

1. 어떤 수 A 를 8 로 나누었더니 몫이 9 이고, 나머지가 3 이었다. 어떤 수 A 는?

① 70

② 75

③ 80

④ 85

⑤ 90

해설

$$A = 8 \times 9 + 3 = 75$$

2. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

- ① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$
- ② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$
- ③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$
- ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$
- ⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}$, ④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$

3. $5^6 \times \square$ 의 약수의 개수가 21 개일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 자연수 중 가장 작은 것은?

① 1 ② 4 ③ 9 ④ 16 ⑤ 25

해설

$$21 = 7 \times 3 = (6 + 1) \times (2 + 1)$$

$\square$ 에 알맞은 가장 작은 자연수는 $2^2 = 4$

$\therefore 4$

4. 세 자연수 $7 \times x$, $4 \times x$, $10 \times x$ 의 최소공배수가 420 일 때, x 의 값으로 옳은 것은?

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$7 \times x$, $4 \times x = 2^2 \times x$, $10 \times x = 2 \times 5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times 7 \times x = 420$
따라서 $x = 3$ 이다.

5. 2160 를 소인수분해하면 $a^x \times b^y \times c^z$ 이다. $z < y < x$ 일 때, $a + b + c - (x + y + z)$ 의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$2160 = 2^4 \times 3^3 \times 5^1$ 이므로 $a = 2, b = 3, c = 5, x = 4, y = 3, z = 1$ 이다.

$\therefore a + b + c - (x + y + z) = 2 + 3 + 5 - (4 + 3 + 1) = 10 - 8 = 2$

6. $2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 공약수의 개수는?

① 4

② 6

③ 8

④ 9

⑤ 12

해설

$2^2 \times 3^4$, $2^2 \times 3^2 \times 5$ 의 최대공약수는 $2^2 \times 3^2$
공약수는 최대공약수의 약수이므로,
1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 총 9개이다.

7. a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같을 때, 다음 중 a 의 값이 될 수 없는 것은?

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

a 와 12 의 공배수가 12 의 배수와 같다는 것은 a 와 12 의 최소 공배수가 12 이라는 뜻이므로

a 와 12 의 최소공배수가 12 가 나오기 위해서는 a 가 12 의 약수가 되어야 한다.

24 는 12 의 약수가 아니고 a 가 24 가 될 경우 24 와 12 의 최소 공배수는 24 이므로 24 가 아니다.

8. 가로와 세로의 길이가 각각 90cm, 144cm 인 직사각형 모양의 벽에 같은 크기의 정사각형 모양의 타일을 빈틈없이 붙이려고 한다. 가능한 한 큰 타일을 붙이려면 타일의 한 변의 길이는 몇 cm 이어야 하는가? 또, 몇 개의 타일이 필요한가?
- ① 18cm, 35 개 ② 12cm, 35 개 ③ 18cm, 40 개
④ 12cm, 40 개 ⑤ 15cm, 30 개

해설

타일의 한 변의 길이를 x cm 라 할 때,
 $90 = x \times \square$, $144 = x \times \triangle$
 x 는 90 과 144 의 최대공약수
 $90 = 2 \times 3^2 \times 5$, $144 = 2^4 \times 3^2$
 $\therefore x = 2 \times 3^2 = 18$ (cm)
 $90 = 18 \times 5$, $144 = 18 \times 8$ 이므로
필요한 타일의 개수는 $\therefore 5 \times 8 = 40$ (개)

9. 운동장을 한 바퀴 도는데 형은 45 초 걸리고, 동생은 60 초가 걸린다고 한다. 형과 동생이 같은 지점에서 같은 방향으로 출발해서 형이 a 바퀴, 동생이 b 바퀴 돈 후에, 처음 출발한 곳에서 다시 만났다. $a + b$ 의 값은?

① 7 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ 3

해설

두 사람이 출발한 곳에서 처음 다시 만날 때까지 걸리는 시간은 45 와 60 의 최소공배수 180 이다.
형은 $180 \div 45 = 4$ (바퀴) , 동생은 $180 \div 60 = 3$ (바퀴) 이다.
 $\therefore a + b = 4 + 3 = 7$

10. 두 자연수의 곱이 1280 이고 최소공배수가 160 일 때, 두 수의 최대공약수를 구하면?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면
 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1280 = 160 \times G$ 이다.
 $\therefore G = 8$

11. $\frac{12}{7}, \frac{36}{5}, \frac{15}{4}$ 의 어느 것에 곱하여도 양의 정수가 되는 분수 중 가장 작은 수는?

- ① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{10}{3}$ ③ $\frac{100}{3}$ ④ $\frac{120}{3}$ ⑤ $\frac{140}{3}$

해설

7, 5, 4 의 최소공배수 : 140

12, 36, 15 의 최대공약수 : 3

따라서, 구하는 분수는 $\frac{140}{3}$ 이다.

12. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면?

- ① 1은 소수이다.
- ② 29는 소수가 아니다.
- ③ 37과 43은 모두 소수이다.
- ④ 소수이면서 합성수인 자연수는 존재하지 않는다.
- ⑤ 자연수는 소수와 합성수로 이루어져 있다.

해설

- ① 1은 소수가 아니다.
- ② 29는 소수이다.
- ⑤ 1은 소수도 합성수도 아니다.

13. 다음 중 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아닌 것은?

① 11

② 13

③ 11×13^4

④ $11^2 \times 13^3$

⑤ $11^4 \times 13^5$

해설

⑤ $11^4 \times 13^5$ 에서 11^4 은 11^3 의 약수가 아니므로 $11^3 \times 13^5$ 의 약수가 아니다.

14. 360의 약수의 개수와 $2^3 \times 3^a \times 5^b$ 의 약수의 개수가 같을 때, $a+b$ 의 값은? (단, a, b 는 자연수)

① 2

② 3

③ 4

④ 5

⑤ 6

해설

$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$ 이므로 약수의 개수가 같기 위해서는 $a = 2$, $b = 1$ 또는 $a = 1, b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 3$

15. a, b 의 최대공약수가 36 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 16은 a, b 의 공약수이다.
- ㉡ 1, 2, 36은 a, b 의 공약수이다.
- ㉢ a, b 의 공약수는 모두 10개이다.
- ㉣ a, b 의 공약수는 모두 72의 약수이다.

- ① ㉠, ㉡

② ㉠, ㉢

③ ㉡, ㉣
- ④ ㉠, ㉢, ㉣

⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

a, b 의 공약수는 36의 약수와 같으므로 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36이다.
㉠. 16은 a, b 의 공약수가 아니다.
㉢. a, b 의 공약수는 9개이다.

16. 두 자연수 $2^a \times 3$ 과 $2^3 \times 3^b \times 5$ 의 최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

최소공배수가 $2^4 \times 3^2 \times 5$ 이므로, $a = 4$, $b = 2$ 이다.

$\therefore a + b = 4 + 2 = 6$

17. 가로, 세로의 길이가 각각 100m, 80m 인 직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고, 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는?
- ① 10 그루 ② 12 그루 ③ 14 그루
④ 16 그루 ⑤ 18 그루

해설

나무 사이의 간격을 $x(m)$ 라 할 때,
 $100 = x \times \square$, $80 = x \times \triangle$
 x 는 100 과 80 의 최대공약수이므로
 $100 = 2^2 \times 5^2$, $80 = 2^4 \times 5$
 $\therefore x = 2^2 \times 5 = 20 (m)$
나무 사이의 간격을 20m 라 할 때,
가로 $100 = 20(m) \times 5$ (그루)
세로 $80 = 20(m) \times 4$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는
 $(5 + 4) \times 2 = 18$ (그루)

18. 가로와 세로의 길이가 각각 4cm, 12cm, 8cm인 직육면체 모양의 나무토막이 여러 개 있다. 이것을 빈틈없이 쌓아서 될 수 있는 대로 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 할 때, 필요한 나무토막의 개수는?

① 24개 ② 36개 ③ 48개 ④ 60개 ⑤ 72개

해설

4, 12, 8의 최소공배수는 24이므로
(필요한 나무토막의 개수)
 $= (24 \div 4) \times (24 \div 12) \times (24 \div 8)$
 $= 6 \times 2 \times 3 = 36(\text{개})$

19. 세 자연수 54, 72, A 의 최대공약수가 6, 최소공배수가 216일 때, 가장 큰 자연수 A 의 값은?

① 12 ② 24 ③ 36 ④ 48 ⑤ 60

해설

$54 = 2 \times 3^3$, $72 = 2^3 \times 3^2$, A 에서
최대공약수는 $6 = 2 \times 3$,
최소공배수는 $216 = 2^3 \times 3^3$ 이므로
 A 는 2×3 을 소인수로 가져야 하고, 또한 3의 지수는 1이어야
하므로
 A 의 값이 될 수 있는 것은 6, 12, 24이다.
따라서, 가장 큰 자연수 A 의 값은 24이다.

20. $3^a = 243$, $7^b = 343$ 을 만족하는 자연수 a, b 에 대하여 $a \times b$ 의 값은?

① 10

② 15

③ 20

④ 25

⑤ 30

해설

$3^5 = 243$, $7^3 = 343$ 이므로 $a \times b = 15$ 이다.

21. $32 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 수 중 20보다 작은 수의 개수를 구하면?

① 3 개 ② 4 개 ③ 5 개 ④ 6 개 ⑤ 7 개

해설

$32 = 2^5$ 이므로

a 가 될 수 있는 수는 $2 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.

따라서 a 가 될 수 있는 20보다 작은 수는 2, 2^3 , 2×3^2 , 즉 3개이다.

22. 자연수 120 을 소인수분해했더니 $2^a \times b \times c$ 이고 약수의 개수는 d 개이다. $a + b + c + d$ 의 값은?

① 27 ② 16 ③ 29 ④ 18 ⑤ 21

해설

$120 = 2^3 \times 3 \times 5$ 이므로 $a = 3, b = 3, c = 5$,
약수의 개수 $d = (3 + 1) \times (1 + 1) \times (1 + 1) = 16$
 $\therefore a + b + c + d = 27$

23. 1 부터 100 까지의 자연수 중에서 72 과 공약수가 1 개인 수는 몇 개 인가?
- ① 30 개 ② 31 개 ③ 32 개 ④ 33 개 ⑤ 34 개

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
72 와 공약수가 1 개인 수는 2 의 배수도 아니고 3 의 배수도 아닌 수이므로
 $100 - (2\text{의 배수의 개수}) - (3\text{의 배수의 개수}) + (6\text{의 배수의 개수}) = 100 - 50 - 33 + 16 = 33$

24. 다음 중 옳지 않은 것은?

- ① 8 과 27 은 서로소이다.
- ② 12 의 소인수는 2, 3 이다.
- ③ 소수의 약수의 개수는 2 개이다.
- ④ 60 의 소인수는 3 개이다.
- ⑤ 두 홀수는 서로소이다.

해설

⑤ 반례 : 두 홀수 3, 9 는 최대공약수가 3 이므로 서로소가 아니다.

25. 어떤 학교에 남자 260 명, 여자 273 명의 신입생이 들어왔다고 한다. 반별 인원수가 같고 각 반에 속한 남녀의 비가 같도록 반을 나누려고 할 때, 최대 몇 반까지 나오는가?

① 14반 ② 13반 ③ 12반 ④ 11반 ⑤ 10반

해설

잘 수 있는 반의 수를 x 라 할 때,
 $260 = x \times \square$, $273 = x \times \triangle$
 x 는 260 과 273 의 최대공약수
 $260 = 2^2 \times 5 \times 13$, $273 = 3 \times 7 \times 13$
 $\therefore x = 13$