x-3 으로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $2x+1$

해설

$$\begin{aligned} f(x) &= (x-1)Q(x) + 3 \\ &= (x-1)\{(x+3)Q'(x) + 2\} + 3 \\ &= (x-1)(x+3)Q'(x) + 2(x-1) + 3 \\ &= (x^2 + 2x - 3)Q'(x) + 2x + 1 \end{aligned}$$

따라서, 구하는 나머지는 $2x+1$

35. 다항식 $x^3 + ax^2 + bx - 1$ 이 $x^2 - 3x + 2$ 로 나누어 떨어지도록 상수 $a + b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ 로 놓으면
 $x^2 - 3x + 2 = (x-1)(x-2)$ 이므로 $f(x)$ 는 $x-1, x-2$ 로 나누어 떨어진다.

$$f(1) = 1 + a + b - 1 = 0 \text{ 즉, } a + b = 0 \cdots \textcircled{A}$$

$$f(2) = 8 + 4a + 2b - 1 = 0 \text{ 즉, } 4a + 2b = -7 \cdots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{으로부터 } a = -\frac{7}{2}, b = \frac{7}{2}$$

$$\therefore a + b = 0$$

36. x 에 대한 다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-3$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $a + b + c + d + k$ 의 값을 구하면?

$$\begin{array}{r|rrrr} k & 1 & a & -1 & b \\ & & c & d & 33 \\ \hline & 1 & 4 & 11 & \underline{37} \end{array}$$

- ① 19 ② 20 ③ 21 ④ 22 ⑤ 23

해설

다항식 $x^3 + ax^2 - x + b$ 를 $x-3$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

$$\begin{array}{r|rrrr} 3 & 1 & a & -1 & b \\ & & 3 & 3a+9 & 9a+24 \\ \hline & 1 & a+3 & 3a+8 & \underline{9a+b+24} \end{array}$$

이때 $k = 3$, $c = 3$, $a + 3 = 4$, $3a + 9 = d$, $9a + b + 24 = 37$

이므로

$$k = 3, c = 3, a = 1, d = 12, b = 4$$

$$\text{따라서 } a + b + c + d + k = 1 + 4 + 3 + 12 + 3 = 23$$

37. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

38. $(x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24$ 를 인수분해하면 $(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$ 일 때 $a+b+c+d$ 를 구하면?

① 16 ② -16 ③ 15 ④ 18 ⑤ 0

해설

$$\begin{aligned} & (x^2+5x+4)(x^2+5x+2)-24 \text{에서} \\ & x^2+5x=t \text{로 치환하면} \\ & (\text{준식}) = (t+4)(t+2)-24 \\ & \quad = t^2+6t+8-24 = t^2+6t-16 \\ & \quad = (t+8)(t-2) \\ & \text{이 때 } t = x^2+5x \text{이므로} \\ & \therefore (x^2+5x+8)(x^2+5x-2) \\ & \therefore a=5, b=8, c=5, d=-2 \\ & a+b+c+d = 5+8+5+(-2) = 16 \end{aligned}$$

39. 다음 중 $(a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2$ 을 옳게 인수분해 한 것은?

① $(a-b)^2(a+b)^2$ ② $(a^2-b^2)(a^2+b^2)$

③ $(a-b)^2(a^2+b^2)$ ④ $(a^2-b^2)(a+b)^2$

⑤ $(a-b)(a+b)(a^2+b^2)^2$

해설

$$\begin{aligned} & (a^2 + b^2)^2 - 4a^2b^2 \\ &= (a^2 + b^2 - 2ab)(a^2 + b^2 + 2ab) \\ &= (a-b)^2(a+b)^2 \end{aligned}$$

40. 두 다항식 $f(x) = x^3 - ax + b, g(x) = x^2 + ax - 2b$ 의 최대공약수가 $x-1$ 일 때, $f(x), g(x)$ 의 최소공배수를 구하면?

- ① $(x-1)^2(x+1)(x+2)$ ② $(x-1)^2(x+4)(x+2)$
③ $(x-1)(x+1)^2(x+2)$ ④ $(x-1)(x+4)^2(x+2)$
⑤ $(x-1)(x+4)(x+2)^2$

해설

인수정리에 의해

$$f(1) = 1 - a + b = 0$$

$$g(1) = 1 + a - 2b = 0$$

연립하면, $a = 3, b = 2$

$$\therefore f(x) = x^3 - 3x + 2$$

조립제법을 이용하면,

$$f(x) = (x-1)^2(x+2)$$

$$g(x) = x^2 + 3x - 4 = (x-1)(x+4)$$

$$\therefore \text{최소공배수: } (x-1)^2(x+4)(x+2)$$

41. 차수가 같은 두 다항식의 합이 $2x^2 - 5x - 3$ 이고 최소공배수가 $x^3 - 2x^2 - 5x + 6$ 일 때, 두 다항식의 최대공약수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $x - 3$

해설

두 다항식을 A, B 라고 하면

$$A + B = (a + b)G, L = abG,$$

즉, 최대공약수는 두 식의 합과 최소공배수의 공약수이다.

$$x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 1)(x + 2)$$

$$2x^2 - 5x - 3 = (x - 3)(2x + 1)$$

$$\therefore G = x - 3$$

42. 두 이차식의 $x^2 + ax + 2b$, $x^2 + bx + 2a$ 최대공약수가 일차식일 때 $a + b$ 의 값은?

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ 9

해설

일차식은 최대공약수를 $x - \alpha$ 라 놓으면
두 다항식은 각각 $x - \alpha$ 로 나누어 떨어지므로
 $a^2 + a\alpha + 2b = 0 \cdots \text{㉠}$
 $a^2 + b\alpha + 2a = 0 \cdots \text{㉡}$
 $\text{㉠} - \text{㉡}$ 하면 $(a - b)\alpha - 2(a - b) = 0$
 $\therefore (a - b)(\alpha - 2) = 0$
 $a = b$ 이면 두 다항식이 같게 되어 조건이 어긋난다.
따라서 $\alpha = 2$ 일 때 이 값을 ㉠에 대입하면
 $\therefore a + b = -2$

43. $i^2 = -1$ 이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2, -\sqrt{2}, 2i, -2i,$
 $3i, -3i, 1-i, 1+i$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$i^2 = -1$ 이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a \neq 0)$ 의 꼴이 되어야 한다.
 $\therefore 2i, -2i, 3i, -3i$ 4개,
 $2, -\sqrt{2}$ 는 실수이므로
(실수) $^2 \geq 0, (1 \pm i)^2 = 1 \pm 2i - 1 = \pm 2i$ 가 된다.

44. $x = 3 + 2i$ 일 때, $x^2 - 6x - 10$ 의 값을 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -23

해설

$x = 3 + 2i$ 에서 $x - 3 = 2i$ 의 양변을 제곱하면
 $(x - 3)^2 = (2i)^2 \quad \therefore x^2 - 6x = -13$
 $x^2 - 6x - 10 = -13 - 10 = -23$
 $\therefore -23$

45. $\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = -1$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 아닌 것은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

- ① 2 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 14

해설

$$\left(\frac{\sqrt{2}}{1-i}\right)^{2n} = \left(\frac{2}{-2i}\right)^n = i^n$$

$i^n = -1$ 이 성립하려면 $n = 4m + 2$ ($m \geq 0$)

③ : $8 = 4 \times 2 + 0$

46. $\alpha = \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2}$ 일 때, $\alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5$ 의 값을 구하면?

- ① 3 ② 4 ③ 5 ④ 6 ⑤ 7

해설

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-1 + \sqrt{3}i}{2} \\ 2\alpha &= -1 + \sqrt{3}i \\ 2\alpha + 1 &= \sqrt{3}i \\ \text{양변을 제곱하여 정리하면} \\ \alpha^2 + \alpha + 1 &= 0 \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 & \\ &= \alpha(\alpha^2 + \alpha + 1) + (\alpha^2 + \alpha + 1) + 4 \\ &= 4\end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned}\alpha^2 + \alpha + 1 = 0 \text{ 을 얻은 후 } \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 \text{ 를 } \alpha^2 + \alpha + 1 \text{ 로} \\ \text{나누면} \\ \alpha^3 + 2\alpha^2 + 2\alpha + 5 & \\ &= (\alpha^2 + \alpha + 1)(\alpha + 1) + 4 \\ &= 4 (\because \alpha^2 + \alpha + 1 = 0)\end{aligned}$$

47. 방정식 $(k^2 - 3)x + 1 = -k(2x - 1)$ 에 대하여 해가 무수히 많이 존재하기 위한 k 의 값을 k_1 , 해가 존재하지 않기 위한 k 의 값을 k_2 라 할 때, $k_1 + k_2$ 의 값을 구하면?

- ① -1 ② 3 ③ -3 ④ 1 ⑤ -2

해설

$$(k^2 + 2k - 3)x = k - 1, \quad (k - 1)(k + 3)x = k - 1$$

$k = 1$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ (부정)

$$\therefore k_1 = 1$$

$k = -3$ 일 때, $0 \cdot x = -4$ (불능)

$$\therefore k_2 = -3$$

$$\therefore k_1 + k_2 = -2$$

48. x 에 대한 일차방정식 $5x + a = 2x + 12$ 의 해가 자연수일 때, 자연수 a 의 개수는?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
④ 4개 ⑤ 무수히 많다

해설

$$5x - 2x = 12 - a, 3x = 12 - a$$

$$\therefore x = \frac{12 - a}{3}$$

자연수 $a = 1, 2, 3, \dots$ 을 대입했을 때,

$$x = \frac{12 - a}{3} \text{ 가 자연수가 되는 경우는}$$

$12 - a$ 가 3의 배수이면서 $a < 12$ 일 때이다.

$$\text{i) } a = 3 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 3}{3} = 3$$

$$\text{ii) } a = 6 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 6}{3} = 2$$

$$\text{iii) } a = 9 \text{ 일 때, } x = \frac{12 - 9}{3} = 1$$

따라서 자연수 a 의 개수는 3개이다.

49. 방정식 $a^2 - (1+x)a + 2x - 2 = 0$ 의 해가 무수히 많을 때, 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 의 해는?

- ① -3 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

$$a^2 - a - ax + 2x - 2 = 0, (a-2)x = a^2 - a - 2$$

$$(a-2)x = (a-2)(a+1)$$

i) $a \neq 2$ 일 때, $x = a + 1$

ii) $a = 2$ 일 때, $0 \cdot x = 0$ 이므로 해는 무수히 많다.

i), ii)에서 $a = 2$ 일 때이다.

따라서 방정식 $x = (x+3)a - 10$ 에 $a = 2$ 를 대입하면

$$x = (x+3) \cdot 2 - 10, x = 2x - 4 \therefore x = 4$$

50. 방정식 $|x| + |x - 1| = 9$ 의 모든 근의 곱을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -20

해설

$|x| + |x - 1| = 9$ 에서

i) $x < 0$ 일 때,

$$-x - x + 1 = 9$$

$$\therefore x = -4$$

ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,

$$x - x + 1 = 9 \text{ (성립하지 않음)}$$

iii) $x \geq 1$ 일 때,

$$x + x - 1 = 9$$

$$\therefore x = 5$$

따라서 모든 근의 곱은

$$(-4) \times 5 = -20$$

51. $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-x-1-x+2=x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ (모순)

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1-x+2=x+3$
 $\therefore x=0$

iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1+x-2=x+3$
 $\therefore x=4$

52. $|x-1| = 3 - \sqrt{x^2}$ 의 해를 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$|x-1| = 3 - |x|$ 에서,
 $|x| + |x-1| = 3$ 이다.
i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x-1) = 3$
 $\therefore x = -1$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x-1) = 3$
 $0 \cdot x + 1 = 3$ 이므로 불능
iii) $x \geq 1$ 일 때,
 $x + (x-1) = 3$
 $\therefore x = 2$
따라서 구하는 해는
 $x = -1$ 또는 $x = 2$ 이다.

53. 방정식 $|x-3| + |x-4| = 2$ 의 해의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

i) $x < 3$ 일 때,
 $-(x-3) - (x-4) = 3, -2x = -5$
 $\therefore x = \frac{5}{2}$

ii) $3 \leq x < 4$ 일 때
 $(x-3) - (x-4) = 2, 0 \cdot x = 1$
 \therefore 해가 없다.

iii) $x \geq 4$ 일 때
 $x-3 + x-4 = 2, 2x = 9$
 $\therefore x = \frac{9}{2}$

따라서 $x = \frac{5}{2}, \frac{9}{2}$ 이고 그 합은 7

54. 이차방정식 $x^2 - x + 4 = 0$ 의 근을 구하면?

- ① $x = 1 \pm \sqrt{3}$ ② $x = 1 \pm \sqrt{15}$ ③ $x = -1 \pm \sqrt{15}i$
④ $x = \frac{1 \pm \sqrt{3}i}{2}$ ⑤ $x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$

해설

근의 공식을 이용한다.

$$x^2 - x + 4 = 0, \quad x = \frac{1 \pm \sqrt{15}i}{2}$$

55. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

$|x-1|$ 이 존재하므로 절댓값의 부호에 따라서

$x-1 \geq 0, x-1 < 0$ 으로 구간을 나누면

i) $x \geq 0$ 일 때, $|x-1| = x-1$

$$(x-1)^2 + (x-1) - 6 = 0$$

$$(x-3)(x+2) = 0 \therefore x = -2, 3$$

하지만 $x \geq 0$ 이므로 $x = 3$

ii) $x < 0$ 일 때, $|x-1| = -(x-1)$

$$(x-1)^2 - (x-1) - 6 = 0$$

$$(x-4)(x+1) = 0 \therefore x = -1, 4$$

하지만 $x < 0$ 이므로 $x = -1$

\therefore 두 근의 합은 $3 + (-1) = 2$