

1. x 에 대한 일차방정식 $(a^2 + 3)x + 1 = a(4x + 1)$ 의 해가 무수히 많을 때, a 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$(a^2 + 3 - 4a)x = a - 1$$

모든 x 에 대해 성립하려면

$$a^2 - 4a + 3 = 0, \quad a - 1 = 0$$

$$\text{공통근 : } a = 1$$

2. 방정식 $|x + 5| = 1$ 를 만족하는 x 의 값들의 합은?

- ① -9 ② -10 ③ -11 ④ -12 ⑤ -13

해설

$$|x + 5| = 1$$

$$\Rightarrow x + 5 = 1 \text{ 또는 } x + 5 = -1$$

$$\therefore x = -4 \text{ 또는 } x = -6$$

3. 방정식 $|x| + |x - 1| = 2$ 의 해를 구하시오.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{1}{2}$ 또는 -0.5

▷ 정답 : $\frac{3}{2}$ 또는 1.5

해설

i) $x < 0$ 일 때,
 $-x - (x - 1) = 2$ 이므로 $-2x + 1 = 2$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$
ii) $0 \leq x < 1$ 일 때,
 $x - (x - 1) = 2$ 이므로 $0 \cdot x = 1$
 $\therefore$ 해가 없다.
iii) $1 \leq x$ 일 때,
 $x + x - 1 = 2$ 이므로 $2x = 3$
 $\therefore x = \frac{3}{2}$
(i), (ii), (iii) 에서 $x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{3}{2}$

4. $|x+1|+|x-2|=x+3$ 을 만족하는 해의 합을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

i) $x < -1$ 일 때,
 $-x-1-x+2=x+3$
 $\therefore x = -\frac{2}{3}$ (모순)

ii) $-1 \leq x < 2$ 일 때,
 $x+1-x+2=x+3$
 $\therefore x = 0$

iii) $x \geq 2$ 일 때,
 $x+1+x-2=x+3$
 $\therefore x = 4$

5. 이차방정식 $3x^2 - 2x - 1 = 0$ 의 근을 A, B (단, $A < B$)라 할 때, $3A + B$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2x - 1 &= 0 \\ (3x + 1)(x - 1) &= 0 \\ x &= -\frac{1}{3} \text{ 또는 } x = 1 \\ \therefore 3A + B &= 0 \end{aligned}$$

6. 방정식 $(x-1)^2 + |x-1| - 6 = 0$ 의 두 근의 합은?

- ① -1 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 6

해설

(i) $x \geq 1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 + x - 1 - 6 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0, (x-3)(x+2) = 0$ 이므로
 $x = -2, x = 3$
그런데 $x \geq 1$ 이므로 $x = 3$
(ii) $x < 1$ 일 때
 $x^2 - 2x + 1 - x + 1 - 6 = 0$
 $x^2 - 3x - 4 = 0, (x-4)(x+1) = 0$
 $x = -1, x = 4$
그런데 $x < 1$ 이므로 $x = -1$
(i), (ii) 에서 $x = 3, -1$ 이므로
두 근의 합은 2

7. 다음 방정식의 해는?

$x^2 - 5|x| + 6 = 0$

- ① 0, ±1
- ② 0, ±2
- ③ ±1, ±2
- ④ ±2, ±3
- ⑤ ±3, ±4

해설

(i) $x^2 - 5|x| + 6 = 0$ 에서
 $x \geq 0$ 일 때,
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 2, \text{ 또는 } x = 3$
(ii) $x < 0$ 일 때,
 $x^2 + 5x + 6 = 0$
 $(x + 2)(x + 3) = 0$
 $\therefore x = -2, \text{ 또는 } x = -3$
(i), (ii)에서 $x = \pm 2, x = \pm 3$

8. 이차방정식 $x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때 다른 한 근은?
(단, m 은 상수)

① 3

② 2

③ 0

④ -1

⑤ -3

해설

$x^2 - mx + 2m + 1 = 0$ 에 $x = 1$ 을 대입하면

$1 - m + 2m + 1 = 0 \quad \therefore m = -2$

$x^2 + 2x - 3 = 0, \quad (x + 3)(x - 1) = 0$

$\therefore x = -3, 1$

따라서, 다른 근은 -3

9. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

① -4 ② -3 ③ -2 ④ 1 ⑤ 2

해설

유리계수 이차식의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면,
그 켤레근인 $2 - \sqrt{3}$ 도 방정식의 근이므로
근과 계수와의 관계에 의해서
 $-p = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$
 $\therefore p = -4$
 $q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
 $\therefore q = 1$
 $\therefore p + q = -4 + 1 = -3$

10. x 에 대한 이차방정식 $x^2+ax+b=0$ 의 한 근이 $-1+\sqrt{2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a=2$

▷ 정답 : $b=-1$

해설

$x^2+ax+b=0$ 에 $x=-1+\sqrt{2}$ 를 대입하여 정리하면
 $3-2\sqrt{2}+a(-1+\sqrt{2})+b=0$
 $-a+b+3+(a-2)\sqrt{2}=0$
 $-a+b+3=0$ 과 $a-2=0$ 에서 $a=2, b=-1$

11. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + i$ 일 때, 실수 a, b 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = -2$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$x^2 + ax + b = 0$ 에 $x = 1 \pm i$ 를 대입하여 정리하면
 $1 + 2i - 1 + a(1 + i) + b = 0$ 과
 $a + b + (a + 2)i = 0$ 이다.
위 식을 정리하면 $a + b = 0$ 과 $a + 2 = 0$ 에서
 $a = -2, b = 2$ 이다.

해설

계수가 실수이므로 한 근이 복소수 근이면 켈레복소수 근을 갖는다.
따라서 두 근은 $1 + i, 1 - i$
근과 계수의 관계에서
 $-a = (1 + i) + (1 - i) = 2 \quad \therefore a = -2$
 $b = (1 + i)(1 - i) = 2 \quad \therefore b = 2$

12. 이차방정식 $x^2 - ax + 12 = 0$ 의 두 근이 3, b 일 때, ab 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$x = 3$ 이 $x^2 - ax + 12 = 0$ 의 근이므로

$9 - 3a + 12 = 0 \quad \therefore a = 7$

이 때 $x^2 - 7x + 12 = 0$ 에서 $(x - 3)(x - 4) = 0$

그러므로 $x = 3$ 또는 $x = 4$

$\therefore b = 4 \quad \therefore ab = 28$

13. 이차방정식 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 한 근이 1일 때, 다른 한 근을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

1이 $x^2 + mx + m - 1 = 0$ 의 근이므로
 $x = 1$ 을 대입하면 $1 + m + m - 1 = 0 \quad \therefore m = 0$
주어진 방정식은 $x^2 - 1 = 0 \quad \therefore x = \pm 1$
따라서 다른 한 근은 $x = -1$

14. 이차방정식 $x^2 + 6x + a = 0$ 의 한 근이 $b + \sqrt{3}i$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 실수이고 $i = \sqrt{-1}$ 이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

계수가 모두 실수이므로
다른 한 근은 $b - \sqrt{3}i$ 이다.
따라서 두 근의 근과 계수의 관계에서
 $a = (b + \sqrt{3}i)(b - \sqrt{3}i) = b^2 + 3$
 $-6 = (b + \sqrt{3}i) + (b - \sqrt{3}i) = 2b,$
 $b = -3, a = 12$
따라서 $a + b = 9$

15. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이 되도록 유리수 p, q 를 정할 때, $p + q$ 의 값은?

① -4

② -3

③ -2

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 + px + q = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이고
 p, q 가 유리수이면 남은 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
두 근의 합 $-p = 2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3} = 4$
 $\therefore p = -4$
두 근의 곱 $q = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1$
 $\therefore p + q = -4 + 1 = -3$

16. $a^2 - 3a + 1 = 0$ 일 때, $a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1}$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$a^2 - 3a + 1 = 0$ 에서

$$a^2 - 2a + \frac{3}{a^2 + 1} = a - 1 + \frac{3}{3a} = a + \frac{1}{a} - 1$$

한편, $a^2 - 3a + 1 = 0$ 의 양변을 a 로 나누면

$$a - 3 + \frac{1}{a} = 0 \quad \therefore a + \frac{1}{a} = 3$$

$$\therefore (\text{준식}) = \left(a + \frac{1}{a}\right) - 1 = 2$$

17. 다음 설명 중 틀린 것을 고르면?

- ① $x^2 + 5x + 1 = 0$ 은 서로 다른 두 실근 을 가진다.
- ② $x^2 + 5 = 0$ 는 두 허근을 가진다.
- ③ $m = 0$ 또는 4일 때, $x^2 - mx + m = 0$ 은 중근을 가진다.
- ④ $k \geq 1$ 일 때 $x^2 - 2x + 2 - k = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 가진다
- ⑤ $x^2 - 6x + a = 0$ 은 $a = 9$ 일 때만 중근을 가진다.

해설

- ① $25 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = 21 > 0$
- ② $0^2 - 4 \cdot 1 \cdot 1 = -4 < 0$
- ③ $(-m)^2 - 4 \cdot 1 \cdot m = m(m - 4) = 0$
- ⑤ $9 - 1 \cdot a = 9 - a = 0, a = 9$
 $\Rightarrow$ ④ $(-1)^2 - 1 \cdot (2 - k) = k - 1 > 0 \therefore k > 1$

18. 이차방정식 $x^2 - 6x + k = 0$ 이 중근을 가질 때, 실수 k 의 값은?

① 1

② 3

③ 6

④ 9

⑤ 36

해설

주어진 이차방정식이 중근을 가지므로

$$\frac{D}{4} = (-3)^2 - 1 \cdot k = 0$$

$$\therefore k = 9$$

19. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + (a-1)x + \frac{1}{4}a^2 + a - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 실수 a 의 조건을 구하면?

- ① $a > 1$ ② $a < \frac{3}{2}$ ③ $a < \frac{3}{4}$ ④ $a > \frac{3}{4}$ ⑤ $a < 2$

해설

판별식을 D 라고 하면,

$$D = (a-1)^2 - 4\left(\frac{1}{4}a^2 + a - 2\right) = -6a + 9$$

서로 다른 두 실근을 가지려면 $D > 0$ 이어야 하므로

$$-6a + 9 > 0 \text{에서 } a < \frac{3}{2}$$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 k 의 값의 범위는?

① $k < -2$

② $-1 < k < 0$

③ $-1 < k < 4$

④ $k < 5$

⑤ $0 < k < 5$

해설

$x^2 - 6x + 2k - 1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지려면

$$\frac{D}{4} = 9 - 2k + 1 > 0 \quad \therefore 2k < 10 \quad \therefore k < 5$$

21. x 에 대한 이차방정식 $(k-1)x^2 + 2kx + k-1 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 갖기 위한 자연수 k 의 최솟값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $k-1 \neq 0$ 이어야 한다.
따라서 $k \neq 1$

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = k^2 - (k-1)^2 > 0, 2k-1 > 0$$

$$\therefore k > \frac{1}{2}$$

따라서 자연수 k 의 최솟값은 2이다.

22. 다음 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖은 것의 개수는?

$\textcircled{\tiny{\Gamma}} \quad 3x^2 - x - 1 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Delta}} \quad x^2 + x + \frac{1}{4} = 0$

$\textcircled{\tiny{\Xi}} \quad 2x^2 - \sqrt{3}x + 2 = 0$

$\textcircled{\tiny{\Theta}} \quad x^2 - x + 2 = 0$

- ① 0개

② 1개

③ 2개

④ 3개

⑤ 4개

해설

- $\textcircled{\tiny{\Gamma}} \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 3(-1) = 13 > 0$ 이므로 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$\textcircled{\tiny{\Delta}} \quad D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{4} = 0$ 이므로 중근을 갖는다.

$\textcircled{\tiny{\Xi}} \quad D = (\sqrt{3})^2 - 4 \cdot 2 \cdot 2 = -13 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

$\textcircled{\tiny{\Theta}} \quad D = (-1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로 서로 다른 두 허근을 갖는다.

23. 이차방정식 $x^2 - 2x + m = 0$ 이 허근을 가질 때, 실수 m 의 범위를 구하면?

① $m < 1$

② $-1 < m < 1$

③ $m < -1$ 또는 $m > 1$

④ $m > 1$

⑤ $m > -1$

해설

주어진 이차방정식이 허근을 가지려면

$$D/4 = 1 - m < 0$$

$$\therefore m > 1$$

24. x 에 대한 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 다음 [보기]의 이차방정식 중 서로 다른 두 실근을 갖는 것을 모두 고른 것은?

- $\textcirc� \quad ax^2 + 2bx + c = 0$

$\textcirc� \quad ax^2 + \frac{1}{2}bx + c = 0$
- $\textcirc� \quad cx^2 + bx + a = 0$

- ① $\textcirc�$

② $\textcirc�, \textcirc�$

③ $\textcirc�, \textcirc�$
- ④ $\textcirc�, \textcirc�$

⑤ $\textcirc�, \textcirc�, \textcirc�$

해설

$ax^2 + bx + c = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가지므로

$D = b^2 - 4ac > 0 \cdots$

$\textcirc� \quad ax^2 + 2bx + c = 0$ 의 판별식은

$D = (2b)^2 - 4ac = 4b^2 - 4ac$

$= 3b^2 + (b^2 - 4ac > 0)$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

$\textcirc�$ [반례] $a = 1, b = 3, c = 2$ 일 때

$x^2 + 3x + 2 = 0$ 은 서로 다른 두 실근을 갖지만

$x^2 + \frac{3}{2}x + 2 = 0$ 은 허근을 갖는다.

$\textcirc� \quad cx^2 + bx + a = 0$ 의 판별식은

$D = b^2 - 4ac > 0$

따라서 서로 다른 두 실근을 갖는다.

25. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 갖고, 동시에 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 갖도록 하는 정수 k 의 개수를 구하면?

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$2x^2 - 4x - 3k = 0$ 이 허근을 가질 조건은
$$\frac{D}{4} = 4 + 6k < 0$$
$$\therefore k < -\frac{2}{3} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉠}$$
 $x^2 + 5x - 2k = 0$ 이 실근을 가질 조건은
$$D = 25 + 8k \geq 0$$
$$\therefore k \geq -\frac{25}{8} \quad \cdots \cdots \textcircled{㉡}$$
$$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡} \text{에서 } -\frac{25}{8} \leq k < -\frac{2}{3}$$
따라서, 정수 $k = -3, -2, -1$
$$\therefore \text{정수 } k \text{의 개수는 3개}$$

26. 이차방정식 $x^2 + 2(k-a)x + k^2 + a^2 + b - 2 = 0$ 이 실수 k 의 값에 관계없이 중근을 가질 때, $a+b$ 의 값을 구하라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{D}{4} = (k-a)^2 - (k^2 + a^2 + b - 2) = 0$$

$$\therefore -2ka - b + 2 = 0$$

이 식은 k 의 값에 관계없이 항상 성립하므로
 k 에 대한 항등식이다.

$$a = 0, b = 2$$

$$\therefore a + b = 2$$

27. 이차방정식 $x^2 + 2(k-m)x + (k^2 - n + 4) = 0$ 이 실수 k 값에 관계없이
중근을 가질 때, 실수 $m+n$ 의 값은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

중근을 가지려면 판별식이 0이다.

$$D' = (k-m)^2 - (k^2 - n + 4) = 0$$

모든 k 에 대해 성립하려면

$$-2m = 0, \text{ 그리고 } m^2 + n - 4 = 0$$

$$\therefore m = 0, \quad n = 4, \quad m + n = 4$$

28. 방정식 $x^2 + 2(k+a)x + k^2 + k + b = 0$ 이 k 의 값에 관계없이 중근을 갖도록 실수 a, b 의 값을 정할 때, $a + 2b$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\text{준식에서 } \frac{D}{4} = (k+a)^2 - (k^2 + k + b)$$

$$= (2a-1)k + a^2 - b = 0$$

이것이 k 에 대한 항등식이 되어야 하므로

$$2a-1=0, \quad a^2-b=0$$

$$\therefore a = \frac{1}{2}, \quad b = \frac{1}{4}$$

$$\therefore a + 2b = 1$$

29. a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이를 나타낼 때, $(a + b)x^2 + 2cx + a - b$ 는 x 의 완전제곱식이다. 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 정삼각형

② $a = b$ 인 이등변삼각형

③ $b = c$ 인 이등변삼각형

④ a 가 빗변인 직각삼각형

⑤ c 가 빗변인 직각삼각형

해설

a, b, c 가 삼각형의 세 변의 길이이므로
 $a > 0, b > 0, c > 0$
따라서, $a + b > 0$ 이므로 준식은 이차식이다.
준식이 완전제곱식이 되려면
판별식 $D = 0$
 $\frac{D}{4} = c^2 - (a + b)(a - b) = 0$
정리하면, $c^2 - a^2 + b^2 = 0$
 $\therefore a^2 = b^2 + c^2$
따라서, a 가 빗변인 직각삼각형

30. 이차방정식 $x^2 + 2x + 3 = 0$ 의 해를 구하기 위해 완전제곱식으로 고쳐 $(x + a)^2 = b$ 를 얻었다. 이때, 상수 a, b 에 대하여 $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$x^2 + 2x + 3 = 0$ 를 완전제곱식으로 고치면

$$(x^2 + 2x + 1) + 2 = 0, \quad (x + 1)^2 = -2$$

$$\therefore a = 1, \quad b = -2$$

$$\therefore a - b = 3$$