

1. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

① $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

② $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③ $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④ $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤ $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} & 64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

2. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

3. $x^2 + y^2 + 2xy - x - y$ 을 인수분해 하면?

① $(x - y)(x + y + 1)$

② $(x + y)(x - y - 1)$

③ $(x - y)(x - y - 1)$

④ $(x + y)(x + y - 1)$

⑤ $(x + y)(x + y + 1)$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + y^2 + 2xy - x - y \\ &= (x + y)^2 - (x + y) = (x + y)(x + y - 1) \end{aligned}$$

4. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

- ① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$
③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$
⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1) - 6 \\&= X^2 + X - 6 \\&= (X+3)(X-2) \\&= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2) \\&= (x-1)(x+2)(x^2 + x + 3)\end{aligned}$$

5. $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$ 일 때, $ac + bd$ 의 값을 구하면?

① -6

② -5

③ -4

④ -3

⑤ -2

해설

$$(\text{준식}) = 1 - (4x^2 - 4xy + y^2)$$

$$= 1^2 - (2x - y)^2$$

$$= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y)$$

$$\therefore a = 2, b = -1, c = -2, d = 1$$

$$\therefore ac + bd = 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5$$

6. 다항식 $ax + ay - bx - by$ 를 인수분해 하면?

① $x(a - b)$

② $(a - b)(x - y)$

③ $(a + b)(x - y)$

④ $(a - b)(x + y)$

⑤ $(a + b)(x + y)$

해설

$$\begin{aligned} ax + ay - bx - by &= a(x + y) - b(x + y) \\ &= (a - b)(x + y) \end{aligned}$$

7. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$ 을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2 \\&= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2 \\&= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)\end{aligned}$$

8. 다음 중 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 의 인수인 것은?

① $x + y + 2$

② $x - y + 2$

③ $x + 2y + 1$

④ $x - 2y + 1$

⑤ $x + y + 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (2y + 1)(y - 2) \\ &= (x + 2y + 1)(x + y - 2) \end{aligned}$$

9. 다항식 $2x^2 - xy - y^2 - 4x + y + 2$ 를 인수분해 한 식은?

① $(2x - y - 2)(x + y - 1)$

② $(2x + y + 2)(x - y + 1)$

③ $(2x - y - 2)(x - y - 1)$

④ $(2x + y - 2)(x + y - 1)$

⑤ $(2x + y - 2)(x - y - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준 식}) &= 2x^2 - (y + 4)x - (y^2 - y - 2) \\&= 2x^2 - (y + 4)x - (y + 1)(y - 2) \\&= \{2x + (y - 2)\}\{x - (y + 1)\} \\&= (2x + y - 2)(x - y - 1)\end{aligned}$$

10. $a + b + c = 0$ 일 때, $a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right)$ 의 값을 구하면?

① -3

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 3

해설

$a + b + c = 0$ 이면 $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$ 이다.

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= \frac{a(b+c)}{bc} + \frac{b(a+c)}{ac} + \frac{c(a+b)}{ab} \\ &= \frac{a^2(-a) + b^2(-b) + c^2(-c)}{abc} \\ &= \frac{-(a^3 + b^3 + c^3)}{abc} \\ &= \frac{-3abc}{abc} = -3 \end{aligned}$$

해설

$$\begin{aligned} &a\left(\frac{1}{b} + \frac{1}{c}\right) + b\left(\frac{1}{c} + \frac{1}{a}\right) + c\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b}\right) \\ &= \left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b}\right) + \left(\frac{b}{c} + \frac{a}{c}\right) + \left(\frac{b}{a} + \frac{c}{a}\right) \\ &= \frac{a+c}{b} + \frac{b+a}{c} + \frac{b+c}{a} \\ &= \frac{-b}{b} + \frac{-c}{c} + \frac{-a}{a} \quad (\because a+b+c=0) \\ &= -3 \end{aligned}$$

11. $ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a)$ 을 인수분해하면?

① $-(a-b)(b-c)(c-a)$

② $-(a+b+c)(a-b-c)$

③ $-(a+b)(b+c)(c+a)$

④ $(a+b)(b+c)(c+a)$

⑤ $(a-b)(b-c)(c-a)$

해설

전개하여 a 에 대한 내림차순으로 정리한 후, 인수분해 한다.

$$\begin{aligned} & ab(a-b) + bc(b-c) + ca(c-a) \\ &= (b-c)a^2 - (b^2 - c^2)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)a^2 - (b+c)(b-c)a + bc(b-c) \\ &= (b-c)\{a^2 - (b+c)a + bc\} \\ &= (b-c)(a-b)(a-c) \\ &= -(a-b)(b-c)(c-a) \end{aligned}$$

12. 서로 다른 세 실수 x, y, z 에 대하여 $x^3 + y^3 + z^3 = 3xyz$ 를 만족할 때, $x + y + z$ 의 값은?

① 0

② 1

③ 2

④ 3

⑤ 4

해설

$$x^3 + y^3 + z^3 - 3xyz$$

$$= (x + y + z)(x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx) = 0$$

$$(x + y + z) = 0 \text{ 또는 } x^2 + y^2 + z^2 - xy - yz - zx = 0$$

$$\therefore x + y + z = 0 \text{ 또는 } \frac{1}{2}\{(x - y)^2 + (y - z)^2 + (z - x)^2\} = 0$$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수($x \neq y \neq z$)이므로

$$x + y + z = 0$$

13. 삼각형의 세 변의 길이 a, b, c 에 대하여 $a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca$ 가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① 직각삼각형

② 이등변삼각형

③ 정삼각형

④ 직각이등변삼각형

⑤ 둔각삼각형

해설

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + bc + ca \text{에서}$$

$$a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca = 0$$

$$\frac{1}{2}(2a^2 + 2b^2 + 2c^2 - 2ab - 2bc - 2ca) = 0$$

$$\frac{1}{2}(a^2 - 2ab + b^2 + b^2 - 2bc + c^2 + c^2 - 2ca + a^2) = 0$$

$$\frac{1}{2}\{(a-b)^2 + (b-c)^2 + (c-a)^2\} = 0$$

a, b, c 는 실수이므로

$$a - b = 0, b - c = 0, c - a = 0$$

$$\therefore a = b = c$$

따라서, 주어진 삼각형은 정삼각형이다.

14. 자연수 $N = p^n q^m r^l$ 로 소인수분해될 때, 양의 약수의 개수는 $(n+1)(m+1)(l+1)$ 이다. 이 때, $38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1$ 의 양의 약수의 개수는?

- ① 9개 ② 12개 ③ 16개 ④ 24개 ⑤ 32개

해설

$38 = x$ 라 하면,

$$\begin{aligned} 38^3 + 3 \cdot 38^2 + 3 \cdot 38 + 1 &= x^3 + 3x^2 + 3x + 1 \\ &= (x+1)^3 \\ &= 39^3 \\ &= 13^3 \cdot 3^3 \end{aligned}$$

$$\therefore (3+1)(3+1) = 16$$

15. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$ 일 때, abc 의 값은?

① $-\frac{5}{3}$

② 0

③ $\frac{5}{3}$

④ $\frac{5}{2}$

⑤ 1

해설

$$a^2 + b^2 + c^2$$

$$= (a+b+c)^2 - 2(ab+bc+ca) \text{ 이므로}$$

$$5 = 1 - 2(ab+bc+ca)$$

$$\therefore ab+bc+ca = -2$$

$$a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$$

$$= (a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca) \text{ 이므로}$$

$$2 - 3abc = 1 \cdot (5 + 2)$$

$$\therefore abc = -\frac{5}{3}$$

16. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + y)(y + z)(z + x)$ 의 값은?

①

-1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$x + y + z = 1$ 을 변형하면

$$(\text{준식}) = (1 - z)(1 - x)(1 - y)$$

$$= 1 - (x + y + z) + (xy + yz + zx) - xyz$$

$$= 1 - 1 + 2 - 3 = -1$$

17. $(2^{48} - 1)$ 은 60 과 70 사이의 어떤 두 수로 나누어 떨어진다. 이 두 수는?

① 61, 63

② 61, 65

③ 63, 65

④ 63, 67

⑤ 67, 69

해설

$$\begin{aligned} 2^{48} - 1 &= (2^6 - 1)(2^6 + 1)(2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \\ &= 63 \cdot 65 \cdot (2^{12} + 1)(2^{24} + 1) \end{aligned}$$

따라서 $2^{48} - 1$ 은 63과 65로 나누어 떨어진다.

18. 실수 x, y 가 $xy = 6$, $x^2y + xy^2 + x + y = 63$ 을 만족시킬 때, $x^2 + y^2$ 의 값은?

- ① 13 ② $\frac{1173}{32}$ ③ 55 ④ 69 ⑤ 81

해설

$$\begin{aligned} & x^2y + xy^2 + x + y \\ &= xy(x + y) + (x + y) \\ &= (xy + 1)(x + y) \\ &= 7(x + y) = 63, \\ & x + y = 9, xy = 6 \\ & \therefore x^2 + y^2 = (x + y)^2 - 2xy \\ & \qquad \qquad = 81 - 12 = 69 \end{aligned}$$

19. 두 다항식 $x^2 + 3x + a$, $x^2 - 3x + b$ 의 최대공약수가 $x - 1$ 일 때, 최소공배수를 구하여라.

① $x^3 + 3x^2 - 12x + 8$

② $x^3 - 3x^2 + 10x - 8$

③ $x^3 + x^2 - 10x + 8$

④ $x^3 - 9x + 8$

⑤ $x^3 + 2x^2 - 8x + 10$

해설

최대공약수는 두 식의 인수이므로 인수정리를 이용하여 a , b 를 구한다.

$$1 + 3 + a = 0 \quad 1 - 3 + b = 0 \text{에서 } a = -4 \quad b = 2$$

$$\therefore x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x + 4)$$

$$x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$$

그러므로 두 다항식의 최소공배수는

$$(x - 1)(x - 2)(x + 4) = x^3 + x^2 - 10x + 8$$

20. $[a, b, c] = a(b^2 - c^2)$ 일 때, $[a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b]$ 의 인수인 것은?

① $a - b$

② $b + c$

③ $c + a$

④ $a + b + c$

⑤ abc

해설

$$\begin{aligned} & [a, b, c] + [b, c, a] + [c, a, b] \\ &= a(b^2 - c^2) + b(c^2 - a^2) + c(a^2 - b^2) \\ &= ab^2 - ac^2 + bc^2 - ba^2 + ca^2 - cb^2 \\ &= a^2(c - b) - a(c^2 - b^2) + bc(c - b) \\ &= (c - b)\{a^2 - a(c + b) + bc\} \\ &= (c - b)(a - b)(a - c) \end{aligned}$$