

1. $2 < \sqrt{4n} < 5$ 를 만족하는 자연수 n 의 개수를 구하여라.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 5 개

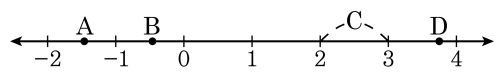
해설

$2 < \sqrt{4n} < 5$ 에서 각 변을 제곱하면

$$4 < 4n < 25, \quad 1 < n < \frac{25}{4}$$

$$\therefore n = 2, 3, 4, 5, 6$$

2. 다음은 수직선을 보고 설명한 것이다. 다음 중 틀린 것을 모두 고르면?



- ① $\sqrt{15}$ 는 3 과 4 사이에 위치한다.
- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 B 에 위치한다.
- ③ A 와 B 사이에는 무한 개의 유리수가 존재한다.
- ④ $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$, $\sqrt{5}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{7}$, $\sqrt{8}$ 중 구간 C 에 속하는 무리수는 모두 7 개이다.
- ⑤ $2\sqrt{3}$ 에 대응하는 점은 D 이다.

해설

- ② $-\sqrt{2}$ 는 점 A 에 위치한다.
- ④ $\sqrt{4}$ 는 무리수가 아니다.

3. 다음 설명 중 옳은 것은?

- ① 3.9 의 제곱근은 1 개이다
- ② -8 의 제곱근은 $-\sqrt{8}$ 이다.
- ③ $\sqrt{6^2}$ 의 제곱근은 $\pm\sqrt{6}$ 이다.
- ④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $-\frac{5}{3}$ 이다.
- ⑤ 제곱근 3 과 3 의 제곱근은 같다.

해설

- ① 3.9 의 제곱근은 $\pm\sqrt{3.9}$ 로 2 개이다.
- ② -8 의 제곱근은 없다.
- ④ $\left(-\frac{5}{3}\right)^2$ 의 제곱근은 $\pm\frac{5}{3}$
- ⑤ 제곱근 3 : $\sqrt{3}$
3 의 제곱근 : $\pm\sqrt{3}$

4. $a > 0, b > 0$ 일 때 옳은 것은?

① $\sqrt{a^2b} = ab$ ② $-\sqrt{ab^2} = b\sqrt{a}$ ③ $-a\sqrt{b} = \sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{ab}}{a}$ ⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

해설

① $\sqrt{a^2b} = a\sqrt{b}$

② $-\sqrt{ab^2} = -b\sqrt{a}$

③ $-a\sqrt{b} = -\sqrt{a^2b}$

④ $\sqrt{\frac{b}{a^2}} = \frac{\sqrt{b}}{a}$

⑤ $\sqrt{\frac{b^2}{a}} = \frac{b}{\sqrt{a}}$

5. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$$

$a = 5, 5 \times 2^2, 5 \times 3^2, 5 \times 2^2 \times 3^2$ 이므로 4 개이다.

6. 다음 보기 중 옳은 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

- ㉠ a 가 자연수 일 때, $\sqrt{a}$ 가 유리수인 경우가 있다.
- ㉡ $\frac{\text{(정수)}}{\text{(0이 아닌 정수)}}$ 꼴로 나타낼 수 없는 수는無理수이다.
- ㉢ 무리수에는 음수와 양수가 모두 존재 한다.
- ㉣ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 무리수이다.
- ㉤ $\sqrt{n}$ 이 무리수가 되는 것은 n 이 소수일 때이다.

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 3개

해설

- ㉢ 근호 안의 수가 제곱수인 수는 유리수이다.
- ㉤ $\sqrt{6}$ 은 무리수이지만, 6 은 소수가 아니다.

7. 다음 중 보기의 주어진 식의 대소 관계가 알맞은 것은?

$$A = \sqrt{6} - 3, B = \sqrt{6} - \sqrt{5}, C = 3 - \sqrt{5}$$

① $A > B$

② $A > C$

③ $B > C > A$

④ $C > A > B$

⑤ $C > B > A$

해설

$$\begin{aligned} \text{i) } \sqrt{6} - 3 - (\sqrt{6} - \sqrt{5}) &= -3 + \sqrt{5} \\ &= -\sqrt{9} + \sqrt{5} < 0 \end{aligned}$$

$$\therefore A < B$$

$$\text{ii) } \sqrt{6} - \sqrt{5} - (3 - \sqrt{5}) = \sqrt{6} - 3 = \sqrt{6} - \sqrt{9} < 0$$

$$\therefore B < C$$

따라서 $C > B > A$

8. $\sqrt{2} = a$, $\sqrt{3} = b$ 라고 할 때, $\sqrt{8} + 2\sqrt{27} + \frac{6}{\sqrt{54}} - \frac{3}{\sqrt{18}}$ 을 a, b 를 이용하여 나타내면?

① $\frac{1}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$
③ $\frac{5}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$
⑤ $\frac{3}{2}a + 4b + \frac{1}{3}ab$

② $\frac{3}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab$
④ $\frac{1}{2}a + 4b + \frac{1}{3}ab$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{6}{3\sqrt{6}} - \frac{3}{3\sqrt{2}} \\&= 2\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{\sqrt{6}}{3} - \frac{\sqrt{2}}{2} \\&= \frac{3}{2}\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + \frac{1}{3}\sqrt{2}\sqrt{3} \\&= \frac{3}{2}a + 6b + \frac{1}{3}ab\end{aligned}$$

9. 제곱근표에서 $\sqrt{3.27} = 1.808$, $\sqrt{32.7} = 5.718$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $\sqrt{327} = 18.08$

② $\sqrt{0.0327} = 0.01808$

③ $\sqrt{0.327} = 0.5718$

④ $\sqrt{3270} = 57.18$

⑤ $\sqrt{32700} = 180.8$

해설

② $\sqrt{\frac{1}{100} \times 3.27} = \frac{1}{10} \sqrt{3.27} = 0.1808$

10. $\frac{\sqrt{4^2}}{2} = a$, $-\sqrt{(-6)^2} = b$, $\sqrt{(-2)^2} = c$ 라 할 때, $2a^2 \times b^2 - b \div c$ 의 값은?

① 282

② 285

③ 288

④ 291

⑤ 294

해설

$$a = \frac{\sqrt{4^2}}{2} = \frac{4}{2} = 2, b = -\sqrt{(-6)^2} = -6, c = \sqrt{(-2)^2} = 2$$

$$\begin{aligned}\therefore 2a^2 \times b^2 - b \div c &= 2 \times 4 \times 36 - (-6) \times \frac{1}{2} \\ &= 288 + 3 = 291\end{aligned}$$

11. 두 실수 a, b 에 대하여 $a-b < 0$, $ab < 0$ 일 때, $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$ 을 간단히 한 것은?

① 0 ② $2a$ ③ $a-b$ ④ $2b$ ⑤ $a+b$

해설

$ab < 0$ 이면 a 와 b 의 부호가 다르다.
 $a-b < 0$ 이면 $a < b$ 이므로 $a < 0$, $b > 0$ 이다.
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = -a$, $b > 0$ 이므로 $\sqrt{b^2} = b$
 $a < 0$ 이므로 $\sqrt{(-a)^2} = \sqrt{a^2} = -a$
 $b > 0$ 이므로 $\sqrt{(-b)^2} = \sqrt{b^2} = b$
따라서
 $\sqrt{a^2} + \sqrt{b^2} - \sqrt{(-a)^2} + \sqrt{(-b)^2}$
 $= -a + b - (-a) + b$
 $= 2b$

12. $0 < a < 1$ 일 때, 다음 보기 중 옳은 것은 몇 개인가?

보기

㉠ $a < \sqrt{a}$

㉡ $a < \frac{1}{a}$

㉢ $\sqrt{a^2} = a$

㉣ $\frac{1}{a} < \sqrt{a}$

- ① 없다 ② 1 개 ③ 2 개 ④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$0 < a < 1$ 이므로 $a = \frac{1}{4}$ 라고 생각하고 대입하면

㉠ $\frac{1}{4} < \sqrt{\frac{1}{4}} \left(= \frac{1}{2} \right)$ (○)

㉡ $\frac{1}{4} < \frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4)$ (○)

㉢ $a > 0$ 이므로 $\sqrt{a^2} = a$ (○)

㉣ $\frac{1}{\frac{1}{4}} (= 4) > \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$ (×)

∴ ㉠, ㉡, ㉢

13. 두 실수 a, b 가 $a = \sqrt{8} - 3$, $b = -\sqrt{7} + \sqrt{8}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

① $a - b > 0$

② $b - a < 0$

③ $b + \sqrt{7} > 3$

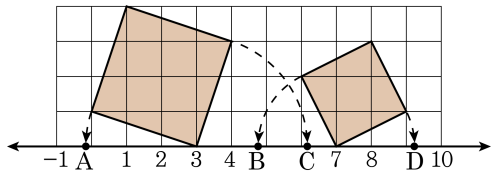
④ $ab > 0$

⑤ $a + 1 > 0$

해설

$$\begin{aligned} a - b &= \sqrt{8} - 3 - (-\sqrt{7} + \sqrt{8}) \\ \textcircled{1} \quad &= \sqrt{7} - 3 \\ &= \sqrt{7} - \sqrt{9} < 0 \\ \therefore a - b &< 0 \\ b - a &= -\sqrt{7} + \sqrt{8} - (\sqrt{8} - 3) \\ \textcircled{2} \quad &= -\sqrt{7} + 3 \\ &= \sqrt{9} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore b - a &> 0 \\ \textcircled{3} \quad (\text{좌변}) &= b + \sqrt{7} = -\sqrt{7} + \sqrt{8} + \sqrt{7} = \sqrt{8} \\ (\text{우변}) &= 3 = \sqrt{9} \\ \therefore b + \sqrt{7} &< 3 \\ \textcircled{4} \quad a &= \sqrt{8} - 3 = \sqrt{8} - \sqrt{9} < 0 \\ b &= \sqrt{8} - \sqrt{7} > 0 \\ \therefore ab &< 0 \\ a + 1 &= (\sqrt{8} - 3) + 1 \\ \textcircled{5} \quad &= \sqrt{8} - 2 \\ &= \sqrt{8} - \sqrt{4} > 0 \\ \therefore a + 1 &> 0 \end{aligned}$$

14. 다음 그림의 수직선 위의 점 A, B, C, D 에 대응하는 수를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a + b + c + d$ 값은? (단, 모눈 한 칸은 한 변의 길이가 1 인 정사각형이다.)

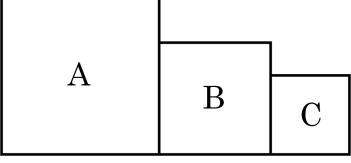


- ① 10 ② 13 ③ 17 ④ 20 ⑤ 24

해설

$a = 3 - \sqrt{10}$, $b = 7 - \sqrt{5}$, $c = 3 + \sqrt{10}$, $d = 7 + \sqrt{5}$
 이므로 $a + b + c + d = 20$ 이다.

15. 다음 그림에서 사각형 A, B, C 는 모두 정사각형이고, 각 사각형의 넓이 사이에는 B 는 C 의 2 배, A 는 B 의 2 배인 관계가 있다고 한다. A 의 넓이가 2cm^2 일 때, C 의 한 변의 길이는?



- ① $\frac{1}{4}\text{cm}$ ② $\frac{1}{2}\text{cm}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{3}\text{cm}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{4}\text{cm}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$

해설

$$(B \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 2 = 1$$

$$(C \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 1 = \frac{1}{2}$$

따라서, C 의 한 변의 길이는 $\sqrt{\frac{1}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}\text{cm}$ 이다.