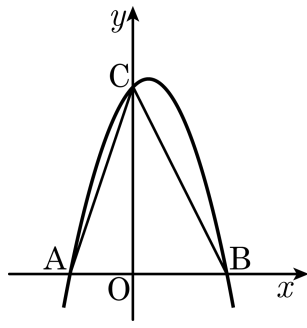


1. 이차함수 $y = -x^2 + x + 6$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 15

해설

$y = -x^2 + x + 6$ 의 C 의 좌표 (0, 6)

$-x^2 + x + 6 = 0$, $(x - 3)(x + 2) = 0$

$\therefore x = 3$ 또는 $x = -2$

A(-2, 0), B(3, 0) 이므로

$\triangle ABC$ 의 넓이는 $5 \times 6 \times \frac{1}{2} = 15$

2. 이차함수 $f(x) = x^2 - 3$ 에 대하여 $f^1(x) = f(x)$, $f^{n+1} = f(f^n(x))$ 라 할 때, $f^{1111}(1)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$f^1(1) = -2$$

$$f^2(1) = f(-2) = 1$$

$$f^3(1) = f(1) = -2$$

$$f^4(1) = f(-2) = 1$$

⋮

$$\therefore f^{1111}(1) = -2$$

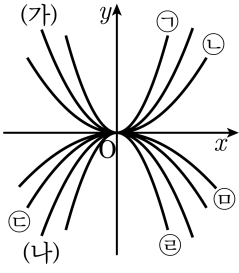
3. 다음 그림은 모두 꼭짓점이 원점인 포물선이 고, $y = x^2 \cdots (가)$, $y = -x^2 \cdots (나)$ 이다. $-1 < a < 0$ 일 때, $y = -ax^2$ 의 그래프로 알맞은 것은?

- ① (가)

② (나)

③ (나)
- ④ (나)

⑤ (나)



해설

$0 < -a < 1$ 이므로 (가)와 x 축 사이에 있는 그래프를 찾으면 (2)이다.

4. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 y 축 방향으로 m 만큼 평행이동하면 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 지난다고 할 때, m 의 값은?

① 4 ② 5 ③ -5 ④ -3 ⑤ -2

해설

$y = -\frac{2}{3}x^2 + m$ 에 점 $(\sqrt{3}, -5)$ 를 대입하면

$$-5 = -\frac{2}{3}(-\sqrt{3})^2 + m$$

$$\therefore m = -3$$

5. 이차함수 $y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 그래프의 꼭짓점의 좌표가 (a, b) 이고,
 y 축과의 교점의 y 좌표가 q 일 때, $\frac{a+b}{q}$ 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y = -3x^2 - 6x + 2$ 의 식을 $y = a(x+p)^2 + q$ 의 꼴로 바꾸면
 $y = -3(x^2 + 2x + 1 - 1) + 2$

$y = -3(x+1)^2 + 5$ 이므로

i) 꼭짓점의 좌표는 $(-1, 5) \therefore a = -1, b = 5$

ii) y 축과 만나는 점의 x 좌표는 0 이므로 $x = 0$ 을 대입하면

$q = 2$

따라서 $\frac{a+b}{q} = \frac{(-1)+5}{2} = \frac{4}{2} = 2$ 이다.

6. 포물선 $y = -2x^2 - bx + c$ 에서 $b < 0$, $c > 0$ 이면 꼭짓점은 제 몇 사분면 위에 있는가?
- ① 원점 ② 제1 사분면 ③ 제2 사분면
④ 제3 사분면 ⑤ 제4 사분면

해설

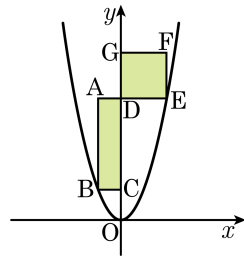
$$y = -2x^2 - bx + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2}{8} + c = -2\left(x + \frac{b}{4}\right)^2 + \frac{b^2 + 8c}{8}$$

∴ 꼭짓점의 좌표는 $\left(-\frac{b}{4}, \frac{b^2 + 8c}{8}\right)$

그런데 $b < 0$, $c > 0$ 이므로 $-\frac{b}{4} > 0$, $\frac{b^2 + 8c}{8} > 0$

∴ 제 1 사분면

7. 다음 그림에서 포물선은 $y = 2x^2$ 이고, 직사각형 ABCD의 넓이와 정사각형 DEFG의 넓이는 같다. $\overline{DE} = 2\overline{AD}$ 일 때, 점 E의 x 좌표값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{4}{3}$

해설

점 E의 x 좌표값을 p 라 하면 $\overline{DE} = 2\overline{AD} = p$ 이다.

$\square ABCD = \square DEFG$ 에서 $\overline{AD} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$,

$$\frac{1}{2}\overline{DE} \times \overline{CD} = \overline{DE}^2$$

$$\therefore \overline{DE} = \frac{1}{2}\overline{CD}, \overline{CD} = 2p \dots \textcircled{A}$$

또, $\overline{BC} = \overline{AD} = \frac{p}{2}$ 이므로 점 B $\left(-\frac{p}{2}, \frac{p^2}{2}\right)$, $\overline{OC} = \frac{p^2}{2}$,

$\overline{DE} = p$ 에서 점 E $(p, 2p^2)$, $\overline{OD} = 2p^2$

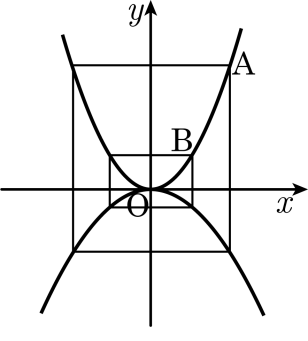
$$\therefore \overline{CD} = \overline{OD} - \overline{OC} = 2p^2 - \frac{p^2}{2} = \frac{3}{2}p^2 \dots \textcircled{B}$$

$$\textcircled{A}, \textcircled{B} \text{에서 } \frac{3}{2}p^2 = 2p, p(3p - 4) = 0$$

$$\therefore p = \frac{4}{3} (\because p > 0)$$

따라서 점 E의 x 좌표값은 $\frac{4}{3}$ 이다.

8. 다음 그림과 같이 두 함수 $y = x^2$, $y = -\frac{1}{2}x^2$ 에 대하여 두 직사각형이 서로 다른 닮음이다. A의 x 좌표를 a , B의 x 좌표를 b 라 할때, ab 의 값을 구하면?



- ① $\frac{4}{9}$
- ② $\frac{16}{9}$
- ③ $\frac{3}{2}$
- ④ $\frac{5}{3}$
- ⑤ $\frac{1}{4}$

해설

서로 같지 않는 닮음 이므로 큰 사각형의 가로와 작은 사각형의 세로가 대응변이다.

그러므로 $2a : \frac{3}{2}a^2 = \frac{3}{2}b^2 : 2b$ 에서

$$\frac{9}{4}a^2b^2 = 4ab$$
$$\therefore ab = \frac{16}{9}$$

9. 직선 $x = 1 - y$ 의 그래프가 x 축과 만나는 점을 A, 포물선 $y = px^2$, $y = qx^2$ 의 그래프와 1 사분면에서 만나는 점을 각각 B, C, y 축과 만나는 점을 D 라 하고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 일 때, $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 의 비례식이 성립되기 위한 상수 p, q 에 대하여 pq 의 값을 구하여라.(단, $q > p > 0$)

▶ 답 :

▷ 정답 : 60

해설

A(1, 0), D(0, 1) 이고 $\overline{AB} : \overline{BC} : \overline{CD} = 3 : a : 1$ 이고 B 점의 x 좌표값이 $\frac{1}{2}$ 이므로

비례식 $1 : \frac{1}{2} = (3k + ak + k) : (k + ak)$ 이 성립한다.

$\therefore a = 2$

따라서 점 B 의 좌표는 $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$, C $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$

$y = px^2$ 가 B $\left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$ 를 지나므로 $p = 2$

$y = qx^2$ 가 C $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{6}\right)$ 를 지나므로 $q = 30$

$\therefore pq = 60$

10. $f(2) = 16$, $f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 를 만족하는 함수 $f(x)$ 에 대하여 $f(-16) = \frac{a}{b}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. (단, a, b 는 서로소이다.)

▶ 답 :

▷ 정답 : 229

해설

$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 에서 $x = 2$ 를 대입하면 $f(2) = f(16) \times 4$

$\therefore f(16) = 4$

$f(x) = f(x^4) \cdot (-x^2 + 2x + 4)$ 에서

$f(x^4) = \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)}$ 이고

$f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4) = f(-x)$ 이므로

$f(-x) = f(x^4) \cdot (-x^2 - 2x + 4)$
 $= \frac{f(x)}{(-x^2 + 2x + 4)} \cdot (-x^2 - 2x + 4)$

이 식에 $x = 16$ 을 대입하면

$f(-16) = \frac{4}{(-220)} \times (-284) = \frac{284}{55}$ 이다.

$a = 284, b = 55$

따라서 $a - b = 229$ 이다.