

1. 다항식 $5xy - yx^2 + 2x^3 + 2yz^2$ 에 대한 설명 중 옳지 않은 것은?

- ① x 의 계수는 $5y$ 이다.
- ② x^2 의 계수는 $-y$ 이다.
- ③ x 에 대한 3차식이다.
- ④ x 에 대한 상수항은 $2yz^2$ 이다.
- ⑤ y, z 에 대한 2차식이다.

해설

y, z 에 대한 3차식이다.

2. $P = a^3 + 4a^2b + 2ab^2$, $Q = -2a^2b + 3ab^2 - b^3$ 일 때, $3P - 2Q$ 를 계산하면?

① $3a^3 + 12a^2b + 2b^3$

② $3a^3 - 12a^2b + 2b^3$

③ $3a^3 + 16a^2b + 2b^3$

④ $3a^3 + 8a^2b + 2b^3$

⑤ $3a^3 - 8a^2b + 2b^3$

해설

$$\begin{aligned} & 3(a^3 + 4a^2b + 2ab^2) - 2(-2a^2b + 3ab^2 - b^3) \\ &= 3a^3 + 12a^2b + 6ab^2 + 4a^2b - 6ab^2 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 16a^2b + 2b^3 \end{aligned}$$

3. 다항식 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 의 차수는?

- ① 5차 ② 7차 ③ 12차 ④ 17차 ⑤ 72차

해설

$(x^2 + 1)^4$ 는 8차식, $(x^3 + 1)^3$ 은 9차식

따라서 $(x^2 + 1)^4(x^3 + 1)^3$ 은

$8 + 9 = 17$ 차 다항식이다.

4. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 실수 a, b, c 의 값을 구하여라.

$$ax^2 - x + c - 3 = 2x^2 - bx - 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 2$

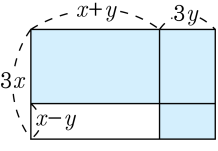
▷ 정답 : $b = 1$

▷ 정답 : $c = 1$

해설

각 항의 계수를 서로 비교한다.

5. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?

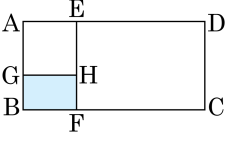


- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} & (x+4y)(3x) - (x+y)(x-y) \\ &= 3x^2 + 12xy - x^2 + y^2 \\ &= 2x^2 + 12xy + y^2 \end{aligned}$$

6. 다음 그림의 사각형 AGHE, 사각형 EFCD는 정사각형이고, $\overline{AD} = a$, $\overline{AB} = b$ 일때, 사각형 GBFH의 넓이는?



- ① $a^2 - 2ab - b^2$ ② $a^2 + 3b^2 - 2ab$
③ $-a^2 + 3ab - 2b^2$ ④ $-a^2 + 3ab - b^2$
⑤ $-a^2 + 2ab - b^2$

해설

$$\begin{aligned}\square\text{GBFH} &= \square\text{ABCD} - \square\text{AGHE} - \square\text{EFCD} \\ &= ab - (a - b)^2 - b^2 = ab - (a^2 - 2ab + b^2) - b^2 \\ &= -a^2 + 3ab - 2b^2\end{aligned}$$

7. 다음 중 다항식의 전개가 잘못된 것은?

① $(x+1)(x^2-x+1) = x^3+1$

② $(a+2b-3c)^2 = a^2+4b^2+9c^2+4ab-12bc-6ac$

③ $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3+8$

④ $(x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) = x^4-x^2y^2+y^4$

⑤ $(x-1)^2(x+1)^2 = x^4-2x^2+1$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{4} \quad & (x^2-xy+y^2)(x^2+xy+y^2) \\ &= (x^2+y^2)^2-(xy)^2 \\ &= x^4+x^2y^2+y^4 \end{aligned}$$

8. $2x^2 - 3x - 2 = a(x-1)(x+2) + bx(x+2) + cx(x-1)$ 이 x 에 대한
항등식이 되도록 a, b, c 의 값을 정하면?

① $a = 1, b = -1, c = 2$

② $a = -1, b = 1, c = -2$

③ $a = 1, b = 1, c = 2$

④ $a = -1, b = -1, c = -2$

⑤ $a = 1, b = -1, c = -2$

해설

수치대입법을 이용한다.

$x = 0$ 을 대입 $-2 = -2a \quad \therefore a = 1$

$x = 1$ 을 대입 $-3 = 3b \quad \therefore b = -1$

$x = -2$ 를 대입 $12 = 6c \quad \therefore c = 2$

9. 다음 등식이 k 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy 의 값을 구하여라.

$$(2k + 3)x + (3k - 1)y + 5k - 9 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k 에 대하여 내림차순으로 정리하면
 $(2x + 3y + 5)k + (3x - y - 9) = 0$
이것은 k 에 대한 항등식이므로
 $2x + 3y + 5 = 0$
 $3x - y - 9 = 0$
연립방정식을 풀면 $x = 2, y = -3$
 $\therefore xy = 2 \times (-3) = -6$

10. $(x+y)a - (x-y)b - (y-z)c - 4z = 0$ 이 x, y, z 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, 곱 abc 를 구하면?

① 4

② 8

③ 16

④ 32

⑤ 64

해설

x, y, z 에 대해 정리하면

$$(a-b)x + (a+b-c)y + (c-4)z = 0$$

x, y, z 에 대한 항등식이므로

$$a = b, a + b - c = 0, c = 4$$

$$\therefore a = b = 2, c = 4$$

$$\therefore abc = 16$$

11. a, b 는 정수이고, $ax^3 + bx^2 + 1$ 이 $x^2 - x - 1$ 로 나누어 떨어질 때, b 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

전개했을 때 양변의 최고차항과 상수항이 같아야 하므로

$$ax^3 + bx^2 + 1$$

$$= (x^2 - x - 1)(ax - 1)$$

$$= ax^3 - (1+a)x^2 + (1-a)x + 1$$

양변의 계수를 비교하면

$$-(1+a) = b, 1-a = 0$$

$$\therefore a = 1, b = -2$$

12. 다항식 $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 6$ 을 $x - 2$, $x - 1$ 로 나누었을 때의 나머지를 각각 a, b 라 할 때, $a + b$ 의 값은?

① -8

② -2

③ -16

④ 4

⑤ 2

해설

$$f(x) = (x - 2)Q(x) + a$$

$$f(x) = (x - 1)Q'(x) + b$$

$$f(2) = 4 = a, \quad f(1) = -2 = b$$

$$\therefore a + b = 2$$

13. x 에 대한 다항식 $4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 가 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 갖도록 $a+b$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -37

해설

$P(x) = 4x^3 - 3x^2 + ax + b$ 라 하고 $P(x)$ 가
 $(x+1)(x-3)$ 을 인수로 가지려면
 $P(-1) = P(3) = 0$
 $P(-1) = -4 - 3 - a + b = 0 \quad \therefore a - b = -7$
 $P(3) = 108 - 27 + 3a + b = 0 \quad \therefore 3a + b = -81$
 $\therefore a = -22, b = -15$

14. 등식 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$ 이 x 에 관한 항등식일 때, 상수 b 의 값은?

- ① 3
- ② -4
- ③ 2
- ④ 8
- ⑤ 6

해설

$$3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + c$$
$$= (x - 1) \{ a(x - 1) + b \} + c$$

1		3	2	1	
			3	5	
1		3	5	6	← c
			3		
		3	8		← c
		↑			
		a			

해설

$x = 1$ 을 대입하면 $c = 6$
 $3x^2 + 2x + 1 = a(x - 1)^2 + b(x - 1) + 6$
 $\rightarrow 3x^2 + 2x - 5 = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow (x - 1)(3x + 5) = a(x - 1)^2 + b(x - 1)$
 $\rightarrow$ 양변을 $x - 1$ 로 나누면
 $3x + 5 = a(x - 1) + b = ax - a + b$
 $\therefore a = 3, b = 8$
※ 준식의 우변을 모두 전개해서 계수비교하여 구할 수도 있다.

15. 다항식 $A = 2x^3 - 7x^2 - 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x - 1$, 나머지가 $-7x - 2$ 이다. 다항식 $B = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a^2 + b^2 + c^2$ 의 값은?

① 3

② 6

③ 9

④ 14

⑤ 17

해설

$A = 2x^3 - 7x^2 - 4 = B(2x - 1) - 7x - 2$ 이다.

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = B(2x - 1)$

좌변을 $2x - 1$ 로 나누면

$2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = (2x - 1)(x^2 - 3x + 2)$

$\therefore B = x^2 - 3x + 2$

16. $x^2 - x + 1 = 0$ 일 때, $x^5 + \frac{1}{x^5}$ 의 값은?

① -2

② -1

③ 0

④ 1

⑤ 2

해설

$x^2 - x + 1 = 0$, 양변에 $x + 1$ 을 곱하면,

$$(x + 1)(x^2 - x + 1) = 0$$

$$x^3 + 1 = 0, x^3 = -1 \text{ 에서 } x^5 = x^3 \times x^2 = -x^2$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} = -\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \dots\dots ①$$

$x^2 - x + 1 = 0$ 를 x 로 나누어 정리한다.

$$x + \frac{1}{x} = 1$$

$$x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 = -1$$

$$① \text{ 에 대입하면, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 1$$

17. 모든 실수 x 에 대하여 $2x^3 - 3x^2 - x + 1 = a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d$ 이라 할 때, $a + b + c + d$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$\begin{aligned} 2x^3 - 3x^2 - x + 1 &= a(x-1)^3 + b(x-1)^2 + c(x-1) + d \\ x=2 \text{를 대입하면,} \\ \{2 \times (2)^3\} - (3 \times 2^2) - 2 + 1 &= a + b + c + d \\ \therefore a + b + c + d &= 3 \end{aligned}$$

18. 다항식 $f(x)$ 를 $x-1$ 로 나눈 나머지가 3이고, $x+1$ 로 나눈 나머지가 -1 일 때, $(x^2+x+2)f(x)$ 를 x^2-1 로 나눈 나머지를 $R(x)$ 라 할 때, $R(1)$ 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

나머지 정리에 의해 $f(1) = 3, f(-1) = -1$
 $(x^2+x+2)f(x) = (x^2-1)Q(x) + ax+b$
 $x=1, x=-1$ 을 대입한다.
 $4f(1) = 12 = a+b \cdots \textcircled{\text{㉠}}$
 $2f(-1) = -2 = -a+b \cdots \textcircled{\text{㉡}}$
 $\textcircled{\text{㉠}}, \textcircled{\text{㉡}}$ 을 연립하여 풀면,
 $a=7, b=5$
 $\therefore$ 나머지 $R(x) = 7x+5$
 $R(1) = 12$

19. 다항식 $f(x)$ 를 $2x - 1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x + 2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x + 2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$$f(x) = (2x - 1)Q(x) - 4 \text{ 라 하면}$$

$$f(-2) = -5Q(-2) - 4$$

$$\text{그런데 } Q(-2) = 2 \text{ 이므로 } f(-2) = -14$$

20. 두 다항식 $f(x)$, $g(x)$ 에 대하여 $f(x) + g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 으로 나누면 나머지가 9, $f(x) - g(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나누면 나머지가 -3이다. 이 때, $f(x)$ 를 $x^2 + x + 1$ 로 나눈 나머지를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$f(x) + g(x) = (x^2 + x + 1)Q_1(x) + 9 \cdots \cdots \textcircled{1}$$

$$f(x) - g(x) = (x^2 + x + 1)Q_2(x) - 3 \cdots \cdots \textcircled{2}$$

$\textcircled{1} + \textcircled{2}$ 을 하면

$$2f(x) = (x^2 + x + 1) \{Q_1(x) + Q_2(x)\} + 6$$

$$f(x) = (x^2 + x + 1) \frac{Q_1(x) + Q_2(x)}{2} + 3$$

$\therefore$ 나머지는 3