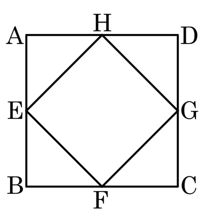
1. 다음 그림과 같이 정사각형 ABCD 의 네 변의 중점을 연결하여 만든 사각형의 성질이 아닌 것은?



① 네 변의 길이가 모두 같다.

② 두 대각선의 길이는 다르다.

③ 네 각의 크기가 모두 같다.

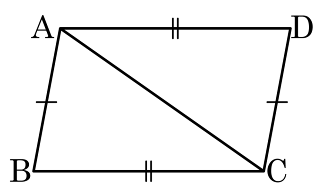
④ 두 대각선이 서로 수직이등분한다.

⑤ 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.

해설

정사각형의 각 변의 중점을 차례로 연결하면 정사각형이 된다. 정사각형은 네 변의 길이가 모두 같고, 네 내각의 크기가 모두 같다.

2. 다음은 '두 쌍의 대변의 길이가 각각 같은 사각형은 평행사변형이다.' 를 증명하는 과정이다. □ 안에 들어갈 알맞은 것은?



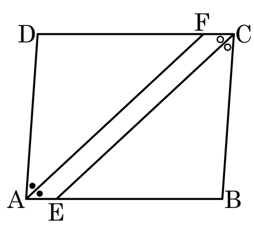
$\overline{AB} = \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$ 인 □ABCD 에서
점 A 와 점 C 를 이으면
△ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AB} = \overline{DC}$ (가정) ⋯㉠
$\overline{BC} = \overline{AD}$ (가정) ⋯㉡
□ 는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 △ABC ≡ △CDA (SSS 합동)
∠BAC = ∠DCA 이므로
$\overline{AB} \,/\!/\, \overline{DC}$ ⋯㉣
∠ACB = ∠CAD 이므로
$\overline{AD} \,/\!/\, \overline{BC}$ ⋯㉤
㉣, ㉤에 의해서 □ABCD 는 평행사변형이다.

① $\overline{DC}$ ② $\overline{BC}$ ③ $\overline{DA}$ ④ $\overline{AC}$ ⑤ $\overline{BA}$

해설

$\overline{AC}$ 는 공통

3. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 $\angle A$, $\angle C$ 의 이등분선이 변 CD, BA 와 만나는 점을 각각 E, F 라 할 때, $\overline{AF} = 8\text{cm}$, $\overline{DF} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\text{cm}$ 이다. 사각형 AECF 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 18 cm

해설

$\square$ABCD 가 평행사변형이므로

$\angle BAD = \angle BCD$ 이므로 $\frac{\angle BAD}{2} = \frac{\angle BCD}{2}$

$\angle ECF = \angle CEB$ ($\because$ 엇각)

$\angle AFD = \angle FAE$ ($\because$ 엇각)

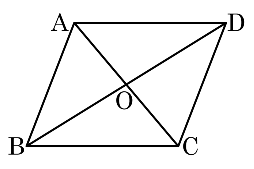
$\therefore \angle AEC = \angle AFC$

두 쌍의 대각의 크기가 각각 같으므로 $\square$AFCE 는 평행사변형이다.

평행사변형의 두 대변의 길이는 같으므로

$2 \times (8 + 1) = 18(\text{cm})$ 이다.

4. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 O 가 두 대각선의 교점일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이가 24였다. $\triangle COD$ 의 넓이는?

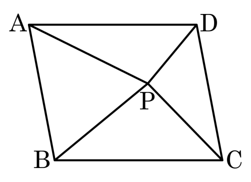


① 6　② 12　③ 24
④ 48　⑤ 알 수 없다.

해설

$\triangle ABO$, $\triangle OBC$, $\triangle OCD$, $\triangle OAD$ 의 넓이가 같으므로
$\triangle OCD = \frac{1}{2} \times \triangle ABC = 12$ 이다.

5. 점 P 는 평행사변형 ABCD 의 내부의 한 점이다. 평행사변형 ABCD 의 넓이가 30이고 $\triangle$ABP 의 넓이가 10일 때, $\triangle$PCD 의 넓이는 얼마인지 구하여라.



▶ 답:

▷ 정답: 5

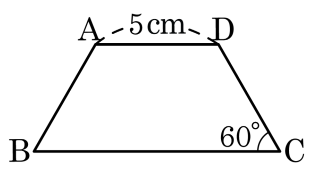
해설

$\square ABCD = 2 \times (\triangle ABP + \triangle PCD)$

$30 = 2 \times (10 + \triangle PCD)$

$\therefore\ \triangle PCD = 5$

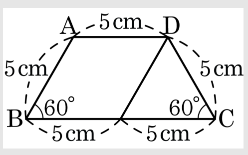
6. 다음 그림에서 □ABCD 는 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 5\,\text{cm}$, $\angle C = 60°$ 일 때, □ABCD 의 둘레의 길이를 구하여라.



▶ 답 :

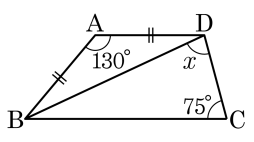
▷ 정답 : $25\,\text{cm}$

해설



$5 \times 5 = 25(\,\text{cm})$

7. □ABCD 에서 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 이고 $\overline{AB} = \overline{AD}$ 일 때, x 의 크기는?



① $65°$ ② $68°$ ③ $70°$

④ $75°$ ⑤ $80°$

해설

$\angle DBA = \angle ADB = (180° - 130°) \div 2 = 25°$

$x = 180° - (25° + 75°) = 80°$

8. 다음 보기의 조건에 알맞은 사각형은?

보기

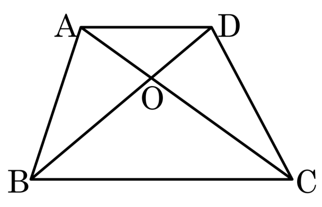
두 대각선의 길이가 같고 서로 다른 것을 수직이등분한다.

① 정사각형 ② 등변사다리꼴 ③ 직사각형
④ 평행사변형 ⑤ 마름모

해설

두 대각선의 길이가 서로 같고 서로 다른 것을 수직이등분하는 도형은 정사각형이다.

9. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\triangle DCO$ 의 넓이가 40 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.
(단, $2\overline{AO} = \overline{CO}$)



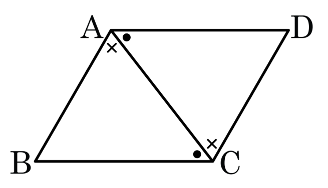
▶ 답:

▷ 정답: 120

해설

$\triangle ABO = \triangle DCO = 40$
또, $2\overline{AO} = \overline{CO}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 80$
따라서 $\triangle ABC = \triangle ABO + \triangle BOC = 40 + 80 = 120$

10. 다음은 ‘평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.’ 를 나타내는 과정이다. ㄱ~ㅁ에 들어갈 것으로 옳은 것은?



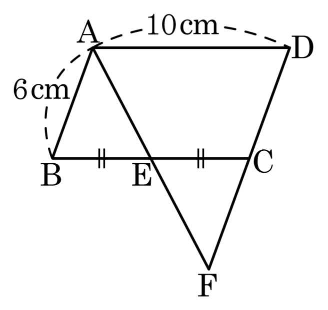
□ABCD 에서 $\overline{AB} /\!/ \overline{DC}$, $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$
점 A와 점 C를 이으면 △ABC와 △CDA 에서 $\boxed{\text{ㄱ}}$은 공통 ⋯㉠
$\overline{AB} /\!/ \boxed{\text{ㄴ}}$이므로 $\angle BAC = \angle DCA$ ⋯㉡
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\boxed{\text{ㄷ}} = \angle DAC$ ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$
($\boxed{\text{ㄹ}}$ 합동)
$\therefore$ $\boxed{\text{ㅁ}} = \angle C$, $\angle B = \angle D$

① ㄱ : $\overline{CD}$ ② ㄴ : $\overline{BC}$ ③ ㄷ : $\angle BAC$
④ ㄹ : SSS ⑤ ㅁ : $\angle A$

해설

$\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$ 이기 위해서 점 A와 점 C를 이으면 △ABC 와 △CDA 에서
$\overline{AC}$ 는 공통이고,
$\overline{AB} /\!/ \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle DCA$
$\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$ 이므로 $\angle ACB = \angle DAC$ 이므로
$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$ (ASA 합동)이다.

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{BE}} = \overline{\mathrm{CE}}$ 이고 $\overline{\mathrm{AD}} = 10\mathrm{cm}$, $\overline{\mathrm{AB}} = 6\mathrm{cm}$ 일 때, $\overline{\mathrm{DF}}$ 의 길이를 구하면 ?

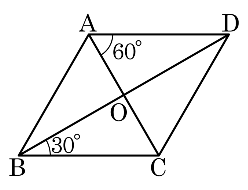


① 10cm ② 11cm ③ 12cm ④ 13cm ⑤ 14cm

해설

$\triangle$EAB 와 $\triangle$EFC 에서
$\angle$BEA $=$ $\angle$CEF ($\because$ 맞꼭지각)
$\angle$EAB $=$ $\angle$EFC ($\because$ 엇각)
$\overline{\mathrm{EB}} = \overline{\mathrm{EC}}$ ($\because$ 가정) 이므로
$\triangle$EAB $\equiv$ $\triangle$EFC (ASA 합동)
합동인 두 도형의 대응변의 길이는 같으므로
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{FC}} = 6\mathrm{cm}$ 이고, $\square$ABCD 에서 $\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{DC}} = 6\mathrm{cm}$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{DF}} = \overline{\mathrm{DC}} + \overline{\mathrm{CF}} = 6 + 6 = 12(\mathrm{cm})$

12. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle DAC = 60°, \angle DBC = 30°$ 일 때, $\angle BDC$ 의 크기는?



① 65°　② 20°　③ 25°　④ 30°　⑤ 45°

해설

$\angle ADB = \angle DBC = 30°$

$\angle AOD = 180° - (60° + 30°) = 90°$

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 에서

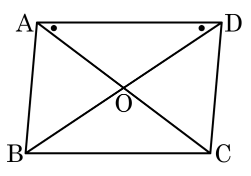
$\angle AOD = \angle COD, \overline{AO} = \overline{CO}$

$\overline{OD}$ 는 공통이므로

$\triangle AOD$ 와 $\triangle COD$ 는 SAS 합동이다.

$\therefore \angle ADB = 30° = \angle BDC$

13. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에 다음 조건을 추가할 때, 직사각형이 되지 않는 것은?



① $\angle A = \angle B$　　② $\overline{AC} = \overline{BD}$

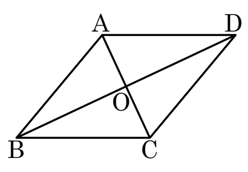
③ $\overline{AO} = \overline{DO}$　　④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$

⑤ $\angle DAO = \angle ADO$

해설

④ $\overline{AC} \perp \overline{BD}$ 는 평행사변형이 마름모가 되는 조건

14. 다음 보기 중 그림과 같은 평행사변형 ABCD 가 정사각형이 되도록 하는 조건을 모두 골라라.



보기

㉠ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$

㉡ $\overline{BO} = \overline{CO}$, $\angle ABC = 90°$

㉢ $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉣ $\overline{AB} = \overline{AD}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$

㉤ $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

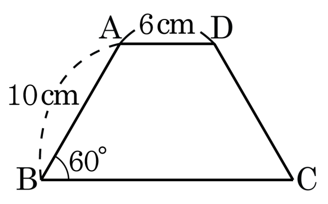
▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

평행사변형이 정사각형이 되려면 두 대각선의 길이가 같고 서로 수직이등분하면 된다. 그리고 네 변의 길이가 같고 네 각의 크기가 모두 같으면 된다. 따라서 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AC} \perp \overline{DB}$ 또는 $\overline{AC} = \overline{DB}$, $\overline{AB} = \overline{AD}$ 또는 $\overline{AC} \perp \overline{DB}$, $\angle ABC = 90°$ 이면 된다.

15. 다음 그림의 □ABCD 는 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴이다. $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{AB} = 10\text{cm}$, $\angle ABC = 60°$ 일 때, $\overline{BC}$ 의 길이를 구하여라.

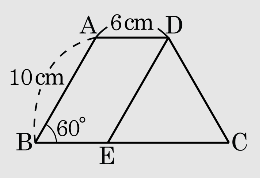


▶ 답 : ______ cm

▷ 정답 : 16 cm

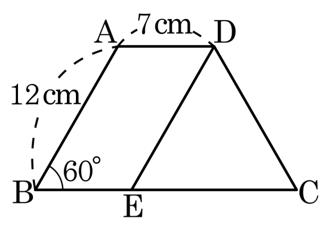
해설

점 D를 지나고 $\overline{AB}$ 와 평행한 직선이 $\overline{BC}$ 와 만나는 점을 E라고 하면



$\angle ABE = \angle DEC = 60°$ 이고, □ABCD 는 등변사다리꼴이므로 $\angle B = \angle C = 60°$ 이다.
따라서 △DEC는 정삼각형으로 $\overline{BC} = 6 + 10 = 16(\text{cm})$ 이다.

16. 다음 그림의 $\square$ABCD는 $\overline{AD} /\!/ \overline{BC}$인 등변사다리꼴이다. $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$일 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?



① $\overline{DE} = 12\text{cm}$

② $\overline{BC} = 19\text{cm}$

③ $\triangle$DEC는 정삼각형

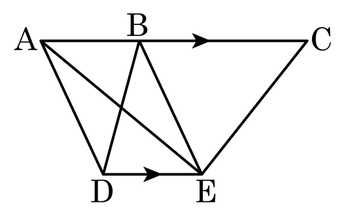
④ $\triangle$DEC의 둘레의 길이는 21cm

⑤ $\square$ABCD의 둘레의 길이는 50cm

해설

$\angle B = \angle C = 60°$, $\overline{AB} = \overline{DC} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\triangle$DEC는 이등변삼각형이다.
$\angle C = \angle DEC = 60°$
따라서 $\triangle$DEC는 내각이 모두 $60°$이므로 정삼각형이다. $\therefore \overline{EC} = 12(\text{cm})$
$\angle B = \angle DEC$이므로 $\overline{AB} /\!/ \overline{DE}$이고, $\overline{AB} = \overline{DE} = 12\text{cm}$이므로 $\square$ABED는 평행사변형이다.
$\overline{AD} = \overline{BE} = 7\text{cm}$
$\therefore\ \overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EC} = 7 + 12 = 19$
따라서 $\square$ABCD 둘레의 길이는 $7 + 12 \times 2 + 19 = 50(\text{cm})$이다.

17. 다음 그림에서 □BDEC 의 넓이는 40cm^2 이고, △ADE 의 넓이는 16cm^2 일 때, △BEC 의 넓이는?

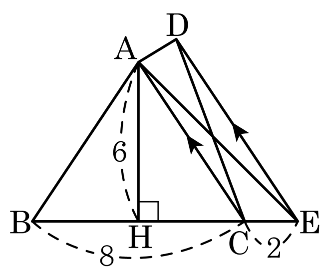


① 24cm^2　② 26cm^2　③ 28cm^2
④ 30cm^2　⑤ 32cm^2

해설

△ADE = △BDE,
△BEC = □BDEC − △BDE 이므로
△BEC = 40 − 16 = 24(cm^2)

18. 다음 그림과 같이 $\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$, $\overline{AH} \perp \overline{BC}$일 때, $\square ABCD$의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 30

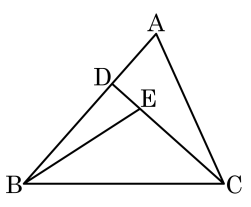
해설

$\overline{AC} \,/\!/\, \overline{DE}$이므로 밑변과 높이가 같아 $\triangle ACD = \triangle ACE$이다.

$\square ABCD = \triangle ABC + \triangle ACD = \triangle ABC + \triangle ACE = \triangle ABE$

$\therefore \square ABCD = \frac{1}{2} \times 6 \times (8 + 2) = 30$

19. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $24\,\mathrm{cm}^2$ 이고 $\overline{AD} : \overline{DB} = 1 : 2$, $\overline{DE} : \overline{EC} = 1 : 3$ 일 때, $\triangle EBC$ 의 넓이는?



① $4\,\mathrm{cm}^2$ ② $8\,\mathrm{cm}^2$ ③ $12\,\mathrm{cm}^2$
④ $16\,\mathrm{cm}^2$ ⑤ $20\,\mathrm{cm}^2$

해설

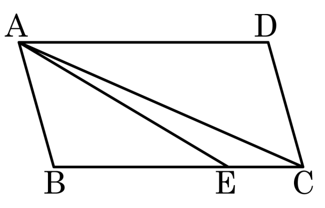
$\triangle DAC$ 와 $\triangle DBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle DBC = 24 \times \frac{2}{3} = 16(\mathrm{cm}^2)$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle EBC$ 의 높이는 같으므로

$\triangle BEC = 16 \times \frac{3}{4} = 12(\mathrm{cm}^2)$

20. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 의 넓이가 200 이고, $\overline{\mathrm{BE}} : \overline{\mathrm{EC}} = 7 : 3$ 일 때, $\triangle$AEC 의 넓이를 구하여라.



▶ 답:

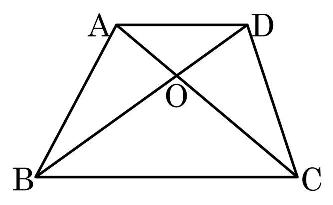
▷ 정답: 30

해설

$\triangle\mathrm{ABE} + \triangle\mathrm{AEC} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABCD}$

$\therefore\ \triangle\mathrm{AEC} = \dfrac{1}{2}\square\mathrm{ABCD} \times \dfrac{3}{7+3} = 30$

21. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} // \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\triangle AOB = 80cm^2$, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이는?

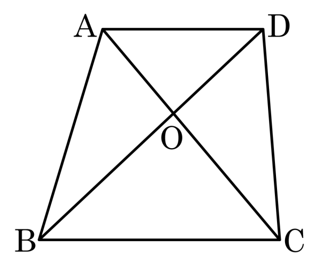


① $180cm^2$　② $200cm^2$　③ $220cm^2$
④ $240cm^2$　⑤ $260cm^2$

해설

$\triangle AOB = \triangle COD = 80cm^2$
또, $2\overline{DO} = \overline{OB}$ 이므로
$\therefore \triangle BOC = 160cm^2$
따라서 $\triangle DBC = \triangle COD + \triangle BOC = 80 + 160 = 240(cm^2)$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{\mathrm{AD}}//\overline{\mathrm{BC}}$ 인 사다리꼴 ABCD 에서 $\overline{\mathrm{OD}} : \overline{\mathrm{OB}} = 2 : 3$ 이다. □ABCD 의 넓이가 100 일 때, △AOD 의 넓이를 구하여라.



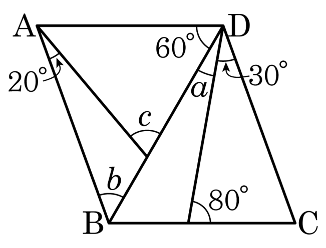
▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

(△AOD의 넓이) = A 라 하자.
$\triangle\mathrm{AOD} : \triangle\mathrm{AOB} = 2 : 3$ 이므로
$\mathrm{A} : \triangle\mathrm{AOB} = 2 : 3 \quad \therefore \triangle\mathrm{AOB} = \frac{3}{2}\mathrm{A}$
이때 $\triangle\mathrm{ABD} = \triangle\mathrm{ACD}$ 이므로
$\triangle\mathrm{AOB} = \triangle\mathrm{COD} = \frac{3}{2}\mathrm{A}$
또, $\triangle\mathrm{COD} : \triangle\mathrm{BCO} = 2 : 3$ 이므로
$\frac{3}{2}\mathrm{A} : \triangle\mathrm{BCO} = 2 : 3 \quad \therefore \triangle\mathrm{BCO} = \frac{9}{4}\mathrm{A}$
$\square\mathrm{ABCD} = \mathrm{A} + \frac{3}{2}\mathrm{A} + \frac{3}{2}\mathrm{A} + \frac{9}{4}\mathrm{A} = 100 \quad \therefore \mathrm{A} = 16$
따라서 $\triangle\mathrm{AOD} = \mathrm{A} = 16$ 이다.

23. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ 의 크기를 차례대로 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▶ 답 : $\underline{\quad}$ °

▷ 정답 : $\angle a = 20$ °

▷ 정답 : $\angle b = 50$°

▷ 정답 : $\angle c = 70$°

해설

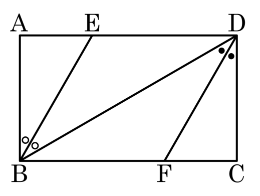
$\angle \mathrm{BCD} = 180° - 30° - 80° = 70°$

$\angle \mathrm{ADC} + \angle \mathrm{BCD} = 180°$, $60° + \angle a + 30° + 70° = 180°$, $\angle a = 20°$

$\angle \mathrm{BAD} = \angle \mathrm{BCD}$, $\triangle \mathrm{ABD}$ 에서 $70° + 60° + \angle b = 180°$, $\angle b = 50°$

$\angle c = \angle b + 20°$, $\angle c = 70°$

24. 다음 그림에서 $\overline{BD}$는 직사각형 ABCD의 대각선이다. $\angle ABD$, $\angle BDC$의 이등분선이 $\overline{AD}$, $\overline{BC}$와 만나는 점을 각각 E, F라 할 때, $\overline{DE} = 8\text{cm}$일 때, □EBFD의 둘레는?



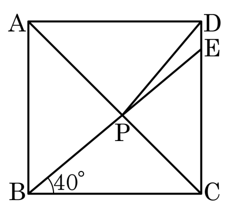
① 30cm ② 32cm ③ 34cm

④ 36cm ⑤ 38cm

해설

$\overline{EB} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{DF}$이므로 $\angle EBD = \angle FDB$이고 $\overline{AD} \mathbin{/\mkern-6mu/} \overline{BC}$이므로 $\angle EDB = \angle DBF$이다.
따라서 $\triangle EBD$는 이등변삼각형이고, $\overline{DE} = \overline{BE}$이므로 □ABCD는 마름모이다.
$\overline{DE} = 8\text{cm}$이므로 둘레는 $4 \times 8 = 32(\text{cm})$이다.

25. 다음 그림의 정사각형 ABCD 에서 $\angle EBC = 40^\circ$ 일 때, $\angle DPE$ 의 크기를 구하여라.



▶ 답 : $\underline{\quad}^\circ$

▷ 정답 : 10°

해설

$\triangle BPC \equiv \triangle DPC$ 이므로
$\angle PDC = 40^\circ$, $\angle BEC = 50^\circ$ 이다.
$\angle DPE + \angle PDE = \angle BEC = 50^\circ$ 이므로
$\angle DPE = 10^\circ$ 이다.