

1. 등식 $x^2 + 2x + 3 = a(x - 1)^2 + bx + c$ 가 x 에 대한 항등식이 되도록 상수 a, b, c 의 값을 정할 때, $a + b + c$ 의 값은?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

우변을 전개하여 동류항으로 묶는다.

$$\begin{aligned}x^2 + 2x + 3 &= a(x - 1)^2 + bx + c \\ &= ax^2 + (b - 2a)x + a + c\end{aligned}$$

$$a = 1, b - 2a = 2, a + c = 3$$

$$a = 1, b = 4, c = 2$$

$$a + b + c = 7$$

2. $\frac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\frac{3}{8} + \frac{13}{8}i$

④ $\frac{3}{8} - \frac{13}{8}i$

② $\frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$

⑤ $\frac{4}{9} + \frac{11}{9}i$

③ $\frac{3}{10} - \frac{11}{10}i$

해설

$$\frac{2+3i}{3-i} = \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} = \frac{3}{10} + \frac{11}{10}i$$

3. 이차함수 $y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + k$ 의 최솟값과 이차함수 $y = -3x^2 + 6x - 3k + 3$ 의 최댓값이 일치할 때, k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{4}$

해설

$$y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + k = \frac{1}{3}(x - 9)^2 - 27 + k$$

$$\text{최솟값은 } -27 + k$$

$$y = -3x^2 + 6x - 3k + 3$$

$$= -3(x - 1)^2 + 6 - 3k$$

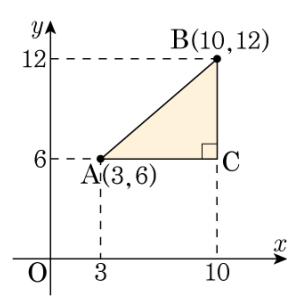
$$\text{최댓값은 } 6 - 3k$$

$$-27 + k = 6 - 3k$$

$$\therefore k = \frac{33}{4}$$

4. 다음 좌표 평면 위의 두 점 A(3,6), B(10,12) 사이의 거리를 구하는 과정이다. □ 안에 알맞은 수를 구하여라.

$$\begin{aligned} &(\text{두 점 A, B 사이의 거리}) = \overline{AB} \\ &\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \\ &= (10-3)^2 + (12-6)^2 \\ &= 49 + 36 \\ &= 85 \\ &\therefore \overline{AB} = \square \end{aligned}$$



- ① $3\sqrt{5}$ ② 6 ③ $6\sqrt{7}$ ④ 8 ⑤ $\sqrt{85}$

해설

$$\begin{aligned} &(\text{두 점 A, B 사이의 거리}) = \overline{AB} \\ &\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 \\ &= (10-3)^2 + (12-6)^2 \\ &= 49 + 36 = 85 \end{aligned}$$

5. 직선 $y = -2x + 4$ 에 평행하고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = \frac{1}{2}x + 1$ ② $y = -2x - \frac{1}{2}$ ③ $y = -2x - 2$
④ $y = -2x + 1$ ⑤ $y = 2x - 1$

해설

두 직선이 평행하므로 기울기가 같고 구하고자 하는 직선의 기울기는 -2

따라서 기울기가 -2 이고, 한 점 $(2, -3)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y + 3 = -2(x - 2)$$

$$\therefore y = -2x + 1$$

6. 중심이 $(2, -1)$ 이고 원점을 지나는 원의 방정식을 구하면?

① $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$ ② $(x-1)^2 + (y+1)^2 = 7$

③ $(x+2)^2 + (y+3)^2 = 8$ ④ $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 9$

⑤ $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 10$

해설

구하는 원의 방정식을

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = r^2 \quad \dots \textcircled{1} \text{으로 놓으면}$$

이 원이 원점 $(0, 0)$ 을 지나므로

$$(0-2)^2 + (0+1)^2 = r^2$$

$$\therefore r^2 = 5$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면 구하는 원의 방정식은

$$(x-2)^2 + (y+1)^2 = 5$$

7. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\}$ 에서 집합 B 의 원소를 포함하는 A 의 부분집합을 모두 구하여라.

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\{1, 3\}$

▷ 정답 : $\{1, 2, 3\}$

해설

집합 B 를 원소나열법으로 나타내면 $B = \{1, 2, 4\}$ 이므로 집합 A 의 부분집합 중 1, 3을 원소로 포함하는 부분집합을 구하면 $\{1, 3\}, \{1, 2, 3\}$ 이다.

8. 조건 p 가 조건 q 이기 위한 충분조건일 때, 조건 q 는 조건 p 이기 위한 (가)조건이고, 조건 $\sim p$ 는 조건 $\sim q$ 이기 위한 (나)조건이다. (가), (나)에 각각 알맞은 것은?
- ① 필요, 필요

② 충분, 충분

③ 필요, 충분

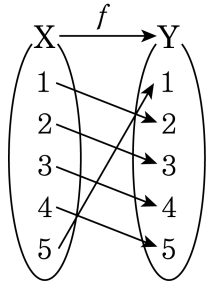
④ 충분, 필요

⑤ 필요충분, 충분

해설

p 가 q 이기 위한 충분조건: $p \Rightarrow q$
(가): $p \Rightarrow q$ 이면 q 는 p 이기 위한 필요조건
(나): $p \Rightarrow q$ 이면 그 대우 $\sim q \Rightarrow \sim p \therefore \sim p$ 는 $\sim q$ 이기 위한 필요조건

9. 다음 그림과 같이 집합 $X = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 이고, 함수 $f : X \rightarrow X$ 에 대하여 $(f \circ f)(a) = 3$ 이 되는 a 의 값은?



- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(f(a)) = 3$ 이므로 $f(a) = 2$
 $\therefore a = 1$

10. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$ 를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x + 1)(x - 1)(x + 2)(x - 2)\end{aligned}$$

11. 이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 일 때, $(\alpha^2 + \beta^2) + 5(\alpha + \beta)$ 의 값을 구여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

이차방정식 $x^2 + 7x + 1 = 0$ 의 두 근이 α, β 이므로,
근과 계수와의 관계에 의해서

$$\alpha + \beta = -7, \alpha\beta = 1$$

$$(\alpha^2 + \beta^2) = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (-7)^2 - 2 \cdot 1 = 47$$

$$\therefore 47 + 5 \cdot (-7) = 47 - 35 = 12$$

12. 연립부등식 $\begin{cases} 3x-2 \leq x+a \\ 2x-b \leq 3x \end{cases}$ 의 해가 4 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$$\begin{cases} 3x-2 \leq x+a & \dots \textcircled{1} \\ 2x-b \leq 3x & \dots \textcircled{2} \end{cases} \text{이라 하면}$$

$$\textcircled{1}\text{에서 } x \leq \frac{a+2}{2}$$

$$\textcircled{2}\text{에서 } x \geq -b$$

$$\therefore -b \leq x \leq \frac{a+2}{2}$$

이 부등식의 해가 4 이려면 $4 \leq x \leq 4$ 이어야 하므로

$$-b = 4 \text{ 에서 } b = -4, \frac{a+2}{2} = 4 \text{ 에서 } a = 6$$

따라서 $a-b = 6 - (-4) = 10$ 이다.

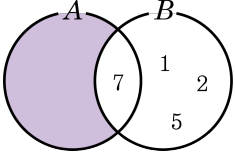
13. 포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을 x 축에 대하여 대칭이동한 후 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동한 포물선의 꼭짓점의 좌표는?

- ㉠ $(-1, 2)$ ㉡ $(-1, -1)$ ㉢ $(-1, 1)$
㉣ $(1, 2)$ ㉤ $(1, 1)$

해설

포물선 $y = -x^2 - 2x$ 의 꼭짓점은 $(-1, 1)$ 이다.
포물선 $y = -x^2 - 2x$ 을
 x 축에 대하여 대칭이동한 후
 y 축의 양의 방향으로 3 만큼 평행이동시켰으므로
꼭짓점은 $(-1, 1) \rightarrow (-1, -1) \rightarrow (-1, 2)$ 로 이동한다.

14. 다음 벤 다이어그램에서 $B = \{1, 2, 5, 7\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 일 때 색칠된 부분의 원소의 합을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

색칠한 부분의 원소는 집합 $A \cup B$ 에서 $A \cap B$ 의 원소를 뺀 것이다.
 $A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ 이므로 벤 다이어그램에 표시되어 있지 않은 원소를 말한다.
그러므로 색칠한 부분의 원소는 3, 8, 9 이다.
원소의 합은 $3 + 8 + 9 = 20$ 이다.

15. $x > y > 0$ 인 실수 x, y 에 대하여 $\frac{x}{1+x}, \frac{y}{1+y}$ 의 대소를 비교하면?

- ① $\frac{x}{1+x} < \frac{y}{1+y}$ ② $\frac{x}{1+x} \leq \frac{y}{1+y}$ ③ $\frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$
④ $\frac{x}{1+x} \geq \frac{y}{1+y}$ ⑤ $\frac{x}{1+x} = \frac{y}{1+y}$

해설

$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y}$ 이라하면

$$A = \frac{x}{1+x} - \frac{y}{1+y} = \frac{x(1+y) - y(1+x)}{(1+x)(1+y)}$$

$$= \frac{x-y}{(1+x)(1+y)} > 0$$

따라서 $\therefore \frac{x}{1+x} > \frac{y}{1+y}$

16. 두 집합 $X = \{a, b, c\}$, $Y = \{p, q, r, s\}$ 가 있다. X 에서 Y 로의 일대일 함수는 모두 몇 개인지 구하여라.

▶ 답: 개

▶ 정답 : 24개

해설

a 에 대응하는 수가 b 에 대응해서는 안 되고
 a, b 에 대응하는 수가 c 에 대응해서는 안 되므로
 $\therefore 4 \times 3 \times 2 = 24(\text{개})$

17. 두 함수 $f(x) = 2x - 5, g(x) = -x + 3$ 에 대하여 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2)$ 의 값은 얼마인가?

① 3 ② $-\frac{5}{2}$ ③ -1 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 3

해설

$f(x) = 2x - 5, g(x) = -x + 3$ 에 대하여
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(g^{-1}(2))$ 이므로
 $g^{-1}(2) = k$ 로 놓으면 $g(k) = 2$
 $-k + 3 = 2$ 에서 $k = 1$
 $(f^{-1} \circ g^{-1})(2) = f^{-1}(1) = m$ 으로 놓으면,
 $f(m) = 1$ 에서 $2m - 5 = 1$
 $\therefore m = 3$

18. 함수 $f(x) = |4x + a| + b$ 는 $x = 3$ 일 때, 최솟값 -2 를 가진다. 이때, 상수 a, b 의 값에 대하여 $b - a$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$f(x) = |4x + a| + b = \left|4\left(x + \frac{a}{4}\right)\right| + b$ 의 그래프는

$y = |4x|$ 의 그래프를

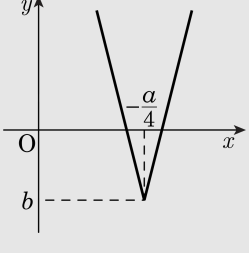
x 축의 방향으로 $-\frac{a}{4}$ 만큼, y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동한것이므로 다음 그림과 같다.

따라서 $x = -\frac{a}{4}$ 일 때

최솟값 b 를 가지므로 $-\frac{a}{4} = 3, b = -2$

따라서 $a = -12, b = -2$ 이므로

$\therefore b - a = 10$



19. 세 모서리의 길이의 합이 22이고 대각선의 길이가 14인 직육면체의 겉넓이는?

- ① 144 ② 196 ③ 288 ④ 308 ⑤ 496

해설

세 모서리를 x, y, z 라 하면

$$x + y + z = 22 \cdots \cdots ①$$

$$\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 14 \cdots \cdots ② \text{이고}$$

겉넓이는 $2(xy + yz + zx)$ 이다.

$$①, ② \text{에서 } 22^2 = 14^2 + 2(xy + yz + zx)$$

$$\therefore 2(xy + yz + zx) = 288$$

20. 다음을 읽고 물음에 답하여라.

삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)에서 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 라 두고 $x = 1 + 2i$ 를 대입하면 $f(1 + 2i) = (1 + 2i)^3 + a(1 + 2i)^2 + b(1 + 2i) + c = 0$ 이 된다. 이것을 전개하여 정리하면 $(-11 - 3a + b + c) + (-2 + 4a + 2b)i = 0$ a, b, c 가 실수이므로 이제 $x = 1 - 2i$ 를 대입하면 $f(1 - 2i) = (1 - 2i)^3 + a(1 - 2i)^2 + b(1 - 2i) + c = (-11 - 3a + b + c) - (-2 + 4a + 2b)i = 0$ 따라서 ((가))

(가)에 들어갈 말로 가장 알맞는 것을 고르면?

- ① 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 + 2i$ 이면, $1 - 2i$ 도 근임을 알 수 있다.
- ② 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 - 2i$ 이면, $1 + 2i$ 도 근임을 알 수 있다.
- ③ 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 + 2i$ 라고 해서, 반드시 $1 - 2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
- ④ 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)의 한 근이 $1 - 2i$ 라고 해서, 반드시 $1 + 2i$ 가 근이 되는 것은 아니다.
- ⑤ 삼차방정식 $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ (a, b, c 는 실수)은 반드시 하나의 실근을 가진다.

해설

$x = 1 + 2i$ 를 대입한 결과와 $x = 1 - 2i$ 를 대입한 결과가 같다.

21. $0 \leq x + 2y \leq 1$, $0 \leq -x + y \leq 1$ 일 때 $2x + 3y$ 의 최댓값과 최솟값의 차는 ?

- ① 0 ② 1 ③ 3 ④ 4 ⑤ 6

해설

$$\begin{array}{l} 0 \leq x + 2y \leq 1 \\ +) 0 \leq -x + y \leq 1 \\ \hline 0 \leq 3y \leq 2 \cdots \cdots \textcircled{㉠} \\ 0 \leq x + 2y \leq 1 \\ -) 0 \leq -2x + 2y \leq 2 \\ \hline -2 \leq 3x \leq 1 \rightarrow -\frac{2}{3} \leq x \leq \frac{1}{3} \cdots \cdots \textcircled{㉡} \end{array}$$

$\textcircled{㉠} + \textcircled{㉡} \times 2$ 하면

$$\begin{array}{l} 0 \leq 3y \leq 2 \\ +) -\frac{4}{3} \leq 2x \leq \frac{2}{3} \\ \hline \therefore -\frac{4}{3} \leq 3y + 2x \leq \frac{8}{3} \end{array}$$
$$\therefore \text{최댓값} - \text{최솟값} = \frac{8}{3} - \left(-\frac{4}{3}\right) = \frac{12}{3} = 4$$

22. 정의역과 공역이 실수 전체의 집합인 두 함수 $f(x), g(x)$ 에 대하여 두 조건 $p: f(x) = 0, q: g(x) = 0$ 을 만족하는 집합을 각각 A, B 라 할 때, 조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은?

- ① $A^c \cap B$
- ② $A \cap B^c$
- ③ $A^c \cap B^c$
- ④ $A^c \cup B^c$
- ⑤ $A^c \cup B$

해설

조건 $f(x)g(x) \neq 0$ 을 만족하는 집합은
 $\{x \mid f(x) \neq 0 \text{이고 } g(x) \neq 0\}$ 이므로 주어진 조건을 만족하는 집합은 $A^c \cap B^c$

23. 두 명제 「 $p \leftrightarrow q$ 」, 「 $r \rightarrow \sim q$ 」가 모두 참일 때, 다음 명제 중에서 반드시 참이라고 할 수 없는 것은 ?

- ① $q \rightarrow \sim r$
- ② $p \rightarrow \sim r$
- ③ $q \leftrightarrow p$
- ④ $r \rightarrow p$
- ⑤ $r \rightarrow \sim p$

해설

- ① 어떤 명제가 참이면 그 대우는 반드시 참이므로 $r \rightarrow \sim q$ 이면 $q \rightarrow \sim r$ 이다.
- ② $p \rightarrow q$ 이고 $q \rightarrow \sim r$ 이면 $p \rightarrow \sim r$ (삼단논법)
- ③ $p \leftrightarrow q$ 이면 $q \leftrightarrow p$
- ④ 반드시 $r \leftrightarrow p$ 라고 말할 수는 없다.
- ⑤ 위의 ② 에서 $p \rightarrow \sim r$ 이면 $r \rightarrow \sim p$

24. 임의의 양의 실수 x 에 대하여, x 를 넘지 않는 소수의 개수를 $f(x)$ 라 하자. 예를 들면, $f\left(\frac{5}{2}\right) = 1$, $f(5) = 3$ 이다. <보기> 중 옳은 것을 모두 고르면 ?

보기

- ㉠ $f(10) = 4$
- ㉡ 임의의 양의 실수 x 에 대하여 $f(x) < x$ 이다.
- ㉢ 임의의 양의 실수 x 에 대하여 $f(x+1) = f(x)$ 이다.

- ① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

- ㉠ 10을 넘지 않는 소수는 2, 3, 5, 7 이므로 $f(x) = 4$ 따라서 옳다.
㉡ $f(x)$ 는 x 를 넘지 않는 소수의 개수이므로 $[x]$ 보다 작다.
(단, $[x]$ 는 x 를 넘지 않는 최대의 정수)
 $f(x) < [x] \leq x$
 $\therefore f(x) < x$
따라서, 옳다.
㉢ 옳지 않다.
< 반례 > $x = 2$, $f(2+1) = f(3) = 2$, $f(2) = 1$

25. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?
- ① $A \cap B = \{7, 11\}$
 - ② $A \cap B^c = \{2\}$
 - ③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$
 - ④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$
 - ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$,
 $A = \{2, 7, 11\}$, $B = \{3, 7, 11, 17\}$
② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$
③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$
④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$
⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$