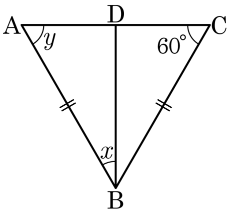
1. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 일 때, $\angle y - \angle x$ 의 크기는?



① $20°$　② $30°$　③ $35°$　④ $40°$　⑤ $45°$

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로

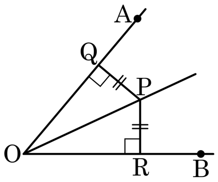
$\angle y = 60°$

또 $\overline{BD} \perp \overline{AC}$ 이므로 $\angle ADB = 90°$

따라서 $\angle x = 180° - (90° + 60°) = 30°$

$\therefore \angle y - \angle x = 60° - 30° = 30°$

2. 다음 그림과 같이 $\angle AOB$의 내부의 한 점 P에서 두 변 OA, OB에 내린 수선의 발을 각각 Q, R라 하자. $\overline{PQ} = \overline{PR}$일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



① $\overline{OQ} = \overline{OR}$ ② $\angle OPQ = \angle OPR$

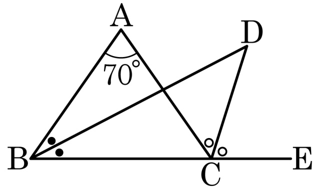
③ $\overline{OQ} = \overline{OP}$ ④ $\angle POQ = \angle POR$

⑤ $\triangle OPQ \equiv \triangle OPR$

해설

$\triangle OPR$과 삼각형 $\triangle OPQ$는 직각삼각형이고 빗변의 길이와 다른 한 변의 길이가 각각 같으므로 RHS 합동이다. 따라서 옳지 않은 것은 $\overline{OQ} = \overline{OP}$이다.

3. $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 이고, $\angle C$ 의 외각의 이등분선과 $\angle B$ 의 이등분선의 교점을 D 라고 한다, $\angle A = 70°$ 일 때, $\angle D$ 의 크기는?



① 32.5° ② 35° ③ 37.5° ④ 40° ⑤ 42.5°

해설

$\triangle ABC$ 가 이등변삼각형이므로

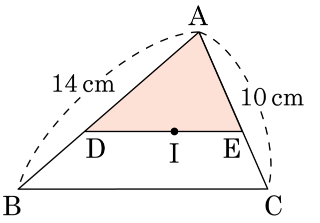
$$\angle ABC = \angle ACB = \frac{1}{2}(180° - 70°) = 55°$$

$$\begin{aligned}\angle ACD &= \frac{1}{2}(\angle A + \angle ABC)\\ &= \frac{1}{2}(70° + 55°)\\ &= 62.5°\end{aligned}$$

$$\angle DBC = \frac{1}{2}(\angle ABC) = \frac{1}{2} \times 55° = 27.5°$$

$$\begin{aligned}\therefore \angle D &= 180° - (27.5° + 55° + 62.5°)\\ &= 180° - 145°\\ &= 35°\end{aligned}$$

4. 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\overline{AB} = 14\,\mathrm{cm}$, $\overline{AC} = 10\,\mathrm{cm}$, $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$일 때, $\triangle ADE$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

$\triangle DBI$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle CBI = \angle DIB$(엇각)$\cdots$㉠

또, 점 I는 내심이므로 $\angle DBI = \angle CBI \cdots$㉡

㉠, ㉡에서 $\angle DBI = \angle DIB$

$\therefore\ \overline{DB} = \overline{DI}$

$\triangle EIC$에서 $\overline{DE} /\!/ \overline{BC}$이므로

$\angle BCI = \angle EIC$(엇각)$\cdots$㉣

또, 점 I는 내심이므로 $\angle BCI = \angle ECI \cdots$㉤

㉣, ㉤에서 $\angle EIC = \angle ECI$

$\therefore\ \overline{IE} = \overline{EC}$

따라서 $\overline{DI} + \overline{IE} = \overline{DB} + \overline{EC}$이므로 $\overline{DE} = \overline{DB} + \overline{EC}$

$\therefore$ ($\triangle ADE$의 둘레의 길이)

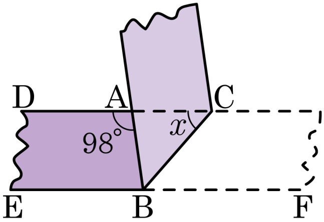
$= \overline{AD} + \overline{DI} + \overline{EI} + \overline{AE}$

$= \overline{AD} + \overline{DB} + \overline{EC} + \overline{AE}$

$= \overline{AB} + \overline{AC}$

$= 14 + 10 = 24(\mathrm{cm})$

5. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이테이프를 접을 때, $\angle x$의 크기는?



① $45°$ ② $46°$ ③ $47°$ ④ $48°$ ⑤ $49°$

해설

종이 테이프를 접으면 $\angle ABC = \angle FBC$이고

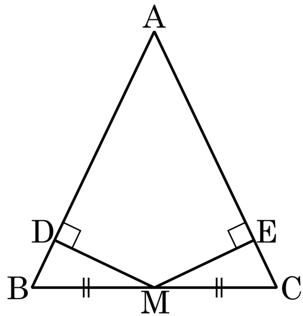
$\angle CBF = \angle BCA = \angle x$ (엇각)

$\therefore \angle ABC = \angle x$

$\angle DAB = \angle ABF = 98°$

$\therefore \ \angle x = \dfrac{98°}{2} = 49°$

6. 다음 그림과 같이 $\overline{AB} = \overline{AC}$ 인 이등변삼각형 ABC 에서 $\overline{BC}$ 의 중점을 M 이라 하자. 점 M 에서 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 각각 D, E 라 할 때, $\overline{MD} = \overline{ME}$ 임을 보이는 과정에서 필요하지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?



① $\overline{BM} = \overline{CM}$

② $\angle B = \angle C$

③ $\overline{BD} = \overline{CE}$

④ $\angle BMD = \angle CME$

⑤ RHA 합동

해설

$\triangle MDB$ 와 $\triangle MEC$ 에서

i) $\overline{MB} = \overline{MC}$

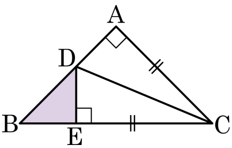
ii) $\angle B = \angle C$($\because$ $\triangle ABC$는 이등변 삼각형)

iii) $\angle MDB = \angle MEC = 90°$

i), ii), iii) 에 의해 $\triangle MDB \equiv \triangle MEC$ (RHA 합동) 이다.

따라서 $\overline{MD} = \overline{ME}$ 이다.

7. 그림의 $\triangle ABC$는 $\angle A = 90°$이고, $\overline{AB} = \overline{AC}$인 직각이등변삼각형이다. $\overline{AC} = \overline{EC}$, $\overline{BC} \perp \overline{DE}$이고 $\overline{AD} = 6\,\text{cm}$일 때, $\triangle DBE$의 넓이는?



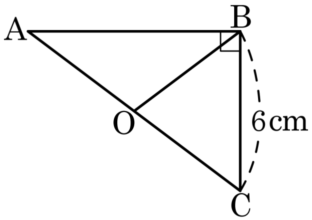
① $10\,\text{cm}^2$ ② $14\,\text{cm}^2$ ③ $18\,\text{cm}^2$

④ $22\,\text{cm}^2$ ⑤ $26\,\text{cm}^2$

해설

$\triangle ABC$는 직각이등변삼각형이므로 $\angle ABC = 45°$이다.
따라서 $\triangle BED$도 직각이등변삼각형이다.
$\triangle ADC \equiv \triangle EDC$ (RHS 합동), $\overline{AD} = \overline{DE}$이다. 따라서 $\overline{ED} = \overline{EB}$이다.
그러므로, $\triangle BED$는 밑변 $6\,\text{cm}$, 높이 $6\,\text{cm}$인 직각이등변삼각형이다.
따라서, 넓이는 $\dfrac{1}{2} \times 6 \times 6 = 18\ (\text{cm}^2)$이다.

8. 직각삼각형 ABC의 외심 점 O를 찍어 B와 연결하였더니 다음 그림과 같았다. $\triangle OAB$의 넓이가 12cm^2이고, $\overline{AC}$의 길이가 10cm일 때, $\triangle ABC$의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ________ cm

▷ 정답 : 24 cm

해설

변 $\overline{OB}$는 $\triangle ABC$의 넓이를 이등분하므로

$\triangle ABC$의 넓이는 $12 \times 2 = 24(\text{cm}^2)$이다.

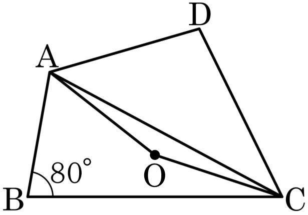
높이가 6cm인 삼각형의 넓이가 24cm^2이므로

$\frac{1}{2} \times \overline{AB} \times 6 = 24$, $\overline{AB} = 8\text{cm}$

따라서 $\triangle ABC$의 둘레의 길이는

$6 + 8 + 10 = 24$ (cm)

9. 다음 그림에서 점 O는 $\triangle ABC$의 외심이고 동시에 $\triangle ACD$의 외심일 때, $\angle D$의 크기는?



① $20°$ ② $40°$ ③ $60°$ ④ $80°$ ⑤ $100°$

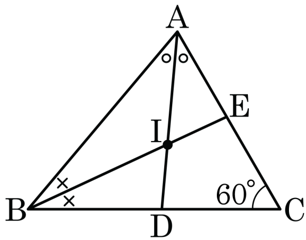
해설

$\angle AOC = 2 \times 80° = 160°$이므로

$\angle ADC = \dfrac{1}{2}(360° - 160°) = 100°$

$\therefore \angle D = 100°$

10. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이다. $\angle C = 60°$일 때, $\angle ADB$와 $\angle AEB$의 크기의 합은? (단, $\overline{AD}$와 $\overline{BE}$는 각각 $\angle A$와 $\angle B$의 내각의 이등분선이다.)



① 200°　② 180°　③ 160°　④ 140°　⑤ 120°

해설

$\triangle ABC$에서 세 내각의 합이 $180°$이므로

$2\circ + 2\times + 60° = 180°$

$\circ + \times = 60°$

삼각형의 세 내각의 합은 $180°$이므로

$\angle ADB = \angle x,\ \angle AEB = \angle y$라 하면

$\triangle ABE$에서 $2\circ + \times + \angle x = 180° \cdots ①$

$\triangle ABD$에서 $\circ + 2\times + \angle y = 180° \cdots ②$

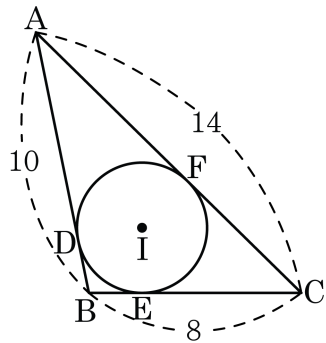
①+②를 하면

$3(\circ + \times) + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ 3 \times 60° + (\angle x + \angle y) = 360°$

$\therefore\ \angle x + \angle y = 180°$

11. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이고, 세 점 D, E, F 는 각각 내접원과 세 변 AB, BC, AC 의 접점이다. $\overline{AB} = 10cm, \overline{BC} = 8cm, \overline{AC} = 14cm$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이는 얼마인가?

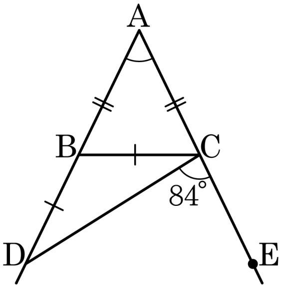


① 4cm ② 5cm ③ 6cm ④ 7cm ⑤ 8cm

해설

점 I 가 삼각형의 내심이므로 $\overline{AD} = \overline{AF}, \overline{BE} = \overline{BD}, \overline{CE} = \overline{CF}$ 이다.
$\overline{EC} = x$ 라 하면, $\overline{EC} = \overline{CF} = x$ 이고, $\overline{BE} = 8 - x = \overline{BD}$, $\overline{AF} = 14 - x = \overline{AD}$
$\overline{AB} = \overline{AD} + \overline{DB} = 14 - x + 8 - x = 10$ 이므로 $22 - 2x = 10, 12 = 2x$ 이다.
$\therefore x = 6(\text{cm})$

12. 다음 그림에서 $\overline{AB} = \overline{AC}, \overline{BC} = \overline{BD}$ 이고 $\angle DCE = 84°$ 일 때, $\angle BCD$ 의 크기를 구하여라.



① 32° ② 42° ③ 52° ④ 62° ⑤ 72°

해설

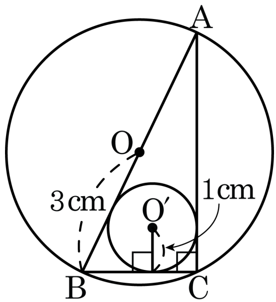
$\angle BDC = \angle BCD = \angle a$ 라 하면

$\angle ABC = \angle ACB = 2\angle a$

$\angle ACD = 3\angle a = 180° - 84° = 96°$

$\therefore \angle a = 32°$

13. 다음 그림에서 $\overline{AB}$ 는 원O 의 지름이고, 원O는 $\triangle ABC$ 의 외접원, 원O′ 은 $\triangle ABC$ 의 내접원이다. 두 원 O, O′ 의 반지름의 길이가 각각 3cm, 1cm 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



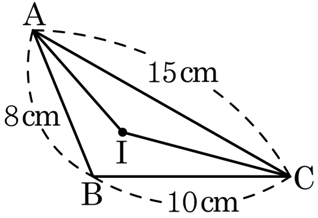
① $6cm^2$　　② $7cm^2$　　③ $8cm^2$

④ $9cm^2$　　⑤ $10cm^2$

해설

$\overline{AB}$ 가 원O 의 지름이므로
$\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90°$ 인 직각삼각형이다.
$\triangle ABC$ 의 내접원O′ 과 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CA}$ 의 접점을 각각 D, E, F 라 하고, $\overline{BC} = a(\text{cm})$, $\overline{AC} = b(\text{cm})$ 라 하면
$\overline{BE} = \overline{BD} = a - 1(\text{cm})$, $\overline{AF} = \overline{AD} = b - 1(\text{cm})$
따라서 $\overline{AB} = a - 1 + b - 1 = 6$ 이므로. $a + b = 8$
$\therefore \triangle ABC = \dfrac{1}{2} \times 1 \times (a + b + 6) = \dfrac{1}{2}(8 + 6) = 7(\text{cm}^2)$

14. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$의 내심이고 $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 10\text{cm}$, $\overline{AC} = 15\text{cm}$일 때, $\triangle ABC$의 넓이와 $\triangle AIC$의 넓이의 비는?



① 2 : 1 ② 30 : 17 ③ 32 : 15

④ 33 : 15 ⑤ 36 : 17

해설

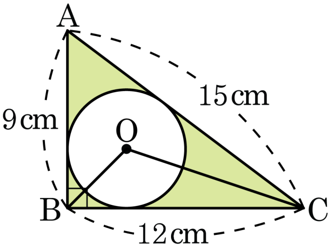
내접원의 반지름의 길이를 $r$cm 라 하면

$(\triangle ABC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times (8 + 10 + 15) = \frac{33}{2} r\ (\text{cm}^2)$

$(\triangle AIC\text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times r \times 15 = \frac{15}{2} r\ (\text{cm}^2)$

따라서 $\triangle ABC : \triangle AIC = \frac{33}{2}r : \frac{15}{2}r = 33 : 15$ 이다.

15. 직각삼각형 ABC 에 원 O 가 내접되었을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



① $(54-6\pi)\,\mathrm{cm}^2$

② $(54-7\pi)\,\mathrm{cm}^2$

③ $(54-8\pi)\,\mathrm{cm}^2$

④ $(54-9\pi)\,\mathrm{cm}^2$

⑤ $(54-10\pi)\,\mathrm{cm}^2$

해설

원 O 의 반지름의 길이를 r이라 하면

$$\frac{1}{2}r\times(9+15+12)=\frac{1}{2}\times 9\times 12$$

$\therefore r=3(\mathrm{cm})$

$\therefore$ (색칠한 부분의 넓이)

$$=\frac{1}{2}\times 9\times 12-3^2\times\pi=54-9\pi\,(\mathrm{cm}^2)$$