

1. 다음 등식이 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

$$a(x-1)(x+1) + b(x-1) + c(x+1) = 2x^2 + x + 1$$

- ① 3 ② 2 ③ 1 ④ 0 ⑤ -1

해설

좌변을 전개하여 우변과 계수를 비교하면
 $a = 2, b = -1, c = 2$

해설

x^2 의 계수가 2이므로 $a = 2$
 $x = 1$ 대입, $c = 2$
 $x = -1$ 대입, $b = -1$
 $\therefore a + b + c = 3$

2. 다음 등식 $a(x-1)(x-2) + bx(x-2) + cx(x-1) = 2x^2 - 3x - 2$ 가 x 의 값에 관계없이 항상 성립할 때, abc 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

양변에 $x = 0$ 을 대입하면, $2a = -2$

$\therefore a = -1$

양변에 $x = 1$ 을 대입하면, $-b = -3$

$\therefore b = 3$

양변에 $x = 2$ 을 대입하면, $2c = 0$

$\therefore c = 0$

$\therefore abc = 0$

3. $(4x^4 - 5x^3 + 3x^2 - 4x + 1) \div (x^2 - x + 1)$ 을 계산 하였을 때, 몫과 나머지의 합을 구하면?

- ㉠ $4x^2 - 6x + 1$ ㉡ $4x^2 - 7x + 3$ ㉢ $4x^2 - 4x + 5$
㉣ $4x^2 - 8x + 2$ ㉤ $4x^2 - 6x + 7$

해설

직접 나누어서 구한다.

몫: $4x^2 - x - 2$, 나머지: $-5x + 3$

$\therefore$ 몫과 나머지의 합은 $4x^2 - 6x + 1$

4. $a^2b + b^2c - b^3 - a^2c$ 을 인수분해하면?

① $(a + b)(a - b)(b + c)$

② $(a - b)(b - c)(c + a)$

③ $(a - b)(a + b)(b - c)$

④ $(a - b)(a + b)(c - a)$

⑤ $(a - b)(b + c)(c - a)$

해설

$$\begin{aligned} & a^2b + b^2c - b^3 - a^2c \\ &= a^2(b - c) - b^2(b - c) \\ &= (a - b)(a + b)(b - c) \end{aligned}$$

5. 다음 중 다항식 $a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2$ 의 인수인 것은?

① $a + c$

② $a - b^2$

③ $a^2 - b^2 + c^2$

④ $a^2 + b^2 + c^2$

⑤ $a^2 + b^2 - c^2$

해설

$$\begin{aligned} & a^3 - a^2b + ab^2 + ac^2 - b^3 - bc^2 \\ &= a^3 - b^3 + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)c^2 - ab(a - b) \\ &= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + c^2 - ab) \\ &= (a - b)(a^2 + b^2 + c^2) \end{aligned}$$

6. $x^2 - 2x - y^2 + 2y$ 를 인수분해하였더니, $(x + ay)(x - by + c)$ 가 되었다.
이 때, a, b, c 를 순서대로 쓴 것은?

① $-1, 0, 1$

② $-1, 1, 2$

③ $-2, -1, 1$

④ $-1, -1, -2$

⑤ $-1, 2$

해설

$$\begin{aligned}x^2 - 2x - y^2 + 2y &= (x + y)(x - y) - 2(x - y) \\ &= (x - y)(x + y - 2)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -1, b = -1, c = -2$$

7. $(x^2 + x)(x^2 + x + 1) - 6$ 을 인수분해하면?

㉠ $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$ ㉡ $(x - 1)(x + 2)(x^2 + x - 3)$

㉢ $(x - 2)(x + 1)(x^2 + x + 3)$ ㉣ $(x - 1)(x + 2)(x^2 - x + 3)$

㉤ $(x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3)$

해설

$x^2 + x = X$ 라 하자.

$$(\text{준식}) = X(X + 1) - 6$$

$$= X^2 + X - 6$$

$$= (X + 3)(X - 2)$$

$$= (x^2 + x + 3)(x^2 + x - 2)$$

$$= (x - 1)(x + 2)(x^2 + x + 3)$$

8. 세 다항식 $A = x^2 + 3x - 2$, $B = 3x^2 - 2x + 1$, $C = 4x^2 + 2x - 3$ 에 대하여

$3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B$ 를 간단히 하면?

① $3x^2 + 12x - 13$

② $-3x^2 + 24x + 21$

③ $3x^2 - 12x + 21$

④ $-3x^2 - 24x + 21$

⑤ $x^2 + 12x + 11$

해설

$$\begin{aligned} & 3A - \{5A - (3B - 4C)\} + 2B \\ &= -2A + 5B - 4C \\ &= -2(x^2 + 3x - 2) + 5(3x^2 - 2x + 1) - 4(4x^2 + 2x - 3) \\ &= -3x^2 - 24x + 21 \end{aligned}$$

9. 두 다항식 $A = a + 2b$, $B = 2a + 3b$ 일 때, $2A + B$ 를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A + B &= 2(a + 2b) + (2a + 3b) \\ &= (2a + 4b) + (2a + 3b) \quad \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a + (4b + 2a) + 3b \quad \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a + (2a + 4b) + 3b \quad \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a + 2a) + (4b + 3b) \quad \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2 + 2)a + (4 + 3)b \quad \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a + 7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉤

해설

㉤ $2a + (2a + 4b) + 3b = (2a + 2a) + (4b + 3b)$: 결합법칙

10. $x + y + z = 1$, $xy + yz + zx = 2$, $xyz = 3$ 일 때, $(x + 1)(y + 1)(z + 1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$\begin{aligned} & (x + 1)(y + 1)(z + 1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

11. $(-2x^3 + x^2 + ax + b)^2$ 의 전개식에서 x^3 의 계수가 -8 일 때, $a - 2b$ 의 값은?

① -6 ② -4 ③ -2 ④ 0 ⑤ 2

해설

전개할 때 삼차항은 일차항과 이차항의 곱, 삼차항과 상수항의 곱이 각각 2개씩 나온다.

$$(-2x^3 \times b) \times 2 + (x^2 \times ax) \times 2 = (-4b + 2a)x^3$$

$$2a - 4b = -8$$

$$\therefore a - 2b = -4$$

12. $a = 2004$, $b = 2001$ 일 때, $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$ 의 값은?

① 21

② 23

③ 25

④ 27

⑤ 29

해설

준 식은 $(a - b)^3$ 이다.

$a - b = 2004 - 2001 = 3$

$\therefore (a - b)^3 = 3^3 = 27$

13. 모든 모서리의 합이 36, 겹넓이가 56인 직육면체의 대각선의 길이는?

① 5

② 6

③ 7

④ 8

⑤ 9

해설

직육면체의 가로, 세로, 높이를 각각 a , b , c 라 하자.

$$4(a+b+c) = 36, \quad 2(ab+bc+ca) = 56$$

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab+bc+ca)$$

$$a^2 + b^2 + c^2 = 81 - 56 = 25$$

$$\therefore (\text{대각선의 길이}) = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} \\ = \sqrt{25} = 5$$

14. $\frac{2x+ay-b}{x-y-1}$ 가 $x-y-1 \neq 0$ 인 어떤 x, y 의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\frac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$ 라 놓으면

$2x+ay-b=k(x-y-1)$

x, y 에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y 에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0, a+k=0, -b+k=0$

$\therefore k=2, a=-2, b=2$

$\therefore a-b=-4$

15. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+3 을 $(x-1)^2$ 을 나누었을 때 나머지가 $2x+1$ 이 되도록 상수 $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

최고차항의 계수가 1이므로
 x^3+ax^2+bx+3
 $= (x-1)^2(x+k)+2x+1$
 $= x^3+(k-2)x^2+(3-2k)x+k+1$
양변의 계수를 비교하면
 $a=k-2, b=3-2k, 3=k+1$
 $k=2$ 이므로 $a=0, b=-1$
 $\therefore a-b=0-(-1)=1$

16. $(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4$ 을 전개했을 때, 계수들의 총합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 512

해설

$(4x^2 - 3x + 1)^5(x^3 - 2x^2 - 1)^4 = ax^{22} + bx^{21} + \dots + c$
위의 식에 $x = 1$ 을 대입하면, 모든 계수들의 총합이 나온다.
 $\therefore$ (계수의 총합) $= 2^5 \times (-2)^4 = 512$

17. 다항식 $f(x) = x^3 + mx^2 + nx + 2$ 를 $x-1$ 로 나누면 나누어떨어지고, $x+1$ 로 나누면 나머지가 2 라고 한다. mn 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$f(1) = 1 + m + n + 2 = 0, m + n = -3$$

$$f(-1) = -1 + m - n + 2 = 2, m - n = 1$$

두 식을 연립하여 풀면 $m = -1, n = -2$

$$\therefore mn = 2$$

18. x 에 대한 다항식 $f(x)$ 를 $x+1$ 로 나눈 나머지는 -5 이고, $x-1$ 로 나눈 나머지는 -1 이다. 이때, $f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나눈 나머지를 구하면?

① $2x+1$

② $2x+3$

③ $2x-1$

④ $2x$

⑤ $2x-3$

해설

$f(x)$ 를 $(x+1)(x-1)$ 로 나누었을 때의 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x+1)(x-1)Q(x) + ax + b$$

한편, $f(x)$ 를 $x+1$, $x-1$ 로 나눈 나머지가 각각 -5 , -1 이므로

$$f(-1) = -a + b = -5, \quad f(1) = a + b = -1$$

이것을 연립하여 풀면 $a=2$, $b=-3$

따라서 구하는 나머지는 $2x-3$ 이다.

19. x 에 대한 다항식 $x^3 + 2x^2 - ax + b$ 가 $x^2 + x - 2$ 로 나누어 떨어질 때, $a^2 + b^2$ 의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b = (x^2 + x - 2)Q(x) \\ = (x + 2)(x - 1)Q(x)$$

인수정리에 의해 $x = -2, x = 1$ 을 대입하면 우변이 0 이 된다.

$$\therefore f(-2) = -8 + 8 + 2a + b = 0$$

$$f(1) = 1 + 2 - a + b = 0 \text{ 연립하면, } a = 1, b = -2$$

$$\therefore a^2 + b^2 = 5$$

20. x 에 대한 다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때 몫과 나머지를 다음과 같은 조립제법으로 구하려고 한다. $i = 1$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 옳게 구한 것은?

1		1	a	b	c
			d	e	f
		1	g	h	i

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

다항식 x^3+ax^2+bx+c 를 $x-1$ 로 나누었을 때의 몫과 나머지를 조립제법을 이용하여 구하면 다음과 같다.

1		1	a	b	c
			1	$a+1$	$a+b+1$
		1	$a+1$	$a+b+1$	$a+b+c+1$

이때 $a+b+c+1 = 1$ 이므로

$a+b+c = 0$

따라서 ③이다.

21. 다음 보기 중 항상 옳다고 할 수 없는 등식은?

- ㉠

$x^2+y^2+z^2=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$
- ㉡

$x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$
- ㉢

$(x^2+x+1)(x^2-x-1)=x^4+x+1$
- ㉣

$x^2-x-2=(x-2)(x+1)$
- ㉤

$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

㉢ $x+1=A$ 로 치환하여 전개하면
 $(x^2+A)(x^2-A)=x^4-A^2=x^4-x^2-2x-1$

22. 다항식 $x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2$ 를 일차식의 곱으로 인수분해 하였을 때, 그 인수들의 합을 구하면?

① $x + 2y + 1$

② $x + y - 3$

③ $2x + 3y + 2$

④ $x + y - 2$

⑤ $2x + 3y - 1$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 + 3xy + 2y^2 - x - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + 2y^2 - 3y - 2 \\ &= x^2 + (3y - 1)x + (y - 2)(2y + 1) \\ &= (x + y - 2)(x + 2y + 1) \end{aligned}$$