

1.  $2x^4 - x^3 + 2x^2 + a$ 를  $x^2 + x + 1$ 로 나누어 떨어지도록 하는 상수  $a$ 의 값을 구하면?

① -3    ② 3    ③ -6    ④ 6    ⑤ 12

해설

직접 나누어 본다.  
 $\therefore a - 3 = 0, a = 3$

해설

$x^2 + x + 1 = 0$ 이 되는  $x$ 값을 대입한다.  
 $x^2 + x + 1 = 0$ 에서  $(x - 1)(x^2 + x + 1) = 0, x^3 - 1 = 0$   
 $\therefore x^3 = 1$   
준 식의 좌변에  $x^3 = 1, x^2 = -x - 1$ 을 대입하면  
 $2x - 1 + 2(-x - 1) + a = 0, a - 3 = 0$   
 $\therefore a = 3$

2.  $x + y + z = 1$ ,  $xy + yz + zx = 2$ ,  $xyz = 3$  일 때,  $(x+1)(y+1)(z+1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(y+1)(z+1) \\ &= xyz + xy + yz + zx + x + y + z + 1 \\ &= 7 \end{aligned}$$

3. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

①  $(x - y - z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy - y^2)(x^2 - xy + y^2) = x^9 - y^9$

④  $(x^2 - 2xy + 2y^2)(x^2 + 2xy + 2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + 2x + 2y + 1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

①  $(x - y - z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

②  $(3x - 2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$

③  $(x + y)(x - y)(x^2 + xy + y^2)(x^2 - xy + y^2)$   
 $= x^6 - y^6$

⑤  $(x + y - 1)(x^2 + y^2 - xy + x + y + 1)$   
 $= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

4.  $(a-b+c)(a-b-c)$ 를 전개하면?

①  $-a^2 + b^2 - c^2 + 2ca$

②  $a^2 - b^2 + c^2 + 2ab$

③  $a^2 + b^2 + c^2 + abc$

④  $a^2 - b^2 - c^2 + 2bc$

⑤  $a^2 + b^2 - c^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} & (a-b+c)(a-b-c) \\ &= \{(a-b)+c\}\{(a-b)-c\} \\ &= (a-b)^2 - c^2 \\ &= a^2 + b^2 - c^2 - 2ab \end{aligned}$$

5.  $P = (2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1)$  의 값을 구하면?

- ①  $2^{32} - 1$                       ②  $2^{32} + 1$                       ③  $2^{31} - 1$   
④  $2^{31} + 1$                       ⑤  $2^{17} - 1$

해설

주어진 식에  $(2 - 1) = 1$  을 곱해도 값은 변하지 않으므로

$$\begin{aligned} P &= (2 - 1)(2 + 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^2 - 1)(2^2 + 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= (2^4 - 1)(2^4 + 1)(2^8 + 1)(2^{16} + 1) \\ &= \vdots \\ &= (2^{16} - 1)(2^{16} + 1) \\ &= 2^{32} - 1 \end{aligned}$$

6. 상수  $a, b$ 에 대하여 다음 등식이 항상 성립할 때,  $2a + b$ 의 값은?

$$\frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+3} = \frac{6(x+1)}{(x-1)(x+3)}$$

- ① 2      ② 3      ③ 5      ④ 7      ⑤ 9

**해설**

등식이 항상 성립하기 위해서는 (분모)  $\neq 0$ 이어야 한다.  
양변에 공통분모인  $(x-1)(x+3)$ 을 곱하면,  
 $a(x+3) + b(x-1) = 6(x+1)$   
 $(a+b)x + (3a-b) = 6x+6$   
 $\therefore a+b=6, 3a-b=6$   
두 식을 연립하여 풀면,  
 $a=3, b=6-a=3$   
 $\therefore 2a+b=2 \times 3 + 3 = 9$

7. 등식  $(x+1)(x-1)(x^3-x^2+x-1) = x^5-x^4+ax-b$ 가 항상 성립하도록  $a, b$  값을 정할 때,  $a+b$ 의 값을 구하면?

① -2      ② -1      ③ 0      ④ 1      ⑤ 2

해설

양변에  $x=1$ 을 대입하면,  $0 = a - b \cdots \textcircled{1}$

양변에  $x=-1$ 을 대입하면,  $0 = -2 - a - b \cdots \textcircled{2}$

$\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서  $a = b = -1$

$\therefore a + b = -2$

8. 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ ,  $x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 3, 7이라고 할 때,  $f(x)$ 를  $(x-2)(x-3)$ 으로 나눌 때의 나머지는?

①  $2x+3$

②  $3x-4$

③  $4x-5$

④  $5x+6$

⑤  $6x-7$

해설

$$f(x) = (x-2)Q_1(x) + 3, f(2) = 3$$

$$f(x) = (x-3)Q_2(x) + 7, f(3) = 7$$

$$f(x) = (x-2)(x-3)Q_3(x) + ax + b$$

$$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7 \text{ 이다.}$$

$$\text{연립하면 } a = 4, b = -5$$

$$\therefore \text{나머지는 } 4x - 5$$

9.  $x$ 의 다항식  $f(x)$ 를  $x-2$ 로 나누면  $-3$ 이 남고,  $x+3$ 으로 나누면  $27$ 이 남는다. 이  $f(x)$ 를  $(x-2)(x+3)$ 으로 나눌 때, 그 나머지는?

①  $6x-9$

②  $-6x+9$

③  $2x+3$

④  $-2x-3$

⑤  $2x-3$

해설

$f(x)$ 를  $(x-2)(x+3)$ 으로 나눈 몫을  $Q(x)$ , 나머지를  $ax+b$ 라 하면

$$f(x) = (x-2)(x+3)Q(x) + ax + b$$

문제의 조건으로부터

$$f(2) = -3, f(-3) = 27 \text{이므로}$$

$$2a + b = -3, -3a + b = 27$$

$$\therefore a = -6, b = 9$$

따라서 구하는 나머지는  $-6x+9$ 이다.

10. 다음 중 인수분해가 잘못된 것을 고르면?

①  $(x-y)^2 - xy(y-x) = (x-y)(x-y+xy)$

②  $3a^2 - 27b^2 = 3(a+3b)(a-3b)$

③  $64a^3 - 125 = (4a+5)(16a^2 - 20a + 25)$

④  $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6 = (x^2 - x + 3)(x+1)(x-2)$

⑤  $2x^2 - 5x + 3 = (x-1)(2x-3)$

해설

$$\begin{aligned} &64a^3 - 125 \\ &= (4a)^3 - (5)^3 \\ &= (4a-5)(16a^2 + 20a + 25) \end{aligned}$$

11.  $(x^2 - x)(x^2 - x + 1) - 6$ 을 인수분해 하면?

①  $(x^2 - x + 2)(x - 3)(x + 1)$

②  $(x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$

③  $(x^2 + x + 1)(x - 2)(x + 3)$

④  $(x^2 - x + 2)(x + 3)(x - 1)$

⑤  $(x^2 - x + 1)(x + 2)(x - 3)$

해설

$$A = x^2 - x \text{로 치환하면}$$

$$(\text{준식}) = A(A + 1) - 6$$

$$= A^2 + A - 6$$

$$= (A + 3)(A - 2)$$

$$\text{즉, } (x^2 - x + 3)(x^2 - x - 2)$$

$$= (x^2 - x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

12.  $x$ 에 대한 다항식  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a$ 가  $x$ 에 대한 완전제곱식으로 인수분해 될 때, 정수  $a$ 의 값은?

- ① -5      ② -3      ③ -1      ④ 1      ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x+1)(x+2)(x+3)(x+4)+a \\ &= (x^2+5x+4)(x^2+5x+6)+a \\ x^2+5x+4 &= Y \text{로 치환하면} \\ (\text{준식}) &= Y(Y+2)+a \\ &= Y^2+2Y+a \\ \therefore \text{완전제곱식이 되려면 } a &= 1\end{aligned}$$

13.  $(a^2 - 1)(b^2 - 1) - 4ab$ 를 인수분해하면?

①  $(ab - a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

②  $(ab - a + b + 1)(ab - a - b + 1)$

③  $(ab + a - b + 1)(ab - a + b - 1)$

④  $(ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)$

⑤  $(ab + a + b + 1)(ab + a - b - 1)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= a^2b^2 - a^2 - b^2 + 1 - 4ab \\ &= (a^2b^2 - 2ab + 1) - (a^2 + 2ab + b^2) \\ &= (ab - 1)^2 - (a + b)^2 \\ &= (ab + a + b - 1)(ab - a - b - 1)\end{aligned}$$

14.  $1 - 4x^2 - y^2 + 4xy = (1 + ax + by)(1 + cx + dy)$  일 때,  $ac + bd$ 의 값을 구하면?

- ① -6    ② -5    ③ -4    ④ -3    ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1 - (4x^2 - 4xy + y^2) \\ &= 1^2 - (2x - y)^2 \\ &= (1 + 2x - y)(1 - 2x + y) \\ \therefore a = 2, b = -1, c = -2, d = 1 \\ \therefore ac + bd &= 2 \times (-2) + (-1) \times 1 = -5\end{aligned}$$

15.  $a^2(1+i)+a(2+i)-8-6i$ 가 순허수가 되도록 실수  $a$ 의 값을 구하면?

- ① -10    ② -8    ③ -6    ④ -4    ⑤ -2

해설

$$\begin{aligned} & a^2(1+i) + a(2+i) - 8 - 6i \\ &= (a^2 + 2a - 8) + i(a^2 + a - 6) \\ &= (a+4)(a-2) + i(a+3)(a-2) \end{aligned}$$

만약에  $a=2$ 가 되면 실수가 된다.  
 $a \neq 2, \therefore a = -4$

16. 다음 등식을 만족시키는 실수  $x, y$ 를 구할 때,  $x^2+y^2$ 의 값을 구하시오.

$$(1 - 2xi)(2 - yi) = 6 - 2i \quad (\text{단, } x > 0)$$

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$(2 - 2xy) - (4x + y)i = 6 - 2i$$

$$2 - 2xy = 6, \quad 4x + y = 2$$

연립하여  $x$ 에 대해 정리하면

$$2x^2 - x - 1 = 0$$

$$(x - 1)(2x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 1(x > 0), \quad y = -2$$

17.  $A = \frac{1+i}{1-i}$  일 때  $1+A+A^2+A^3+\dots+A^{100}$  을 간단히 하면?

- ① 1      ②  $i$       ③ 0      ④ -1      ⑤  $-i$

해설

$$A = \frac{1+i}{1-i} = \frac{(1+i)^2}{(1-i)(1+i)} = i$$

$$A^2 = i^2 = -1, A^3 = i^3 = -i, A^4 = i^4 = 1$$

$$\therefore 1+A+A^2+A^3+\dots+A^{100}$$

$$= 1 + (A+A^2+A^3+A^4) + \dots$$

$$+(A^{97}+A^{98}+A^{99}+A^{100})$$

$$= 1 + (i-1-i+1) + (i-1-i+1) + \dots + (i-1-i+1)$$

$$= 1$$

18. 이차식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4$ 가  $x$ 에 대하여 완전제곱식이 될 때, 상수  $k$ 의 값의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

이차식이 완전제곱식이 되면  
이차방정식  $x^2 - 2(k-1)x + 2k^2 - 6k + 4 = 0$   
이 중근을 갖는다.  
따라서,  $\frac{D}{4} = (k-1)^2 - (2k^2 - 6k + 4) = 0$   
위의 식을 정리하면  
 $-k^2 + 4k - 3 = 0$   
 $k^2 - 4k + 3 = 0$   
 $(k-1)(k-3) = 0$ 에서  
 $k = 1$  또는  $k = 3$

19.  $x$ 의 이차식  $x^2 + (3a+1)x + 2a^2 - b^2$ 이 완전제곱식이고,  $a, b$ 가 정수일 때, 순서쌍  $(a, b)$ 의 갯수는?

- ① 1개    ② 2개    ③ 3개    ④ 4개    ⑤ 5개

해설

완전제곱식이 되려면 판별식이 0이다.

$$D = (3a+1)^2 - 4(2a^2 - b^2) = 0$$

$$a^2 + 6a + 1 + 4b^2 = 0$$

$$\Rightarrow (a+3)^2 + (2b)^2 = 8$$

$a, b$ 가 정수이므로

$$a+3 = \pm 2, \quad 2b = \pm 2$$

$$\therefore a = -1, -5, \quad b = 1, -1$$

가능한 순서쌍  $(a, b)$ 의 갯수 : 4개

20. 이차함수  $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프에 의하여 잘려지는  $x$ 축의 길이가 3일 때, 모든 실수  $k$ 의 값의 합은?

- ① 6      ② 8      ③ 10      ④ 12      ⑤ 14

해설

이차함수  $y = x^2 - kx + 3k + 2$ 의 그래프와  $x$ 축과의 교점의 좌표를  $(\alpha, 0)$ ,  $(\beta, 0)$ 이라 하면  
 $\alpha, \beta$ 는 이차방정식  $x^2 - kx + 3k + 2 = 0$ 의 두 근이다.  
근과 계수의 관계에 의하여  $\alpha + \beta = k$ ,  $\alpha\beta = 3k + 2$   
잘려지는  $x$ 축의 길이가 3이므로  $|\alpha - \beta| = 3$   
이 때,  $|\alpha - \beta|^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$ 이므로  $9 = k^2 - 4(3k + 2)$   
 $k^2 - 12k - 17 = 0$   
따라서 근과 계수의 관계에 의하여 모든  $k$ 의 값의 합은 12이다.

21. 이차함수  $y = x^2 - 6x - 10$  의 최솟값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -19

해설

$$y = x^2 - 6x - 10 = (x - 3)^2 - 19$$

$x = 3$  일 때, 최솟값은 -19 이다.

22.  $\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3}$ ,  $x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$  일 때  $x^2 - y^2 + z^2$  의 최댓값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -40

해설

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{5} = \frac{z+2}{3} = t \text{ 라 하면}$$

$$x = 2t - 1, y = 5t + 3, z = 3t - 2 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - y^2 + z^2 = (2t-1)^2 - (5t+3)^2 + (3t-2)^2 = -12t^2 - 46t - 4$$

... ㉠

$$x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0 \text{ 이므로}$$

$$t \geq \frac{1}{2}, t \geq -\frac{3}{5}, t \geq \frac{2}{3}$$

$$\therefore t \geq \frac{2}{3}$$

이 범위에서 ㉠은 감소하므로

$$t = \frac{2}{3} \text{ 일 때 최대이고 최댓값은}$$

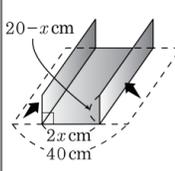
$$-12\left(\frac{2}{3}\right)^2 - 46 \cdot \frac{2}{3} - 4 = -40$$

23. 너비가 40cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 될 때, 높이를 구하면?

- ① 10      ② 8      ③ 6      ④ 4      ⑤ 2

해설

직사각형의 가로를  $2x$  라 하면 세로는  $20 - x$  이다.  
 단면의 넓이는  
 $2x(20 - x) = -2x^2 + 40x = -2(x^2 - 20x + 200) + 100 = -2(x - 10)^2 + 200$   
 $\therefore x = 10$  일 때 넓이가 최대이다.



24. 직각을 낀 두 변의 길이  $x, y$ 의 합이 10이고 넓이가 8 이상인 직각삼각형이 있을 때, 다음 물음에 알맞게 답한 것을 고르면?

- (1)  $x$ 의 값의 범위를 구하여라.  
 (2) 빗변의 길이를  $z$ 라 할 때,  $z^2$ 을  $x$ 에 관한 식으로 나타내어라.  
 (3)  $z^2$ 의 최댓값과 최솟값을 구하여라.

- ① (1)  $2 \leq x \leq 9$ , (2)  $2x^2 - 20x + 100$ , (3) 68, 52  
 ② (1)  $1 \leq x \leq 8$ , (2)  $2x^2 - 20x + 100$ , (3) 68, 51  
 ③ (1)  $2 \leq x \leq 8$ , (2)  $2x^2 - 20x + 100$ , (3) 68, 50  
 ④ (1)  $2 \leq x \leq 8$ , (2)  $x^2 - 20x + 100$ , (3) 69, 52  
 ⑤ (1)  $2 \leq x \leq 8$ , (2)  $x^2 - 20x + 100$ , (3) 69, 50

**해설**

- (1)  $x + y = 10$ 에서  $y = 10 - x$ 이고  
 삼각형의 넓이가 8 이상이므로  
 $\frac{1}{2}xy \geq 8, \frac{1}{2}x(10 - x) \geq 8$   
 $x^2 - 10x + 16 \leq 0, (x - 2)(x - 8) \leq 0$   
 $\therefore 2 \leq x \leq 8$   
 (2) 피타고라스의 정리에 의해  
 $z^2 = x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$   
 $= 2x^2 - 20x + 100$   
 (3)  $z^2 = 2x^2 - 20x + 100 = 2(x - 5)^2 + 50$   
 이 때,  $2 \leq x \leq 8$ 이므로  $z^2$ 은  $x = 5$ 일 때  
 최솟값 50,  $x = 2$  또는  $x = 8$ 일 때  
 최댓값 68을 갖는다.

25. 지면으로부터 20m 높이에서 초속  $v$ m 로 쏘아 올린 공의  $x$  초 후의 높이를  $y$ m 라 하면  $x$  와  $y$  사이에는  $y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2$  의 관계가 있다. 공이 도달한 최고 높이가 25 m 일 때, 공의 속도를 구하여라.

▶ 답:  $\underline{\quad\quad\quad}$  m/s

▷ 정답: 50 m/s

해설

$$y = 20 + \frac{v}{5}x - \frac{v}{10}x^2 = -\frac{v}{10}(x-1)^2 + \frac{v}{10} + 20$$

이 물체는  $x = 1$  일 때, 최고 높이  $\frac{v}{10} + 20$  에 도달하고,  $\frac{v}{10} + 20 = 25$  이므로  $v = 50$  이다.  
따라서 공의 속도는 초속 50m 이다.

26. 삼차방정식  $x^3 - 7x^2 + 9x + 9 = 0$ 의 근 중에서 무리수인 두 근을  $a, b$ 라 할 때,  $a + b$ 의 값을 구하면?

- ① -6      ② -2      ③ 2      ④ 4      ⑤ 8

해설

방정식을 인수분해하면  $x^3 - 7x^2 + 9x + 9 = 0$

$(x - 3)(x^2 - 4x - 3) = 0$

$x^2 - 4x - 3 = 0$ 의 두 근이  $a, b$ ( $\because$  무리수)

$a + b = 4$

27. 사차방정식  $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = -3$ 을 풀면?

- ①  $x = \pm 2$  또는  $x = 2 \pm 3\sqrt{6}$
- ②  $x = \pm 4$  또는  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
- ③  $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}i}{2}$  또는  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$
- ④  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$  또는  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$
- ⑤  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$  또는  $x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}i}{2}$

**해설**

$(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) = -3$ 에서  
 $(x-1)(x-2)(x+2)(x+3) + 3 = 0$  이므로  
 $(x^2+x-2)(x^2+x-6) + 3 = 0$ 에서  
 $x^2+x = t$ 로 치환하면  
 $(t-2)(t-6) + 3 = t^2 - 8t + 12 + 3$   
 $= t^2 - 8t + 15$   
 $= (t-3)(t-5) = 0$   
따라서  $(x^2+x-3)(x^2+x-5) = 0$   
 $x^2+x-3 = 0$  에서  
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{2}$   
 $x^2+x-5 = 0$  에서  
 $x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2}$

28. 다음 방정식의 해가 아닌 것은?

$$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$$

- ① -3      ② -2      ③ -1      ④ 1      ⑤ 2

해설

$(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$  에서  $x^2 + x = X$  라 하면

$$X^2 - 8X + 12 = 0, (X - 2)(X - 6) = 0$$

$\therefore X = 2$  또는  $X = 6$

(i)  $X = 2$  일 때,  $x^2 + x = 2$  에서

$$x^2 + x - 2 = 0,$$

$$(x - 1)(x + 2) = 0$$

$\therefore x = 1$  또는  $x = -2$

(ii)  $X = 6$  일 때,  $x^2 + x = 6$  에서

$$x^2 + x - 6 = 0,$$

$$(x + 3)(x - 2) = 0$$

$\therefore x = -3$  또는  $x = 2$

(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 해는

$x = -3$  또는  $x = -2$  또는  $x = 1$  또는  $x = 2$

따라서, 해가 아닌 것은 ③

29. 연립부등식

$$\begin{cases} x+7 > 2a \\ 2x-3 < 1 \end{cases} \text{의 해가 } -1 < x < 2 \text{일 때, 상수 } a \text{의 값을 구하여라.}$$

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$x+7 > 2a \text{에서 } x > 2a-7$$

$$2x-3 < 1 \text{에서 } x < 2$$

$$2a-7 < x < 2$$

$$\therefore 2a-7 = -1$$

$$\therefore a = 3$$

30. 두 자리 자연수가 있다. 일의 자리 숫자와 십의 자리 숫자의 합은 11 이고, 십의 자리 숫자와 3배한 일의 자리 숫자의 합이 14와 17 사이에 있다고 한다. 이 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 92

해설

일의 자리 수를  $x$ , 십의 자리 수를  $11 - x$  라 두면, 조건을 만족하는 식은  $14 < (11 - x) + 3x < 17$  이다.

이 부등식을 풀면,

$$14 < 11 - x + 3x < 17$$

$$14 - 11 < 2x < 17 - 11$$

$$\frac{3}{2} < x < 3$$

따라서  $x = 2$  이므로, 구하는 두 자리 자연수는 92 이다.

31. 방정식  $\sqrt{x^2+4x+4}-|x-4|<0$ 의 해를 구하면?

①  $x < -1$

②  $x > -1$

③  $x < 0$

④  $x < 1$

⑤  $x > 1$

해설

$$|x+2|-|x-4|<0$$

㉠  $x < -2$

$$-(x+2)+(x-4)<0$$

$$0 \cdot x - 6 < 0 \text{ 항상 성립}$$

$$\therefore x < -2$$

㉡  $-2 \leq x < 4$

$$(x+2)+(x-4)<0, x < 1$$

$$\therefore -2 \leq x < 1$$

㉢  $x \geq 4$

$$x+2-x+4 < 0 \text{ 해가 없다.}$$

㉠, ㉡, ㉢에 의해  $\therefore x < 1$

32. 이차부등식  $-4x^2 + 12x - 9 \geq 0$ 의 해는?

①  $-\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{3}{2}$

②  $x \leq -\frac{3}{2}, x \geq \frac{3}{2}$

③  $x \neq \frac{3}{2}$ 인 모든 실수

④ 해는 없다.

⑤  $x = \frac{3}{2}$

해설

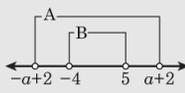
$$\begin{aligned} & -4x^2 + 12x - 9 \geq 0 \\ \Rightarrow & 4x^2 - 12x + 9 \leq 0 \\ \Rightarrow & (2x - 3)^2 \leq 0 \\ \therefore & x = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

33. 양의 실수  $a$ 에 대하여 부등식  $-3 < x+1 < 6$ 의 모든 해가 부등식  $|x-2| < a$ 를 만족할 때,  $a$ 값의 범위는?

- ①  $0 < a \leq 3$       ②  $0 < a < 3$       ③  $0 \leq a \leq 3$   
④  $a \geq 3$       ⑤  $a \geq 6$

해설

$\therefore a \geq 6$



34. 직선  $ax+by+c=0$ 에 대하여  $ab < 0, bc > 0$ 일 때, 이 직선이 지나지 않는 사분면을 구하여라.

▶ 답: 사분면

▷ 정답: 제 2사분면

해설

$ax+by+c=0$ 에서

$$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

주어진 조건에서

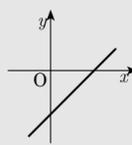
$ab < 0, bc > 0$  이므로

$$-\frac{a}{b} > 0, -\frac{c}{b} < 0$$

$\therefore$  (기울기) $> 0$ , (y 절편) $< 0$

따라서 주어진 직선은 다음 그림과 같으므로

지나지 않는 사분면은 제 2 사분면이다.



35.  $x, y$ 에 대한 연립방정식  $2x + (a+2)y - 1 = 0$ ,  $(a-3)x - 2y + 2 = 0$ 이 해를 갖지 않을 때, 상수  $a$ 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2x + (a+2)y - 1 = 0$ ,  $(a-3)x - 2y + 2 = 0$ 이 평행해야 한다.

따라서 평행할 조건을 구하면,

$$\frac{2}{a-3} = \frac{a+2}{-2} \neq -\frac{1}{2}$$

$$\frac{2}{a-3} = \frac{a+2}{-2} \text{에서}$$

$$a^2 - a - 2 = 0, (a-2)(a+1) = 0$$

$$\therefore a = 2 \text{ 또는 } a = -1$$

1)  $a = 2$ 일 때,

$$\frac{2}{-1} = \frac{4}{-2} \neq -\frac{1}{2} \therefore \text{평행}$$

2)  $a = -1$ 일 때,

$$\frac{2}{-4} = \frac{1}{-2} = -\frac{1}{2} \therefore \text{일치}$$

따라서, 1), 2)에 의하여  $a = 2$

36. 다음 <보기>는 방정식  $x^2 + y^2 - 2x + y + k = 0$  에 대한 설명이다. 옳은 것을 모두 고르면 몇 개인가?

- ㉠  $k < \frac{5}{4}$  이면 방정식은 원을 나타낸다.  
 ㉡  $k = -\frac{5}{4}$  일 때, 방정식은 중심이  $(1, -\frac{1}{2})$  이고, 반지름이  $\frac{5}{2}$  이다.  
 ㉢  $k < 4$  일 때, 방정식이 나타내는 도형은  $x$  축과 서로 다른 두 점에서 만난다.  
 ㉣  $k = \frac{1}{4}$  일 때, 방정식이 나타내는 도형은  $y$  축과 접한다.  
 ㉤  $k < \frac{5}{4}$  인 임의의 실수  $k$  에 대하여 방정 식이 나타내는 도형은  $x$  축과  $y$  축에 동시에 접할 수 없다.

- ① 1 개    ② 2 개    ③ 3 개    ④ 4 개    ⑤ 5 개

**해설**

주어진 방정식을 정리하면,  
 $(x-1)^2 + (y+\frac{1}{2})^2 = \frac{5}{4} - k$  이다.  
 $y=0$  을 대입 후 정리하면,  $(x-1)^2 = 1-k$   
 $\Rightarrow k < 1$  일 때 두 점에서 만난다.  
 ㉠  $x=0$  를 대입 후 정리하면,  
 $(y+\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4} - k$   
 $\therefore k = \frac{1}{4}$  일 때 접한다.  
 ㉣ 중심이  $y = x$  위에 있지 않으므로  $x$  축,  $y$  축 동시에 접하지 않는다.  
 $\therefore$  ㉠, ㉡, ㉣ 가 참이다.

37. 점 A(7, 7)과 원  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$  위의 점을 이은 선분의 중점의 자취의 방정식은?

- ①  $x^2 + y^2 = 4$                       ②  $(x-4)^2 + (y-4)^2 = 1$   
③  $(x+4)^2 + (y-4)^2 = 1$         ④  $(x+4)^2 + (y+4)^2 = 1$   
⑤  $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 1$

해설

$(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$  위의 점을  $P(a, b)$  라 하면

A(7, 7), P(a, b)의 중점의 좌표 M(x, y)는

$M\left(\frac{a+7}{2}, \frac{b+7}{2}\right)$  이다.

$$\therefore x = \frac{a+7}{2}, y = \frac{b+7}{2}$$

$$\therefore a = 2x - 7, b = 2y - 7$$

이 때, 점 P는 원  $(x-1)^2 + (y-1)^2 = 4$

위의 점이므로  $(a-1)^2 + (b-1)^2 = 4$  가 성립한다.

$$(2x-8)^2 + (2y-8)^2 = 4$$

$$\therefore (x-4)^2 + (y-4)^2 = 1$$

38. 두 원  $x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ),  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 가 외접할 때,  $r$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

두 원  $x^2 + y^2 = r^2$  ( $r > 0$ ),  $(x + 3)^2 + (y - 4)^2 = 4$ 의 중심 사이의 거리  $d = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = 5$   
두 원이 외접하면  $r + 2 = 5$ 이므로  $r = 3$

39. 두 점에서 만나는 두 원

$$x^2 + y^2 - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{1}$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1 = 0 \dots\dots \textcircled{2}$$

과  $x, y$  에 대한 방정식

$$k(x^2 + y^2 - 1) + (x^2 + y^2 - 2x + 2y - 1) = 0 \text{ (단, } k \text{ 는 실수)} \dots\dots \textcircled{3}$$

에 대하여  $\textcircled{3}$  은 두 원  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  의 교점을 지나는 원의 방정식이거나 두 원  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  의 공통현의 방정식임을 보인 과정이다. (가)~(마) 에 들어갈 말로 옳은 것은?

먼저 방정식  $\textcircled{3}$  이 원이나 직선을 나타냄을 보이고, 또  $\textcircled{3}$  이 두 원  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  의 교점을 지남을 보인다.

(i) 방정식  $\textcircled{3}$  을 정리하면  
 $(k+1)x^2 + (k+1)y^2 - 2x + 2y - (k+1) = 0 \dots\dots \textcircled{4}$   
 이 때,  $k = -1$  이면 방정식  $\textcircled{3}$  은  
 (가), 즉  $y = x$  가 되어 (나) 을 나타낸다.  
 또한,  $k \neq -1$  이면 방정식  $\textcircled{3}$  은 (나) 의 꼴이 되어  $x^2$  과  $y^2$  의 계수가 같고  $xy$  의 항이 없으므로 (다) 을 나타낸다.  
 즉, 방정식  $\textcircled{3}$  은 (나) 또는 (다) 을 나타낸다.

(ii) 두 원  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  의 교점을  $(\alpha, \beta)$  라고 하면  $\alpha^2 + \beta^2 - 1 = 0, \alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 2\beta - 1 = 0$  이므로 임의의 실수  $k$  에 대하여 (라) 이 성립한다.  
 따라서, 방정식  $\textcircled{3}$  의 그래프는  $k$  의 값에 관계없이 점  $(\alpha, \beta)$ , 즉 (마) 를 지난다.  
 (i), (ii) 로부터  $\textcircled{3}$  은 두 원  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  의 교점을 지나는 원의 방정식이거나 공통현의 방정식이다.

- ① (가) :  $2x - 2y = 1$
- ② (나) : 원
- ③ (다) : 직선
- ④ (라) :  $k(\alpha^2 + \beta^2 - 1) + (-2\alpha + 2\beta - 1) = 0$
- ⑤ (마) : 두 원  $\textcircled{1}, \textcircled{2}$  의 교점

**해설**

① (가) :  $-2x + 2y = 0$   
 ② (나) : 직선  
 ③ (다) : 원  
 ④ (라) :  $k(\alpha^2 + \beta^2 - 1) + (\alpha^2 + \beta^2 - 2\alpha + 2\beta - 1) = 0$

40. 좌표평면의 원점을 O라 할 때 곡선  $x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$  위의 점 P에 대하여 선분 OP의 길이의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$x^2 + y^2 - 8x - 6y + 21 = 0$$

$$(x-4)^2 + (y-3)^2 = 2^2$$

OP의 최댓값은 원점과 원의 중심 사이의 거리에 원의 반지름의 길이를 더한 것이므로 OP  $\sqrt{4^2 + 3^2} + 2 = 7$

41. 원  $x^2+y^2+4x+2y+4=0$  위를 움직이는 점 P 에서 직선  $3x+4y=10$  까지의 거리를  $d(p)$  라 할 때  $d(p)$  의 최소값은 ?

- ① 2      ② 3      ③ 4      ④ 5      ⑤ 6

해설

$$x^2 + y^2 + 4x + 2y + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 1$$

$d(p)$  의 최소값은 원의 중심  $(-2, -1)$  에서  
직선  $3x + 4y = 10$  까지 거리에서 반지름을 뺀 값이므로

$$\frac{|3 \times (-2) + 4(-1) - 10|}{\sqrt{3^2 + 4^2}} - 1 = \frac{20}{5} - 1 = 3$$

42. 점 (3, 4)를 y축, x축, 원점에 대하여 대칭이동하는 것을 순서에 관계 없이 임의로 반복할 때, 좌표평면 위에 나타나지 않는 점은?

① (3, -4)

② (-3, 4)

③ (-3, -4)

④ (4, 3)

⑤ (3, 4)

해설

x축대칭은 y의 부호를 반대로, y축대칭은 x의 부호를 반대로, 원점대칭은 x, y부호를 각각 반대로 해주면 된다.

43. 좌표평면 위의 점  $(-1, 3)$  을 점  $(a, b)$  에 대하여 대칭이동 시킨 점이  $(3, 5)$  일 때,  $a + b$  의 값은?

- ①  $-2$       ②  $-1$       ③  $1$       ④  $3$       ⑤  $5$

해설

$(-1, 3), (3, 5)$  의 중점이  $(a, b)$  이다.

$$\Rightarrow \left( \frac{-1+3}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (a, b)$$

$$\Rightarrow a + b = 5$$

44. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$n(A) + n(B) + n(C)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

45. 다음 중 옳은 것은?

- ①  $\{1, 3, 5\} \cap \{2, 3, 6, 7\} = \emptyset$
- ②  $\{p, l, a, n, e\} \cap \{p, l, a, y\} = \{p, l\}$
- ③  $\{x|x \text{는 } 4\text{의 배수}\} \cap \{12, 14, 16, 18\} = \{12, 14, 16\}$
- ④  $\{x|x \text{는 } 5\text{로 나눴을 때 나머지가 } 1\text{인 수, } 1 < x < 20\} \cap \{x|x \text{는 } 18\text{의 약수}\} = \{6\}$
- ⑤  $\{x|x \text{는 } 3\text{의 배수}\} \cap \{x|x \text{는 } 9\text{의 배수}\} = \{x|x \text{는 } 3\text{의 배수}\}$

해설

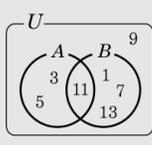
- ⑤  $\{x|x \text{는 } \square\text{의 약수}\} \cap \{x|x \text{는 } \triangle\text{의 약수}\}$   
 $= \{x|x \text{는 } \bigcirc\text{의 약수}\}$  일 때,  
 $\bigcirc$ 는  $\square, \triangle$ 의 최대 공약수이다.

46.  $U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \{3, 5\}$ ,  $B - A = \{1, 7, 13\}$ ,  $(A \cup B)^c = \{9\}$  에 대하여 집합  $A \cap B$  는?

- ①  $\{2\}$       ②  $\{4\}$       ③  $\{11\}$       ④  $\{2, 4\}$       ⑤  $\{2, 7\}$

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같고  $A \cap B = \{11\}$  이다.



47. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여 다음 중 옳은 것은?

- ①  $(A \cap B) \subset A$                       ②  $(A \cap B) \supset U$   
③  $A - B = B - (A \cap B)$             ④  $A \cup B^c = U$   
⑤  $A^c \cap B^c = \emptyset$

해설

- ②  $(A \cap B) \subset U$   
③  $A - B = A - (A \cap B)$   
④  $A \cup A^c = U$   
⑤  $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c$

48. 두 집합  $A, B$ 에 대하여  $\{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B = B$ 가 성립할 때, 다음 중 항상 성립한다고 볼 수 없는 것은? (단,  $U$ 는 전체집합,  $U \neq \emptyset$ )

- ①  $A - B = \emptyset$       ②  $A \cup B^c = U$       ③  $B \subset A$   
④  $(A \cap B)^c = B^c$       ⑤  $A^c \subset B^c$

해설

$$\begin{aligned} \{(A-B) \cup (A \cap B)\} \cap B &= \{(A \cap B^c) \cup (A \cap B)\} \cap B \\ &= \{A \cap (B^c \cup B)\} \cap B \\ &= (A \cap U) \cap B \\ &= A \cap B \\ A \cap B = B &\leftrightarrow B \subset A \\ \therefore \text{①에서 } A - B = \emptyset &\leftrightarrow A \subset B \end{aligned}$$

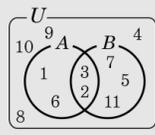
49. 전체 집합  $U = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 자연수}\}$  라 하고  $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 소수}\}$  일 때,  $A^c \cap B^c$  은?

- ① {4, 8}                      ② {4, 9}                      ③ {4, 8, 9}  
 ④ {4, 8, 10}                ⑤ {4, 8, 9, 10}

**해설**

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ ,  $A = \{1, 2, 3, 6\}$ ,  $B = \{2, 3, 5, 7, 11\}$  이므로

$$\begin{aligned} A^c \cap B^c &= (A \cup B)^c \\ &= (\{1, 2, 3, 5, 6, 7, 11\})^c \\ &= \{4, 8, 9, 10\} \text{ 이다.} \end{aligned}$$



50. 세 집합  $A = \{1, 2, 4, 8\}$ ,  $B = \{3, 4, 8, 9\}$ ,  $C = \{1, 2, 3, 5\}$  에 대하여  $(A \cap B) - C$  는?

①  $\{4\}$

②  $\{2, 4\}$

③  $\{4, 8\}$

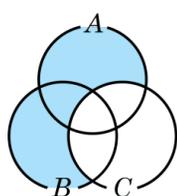
④  $\{2, 8\}$

⑤  $\{2, 4, 8\}$

해설

$(A \cap B) - C = \{4, 8\} - \{1, 2, 3, 5\} = \{4, 8\}$  이다.

51. 다음 그림에서 색칠한 부분의 집합을 나타낸 것은?



- ①  $(A \cap B) - C$     ②  $(A \cap C) - B$     ③  $(A \cup B) - C$   
④  $(A \cup C) - B$     ⑤  $(B \cup C) - A$

해설

색칠한 부분을 집합으로 나타내면  $(A \cup B) - C$ 이다.

52.  $a, b, c$  가 실수일 때, ' $a^2 + b^2 + c^2 = 0$  이다'의 부정은?

- ①  $a = 0$  또는  $b = 0$  또는  $c = 0$
- ②  $abc \neq 0$
- ③  $a \neq b \neq c$
- ④  $a, b, c$  모두 0 이 아니다.
- ⑤  $a, b, c$  중 적어도 하나는 0 이 아니다.

해설

$a^2 + b^2 + c^2 = 0 \leftrightarrow a = b = c = 0$ ,  $a = b = c = 0$ 의 부정은  $a \neq 0$  또는  $b \neq 0$  또는  $c \neq 0$  이다.  
즉,  $a, b, c$  중 적어도 하나는 0 이 아니다.

53.  $a, b, c$  는 실수이다. 명제 ' $a^2 + c^2 = 2b(a + c - b)$  이면  $a = b = c$  이다.'의 대우는 ?

①  $a, b, c$  가 모두 서로 다른 수이면  $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$  이다.

②  $a \neq b$  이고  $b \neq c$  이면,  $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$  이다.

③  $a, b, c$  중 서로 다른 두 수가 있으면  $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$  이다.

④  $a = b = c$  이면  $a^2 + c^2 = 2b(a + c - b)$  이다.

⑤  $a \neq b, c = 0$  이면  $a^2 + c^2 = 2b(a + c - b)$  이다.

해설

$a, b, c$  중 서로 다른 두 수가 있으면  $a^2 + c^2 \neq 2b(a + c - b)$  이다.

54. 조건  $p$  가 조건  $q$  이기 위한 충분조건이지만 필요조건이 아닌 것을 보기 중에서 모두 고른 것은? (단,  $a, b$  는 실수이다.)

- ㉠  $p : a \geq b, q : a^2 \geq b^2$   
 ㉡  $p : a + b \leq 2, q : a \leq 1$  또는  $b \leq 1$   
 ㉢  $p : |a - b| = |a| - |b|, q : (a - b)b \geq 0$

- ① ㉠                      ② ㉡                      ③ ㉢  
 ④ ㉠, ㉡                  ⑤ ㉡, ㉢

**해설**

$p \rightarrow q$  가 참이고  $q \rightarrow p$  가 거짓인 것을 찾는다.  
 ㉠  $a \geq b \rightarrow a^2 \geq b^2$  (거짓), 반례 :  $a = -1, b = -2$   
 $a^2 \geq b^2 \rightarrow a \geq b$  (거짓), 반례 :  $a = -4, b = 3$   
 ㉡  $a + b \leq 2 \rightarrow a \leq 1$  또는  $b \leq 1$  (참),  $a \leq 1$  또는  $b \leq 1 \rightarrow a + b \leq 2$  (거짓), 반례 :  $a = 0, b = 3$   
 ㉢  $|a - b| = |a| - |b| \leftrightarrow (a - b)b \geq 0$   
 $p, q$  모두  $a \geq b, b \geq 0$  또는  $a \leq b, b \leq 0$  이므로 필요충분조건이다.

55.  $x-1 \neq 0$ 이  $x^2+ax+1 \neq 0$ 이기 위한 필요조건일 때, 다음 중  $a$ 의 값으로 옳은 것은?

- ①  $a \neq 1, a \neq -2$       ②  $a \neq 1$       ③  $a = 1$   
④  $a \neq 2$       ⑤  $a = -2$

해설

$p$ 가  $q$ 이기 위한 필요조건 :  $q \Rightarrow p$   
 $x^2+ax+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1$   
대우를 만들면  $x=1 \Rightarrow x^2+ax+1=0$   
 $1+a+1=0, \therefore a=-2$

56. 다음은 실수  $a, b$  에 대하여  $|a+b| \leq |a|+|b|$  이 성립함을 증명한 것이다.

(증명)  $|a+b| \geq 0, |a|+|b| \geq 0$  이므로  
 $|a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$  을 증명하면 된다.  
 $(|a|+|b|)^2 - |a+b|^2$   
 $= |a|^2 + 2|a||b| + |b|^2 - (a+b)^2$   
 $= a^2 + 2|ab| + b^2 - a^2 - 2ab - b^2$   
 $= 2(|ab| - ab)$   
 그런데, (가) 이므로  $2(|ab| - ab) \geq 0$   
 $\therefore |a+b|^2 \leq (|a|+|b|)^2$   
 따라서  $|a+b| \leq |a|+|b|$   
 여기서, 등호가 성립하는 경우는 (나) 일 때,  
 즉,  $ab \geq 0$  일 때이다.

위의 증명 과정에서 (가), (나)에 알맞은 것을 순서대로 적은 것은?

- ①  $|ab| \geq ab, a = b$                       ②  $|ab| \geq ab, |ab| = ab$   
 ③  $|ab| \leq ab, |ab| = ab$                 ④  $|ab| = ab, a = 0$   
 ⑤  $|ab| = ab, a = b$

**해설**

(가) :  $|ab| \geq ab$  ( $\because |ab|$ 는 항상 양수)  
 (나) :  $2(|ab| - ab) = 0$  일 때, 즉  $|ab| = ab$

57. 두 양수  $a, b$ 에 대하여  $\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right)$ 의 최솟값은?

① 7

② 8

③ 9

④ 10

⑤ 11

해설

$a, b$ 는 양수이므로

$$\left(a + \frac{1}{b}\right)\left(b + \frac{4}{a}\right) = ab + 4 + 1 + \frac{4}{ab}$$

$$= 5 + ab + \frac{4}{ab} \geq 5 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{4}{ab}}$$

$$= 5 + 4 = 9$$

$\therefore$  최솟값은 9

58.  $a > 1$ 일 때,  $a + \frac{4}{a-1}$ 의 최솟값은?

- ① 3      ② 4      ③ 5      ④ 6      ⑤ 7

해설

$$a + \frac{4}{a-1} = a-1 + \frac{4}{a-1} + 1$$

산술기하조건을 이용하면

$$a-1 + \frac{4}{a-1} \geq 2\sqrt{(a-1) \times \frac{4}{a-1}} = 4$$

$\therefore$  최솟값은  $4+1=5$

59. 실수  $x, y$ 가  $x^2 + y^2 = 5$ 를 만족할 때,  $x + 2y$ 의 최댓값  $M$ , 최솟값  $m$ 의 합  $M + m$ 을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의해  
 $(1^2 + 2^2)(x^2 + y^2) \geq (x + 2y)^2$   
 $(x + 2y)^2 \leq 5 \cdot 5$   
 $\therefore -5 \leq x + 2y \leq 5$ 이므로  
 $x + 2y$ 의 최댓값  $M = 5$ , 최솟값  $m = -5$   
 $\therefore M + m = 5 + (-5) = 0$

60.  $a, b, x, y$ 가 실수이고  $a^2 + b^2 = 2, x^2 + y^2 = 8$ 일 때,  $ax + by$ 의 최댓값을  $M$ , 최솟값을  $m$ 이라 할 때,  $M + m$ 의 값을 구하면?

- ① -1      ② 0      ③ 1      ④  $-\frac{1}{2}$       ⑤ -5

해설

코시-슈바르츠의 부등식에 의하여  
 $(a^2 + b^2)(x^2 + y^2) \geq (ax + by)^2$   
즉,  $(ax + by)^2 \leq 2 \times 8$   
한편,  $ax + by = X$ 라 하면,  $X^2 \leq 16$   
 $\therefore -4 \leq X \leq 4$   
따라서,  $M = 4, m = -4$   
 $\therefore M + m = 0$