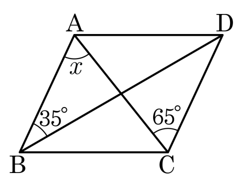
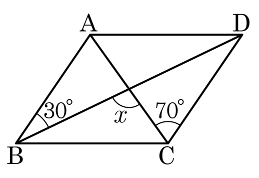
1. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 35° ③ 45°
④ 65° ⑤ 100°

해설
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle x = 65°$이다.

2. 평행사변형 ABCD 에서 $\angle ACD = 70°$, $\angle ABD = 30°$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



① 30° ② 50° ③ 70°

④ 80° ⑤ 100°

해설

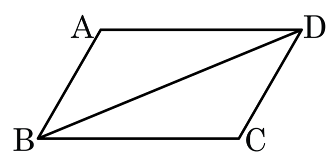
$\overline{AB} \,//\, \overline{CD}$ 이므로 $\angle BAC = \angle ACD = 70°$ 이고, $\angle ABD = \angle CDB = 30°$ 이다.

따라서 $\angle x = \angle ACD + \angle CDB$

$= 70° + 30°$

$= 100°$

3. 다음은 '평행사변형에서 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.' 를 증명한 것이다. □ 안에 들어갈 알맞은 말을 차례대로 나열하면?

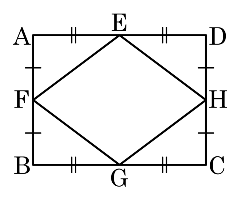


평행사변형 ABCD에 점 B와 점 D를 이으면
$\triangle$ABD와 $\triangle$CDB에서
$\overline{AB} = \overline{CD}$ ⋯㉠
$\overline{AD} = \boxed{}$ ⋯㉡,
$\overline{BD}$는 공통 ⋯㉢
㉠, ㉡, ㉢에 의해서 $\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle$ B = $\boxed{}$ ⋯㉡

① $\overline{CB}$, $\angle C$ ② $\overline{BD}$, $\angle C$ ③ $\overline{AB}$, $\angle D$
④ $\overline{CD}$, $\angle D$ ⑤ $\overline{CB}$, $\angle D$

해설
$\triangle$ABD와 $\triangle$CDB에서 $\overline{AB} = \overline{CD}$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\overline{BD}$는 공통이므로
$\triangle ABD \equiv \triangle CDB$ (SSS 합동)
$\therefore\ \angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$

4. 다음 그림은 직사각형 ABCD 의 각 변의 중점을 연결하여 □EFGH 를 만들었다. □EFGH 의 성질로 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2 개)



① 한 내각의 크기가 90° 이다.

② 두 대각선의 길이가 같다.

③ 두 대각선이 서로 이등분한다.

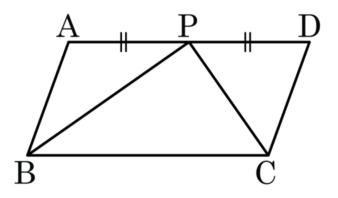
④ 두 대각선이 서로 수직 이등분한다.

⑤ 네 변의 길이가 모두 같다.

해설

직사각형의 각 변의 중점을 연결하면 마름모가 된다. 마름모는 네 변의 길이가 모두 같고, 두 대각선이 서로 직교한다.

5. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 점 P 는 $\overline{\mathrm{AD}}$ 의 중점이다. $\overline{\mathrm{BC}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 일 때, $\angle\mathrm{BPC}$ 의 크기는?

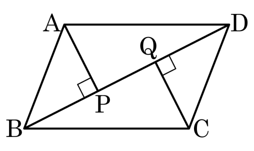


① $60°$ ② $75°$ ③ $80°$ ④ $85°$ ⑤ $90°$

해설

$\overline{\mathrm{AD}} = 2\overline{\mathrm{AB}}$ 이므로
$\overline{\mathrm{AB}} = \overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{PD}}$
$\angle\mathrm{ABP} = \angle\mathrm{APB}, \angle\mathrm{DPC} = \angle\mathrm{DCP}$
$\angle\mathrm{A} + \angle\mathrm{D} = 180°$ 이므로
$2\angle\mathrm{APB} + 2\angle\mathrm{DPC} = 180°$
$\therefore \angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DPC} = 90°$
$\angle\mathrm{BPC} = 180° - (\angle\mathrm{APB} + \angle\mathrm{DPC})$
$= 180° - 90° = 90°$

6. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A, C 에서 대각선 BD 에 내린 수선의 발을 P, Q 라고 한다. $\overline{BQ} = 16\text{cm}$, $\overline{QD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{PQ}$ 의 길이는?

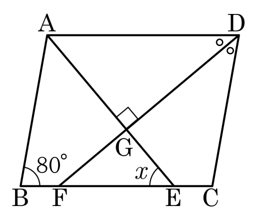


① 7cm ② 8cm ③ 9cm ④ 10cm ⑤ 11cm

해설

$\triangle ABP$ 와 $\triangle CDQ$ 에서 $\angle APB = \angle CQD = 90°$
$\overline{AB} = \overline{CD}$
$\angle ABP = \angle CDQ$ (엇각)
$\therefore\ \triangle ABP \equiv \triangle CDQ$ (RHA 합동)
$\therefore\ \overline{BP} = \overline{DQ} = 9\ (\text{cm})$
$\overline{PQ} = \overline{BQ} - \overline{BP} = 16 - 9 = 7\ (\text{cm})$

7. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 의 꼭짓점 A 에서 $\angle$D 의 이등분선 $\overline{\mathrm{DF}}$ 에 내린 수선이 $\overline{\mathrm{DF}}$, $\overline{\mathrm{BC}}$ 와 만나는 점을 각각 G, E 라 한다. $\angle \mathrm{B} = 80^\circ$ 일 때, $\angle x = \boxed{}^\circ$ 이다. $\boxed{}$의 값은?

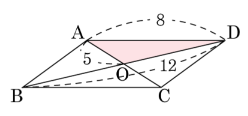


① 45　② 50　③ 55　④ 60　⑤ 65

해설

□ABCD 가 평행사변형이므로
$\angle \mathrm{A} = \angle \mathrm{C}, \angle \mathrm{B} = \angle \mathrm{D} = 80^\circ$ 이다.
$\angle \mathrm{ADF} = \angle \mathrm{CDF} = \angle \frac{\mathrm{D}}{2} = 40^\circ$ 이고,
$\angle \mathrm{AGD} = \angle \mathrm{FGE} = 90^\circ$
$\therefore \angle x = 180^\circ - (90^\circ + 40^\circ) = 50^\circ$

8. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{AD} = 8$, $\overline{AO} = 5$, $\overline{BD} = 12$ 일 때, $\triangle$OAD 의 둘레의 길이는?

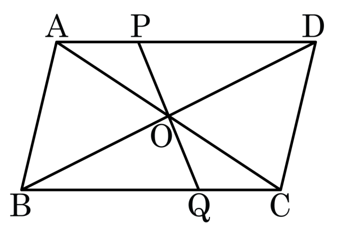


① 15 ② 16 ③ 17 ④ 18 ⑤ 19

해설

$\overline{OB} = \overline{OD} = 6$ 이므로 $\triangle OAD = 5 + 6 + 8 = 19$ 이다.

9. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD의 두 대각선의 교점 O를 지나는 직선이 변 AD, BC와 만나는 점을 각각 P, Q라 할 때, 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

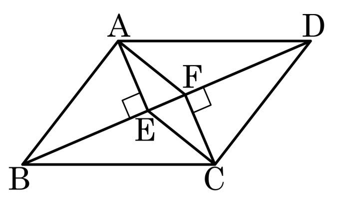


① $\overline{OA}=\overline{OC}$
② $\overline{OB}=\overline{OC}$
③ $\overline{OP}=\overline{OQ}$
④ $\overline{OD}=\overline{OB}$
⑤ $\triangle AOP\equiv\triangle COQ$

해설

$\overline{AO}=\overline{OC}$, $\angle AOP=\angle COQ$, $\angle OAP=\angle OCQ$이므로 $\triangle AOP\equiv\triangle COQ$이다.
또한, 평행사변형의 두 대각선은 서로를 이등분하므로 $\overline{OB}\neq\overline{OC}$이다.

10. 다음은 평행사변형 ABCD의 두 꼭짓점 A, C에서 대각선 BD에 내린 수선의 발을 각각 E, F라 할 때, □AECF가 평행사변형임을 증명하는 과정이다. $\triangle AED \equiv \triangle CFB$의 합동 조건은?



[가정] □ABCD는 평행사변형, $\angle AED = \angle CFB = 90°$
[결론] □AECF는 평행사변형
[증명] $\angle AED = \angle CFB$ (엇각)
$\overline{AE} // \overline{CF} \cdots$ ㉠
$\triangle AED$와 $\triangle CFB$에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$,
$\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$
따라서 $\triangle AED \equiv \triangle CFB$이다.
$\overline{AE} = \overline{CF} \cdots$ ㉡
㉠, ㉡에 의하여 □AECF는 평행사변형이다.

① SSS 합동　② SAS 합동　③ ASA 합동
④ RHA 합동　⑤ RHS 합동

해설

$\triangle AED$와 $\triangle CFB$에서
$\angle AED = \angle CFB = 90°$, $\overline{AD} = \overline{BC}$, $\angle ADE = \angle CBF$이므로 RHA 합동이다.

11. 좌표평면 위의 점 A, B$(-2,\ -1)$, C$(5,\ 1)$, D$(4,\ 5)$ 로 이루어지는 □ABCD 가 평행사변형이 되도록 점 A 의 좌표는? (단, 점 A는 제 2 사분면 위에 있다.)

① $(-1,\ 3)$ ② $(-1,\ 2)$ ③ $(-3,\ 3)$
④ $(-3,\ 2)$ ⑤ $(-3,\ 4)$

해설

점 A$(a,\ b)$ 라고 하면 평행사변형의 두 대각선은 서로 다른 것을 이등분하므로 $\overline{\mathrm{AC}}$ 의 중점과 $\overline{\mathrm{BD}}$ 의 중점의 좌표가 같아야 한다.

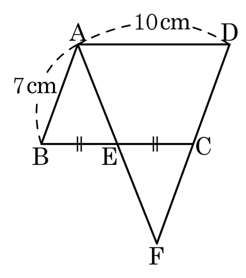
$\left(\dfrac{a+5}{2},\ \dfrac{b+1}{2}\right) = \left(\dfrac{-2+4}{2},\ \dfrac{-1+5}{2}\right)$,

$\left(\dfrac{a+5}{2},\ \dfrac{b+1}{2}\right) = (1,\ 2)$

$\therefore\ a=-3,\ b=3$

$\therefore\ A(-3,3)$

12. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BE} = \overline{CE}$ 이고 $\overline{AD} = 10\,\text{cm}$, $\overline{AB} = 7\,\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?

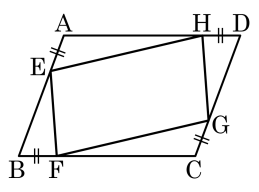


① 7 cm　② 9 cm　③ 14 cm
④ 16 cm　⑤ 18 cm

해설

$\overline{AB} = \overline{DC} = 7\,\text{cm},\ \overline{BE} = \overline{CE} = 5\,\text{cm}$
$\angle AEB = \angle FEC$ (맞꼭지각)
$\angle ABE = \angle FCE$ (엇각)
$\triangle ABE \equiv \triangle FCE, \overline{AB} = \overline{FC} = 7\,\text{cm}$
$\therefore \overline{DF} = \overline{DC} + \overline{FC} = 14(\,\text{cm})$

13. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형일 때, □EFGH 가 평행사변형이 되는 조건은?



① $\overline{EH} = \overline{FG}$

② $\angle FEG = \angle FGH$

③ $\overline{EH} = \overline{FG}$, $\overline{EF} = \overline{HG}$

④ $\angle EFG = \angle GHE$, $\angle FEH = \angle FGH$

⑤ $\overline{HG} = \overline{HE}$, $\overline{FG} = \overline{HG}$

해설

$\triangle AEH$, $\triangle CGF$ 에서 $\overline{AE} = \overline{CG}$, $\overline{AH} = \overline{FC}$, $\angle EAH = \angle FCG$ (SAS 합동)
$\triangle EBF$, $\triangle GDH$ 에서 $\overline{EB} = \overline{GD}$, $\overline{BF} = \overline{HD}$, $\angle EBF = \angle HDG$ (SAS 합동)
그러므로 $\overline{EF} = \overline{HG}$, $\overline{EH} = \overline{FG}$ 이므로 □EFGH 는 평행사변형이다.

14. 다음 중 □ABCD 가 평행사변형이 되는 것은? (단, 점 O 는 두 대각선의 교점이다.)

① $\overline{AC} = \overline{BD} = 5cm$

② $\overline{AB} // \overline{DC}$, $\overline{AD} = \overline{BC} = 4cm$

③ $\overline{OA} = \overline{OC} = 6cm$,$\overline{OB} = \overline{OD} = 5cm$

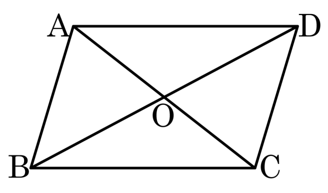
④ $\overline{AB} = \overline{BC} = 4cm$,$\overline{AD} = \overline{CD} = 6cm$

⑤ $\angle A = 110°, \angle B = 70°, \angle C = 70°$

해설

평행사변형이 되는 조건
1. 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.
2. 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
3. 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
4. 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
5. 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.
따라서 보기 ③ 은 평행사변형이 되는 조건4를 만족한다.

15. 다음 조건을 만족하는 □ABCD 중에서 평행사변형인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)



① $\angle A = 50°,\ \angle B = 130°,\ \angle C = 50°$

② $\overline{AB} // \overline{BC},\ \overline{AB} // \overline{DC}$

③ $\overline{AB} = 5cm,\ \overline{BC} = 5cm,\ \overline{DC} = 7cm, \overline{AD} = 7cm$

④ $\overline{AB} = \overline{DC},\ \overline{AD} = \overline{BC}$

⑤ $\overline{AB} = \overline{BC},\ \overline{AC} \perp \overline{BD}$

해설

① $\angle A = \angle C = 50°, \angle B = \angle D = 130°$ 두 쌍의 대각의 크기가 같으므로 평행사변형이다.
④ 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

16. 좌표평면 위의 네 점 $\mathrm{A}(-1,4), \mathrm{B}(-3,-1), \mathrm{C}(5,-1)$, $\mathrm{D}(a,b)$ 로 이루어지는 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, $a+b$ 의 값은?

① 5　② 7　③ 9　④ 11　⑤ 15

해설

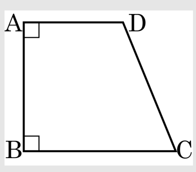
$\overline{\mathrm{BC}}$ 는 x 축에 평행하고 길이가 8이므로
$\overline{\mathrm{AD}}$ 도 x 축에 평행해야 하므로 점 $\mathrm{D}(a,b)$ 에서 $b=4$ 이고, 길이가 8이어야 하므로
$a = 8 - 1 = 7$
따라서 $a+b = 7+4 = 11$

17. 다음 중 평행사변형이 아닌 것은?

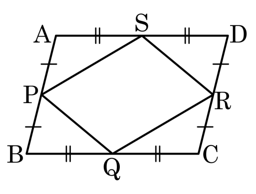
① $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$
② $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$, $\angle A=\angle B=90°$
③ $\angle A=\angle C$, $\angle B=\angle D$
④ $\overline{AB}=\overline{CD}$, $\overline{AD}=\overline{BC}$
⑤ $\overline{AB}\,/\!/\,\overline{CD}$, $\overline{AD}\,/\!/\,\overline{BC}$

해설

평행사변형이 되는 조건
다음의 각 경우의 어느 한 조건을 만족하면 평행사변형이 된다.
(1) 두 쌍의 대변이 각각 평행하다.(정의)
(2) 두 쌍의 대변의 길이가 각각 같다.
(3) 두 쌍의 대각의 크기가 각각 같다.
(4) 두 대각선이 서로 다른 것을 이등분한다.
(5) 한 쌍의 대변이 평행하고 그 길이가 같다.

② 

18. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 각 변의 중점을 P, Q, R, S 라고 할 때, □PQRS 는 어떤 도형이 되는가?



① 정사각형 ② 마름모

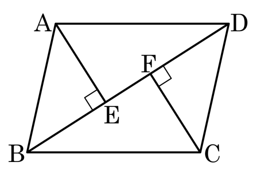
③ 직사각형 ④ 평행사변형

⑤ 사다리꼴

해설

두 쌍의 대변의 길이가 각각 같으므로 평행사변형이다.

19. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 의 두 꼭짓점 A, C 에서 대각선 B, D 에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라 할 때, 다음 중 □AECF 가 평행사변형이 되는 조건으로 가장 알맞은 것은?



① $\overline{AE}//\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CE}$ ② $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AF}=\overline{CE}$

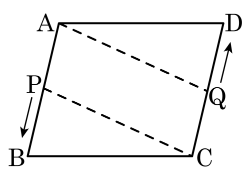
③ $\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ ④ $\overline{AE}//\overline{CF}$

⑤ $\overline{AF}=\overline{CF}$, $\overline{AF}//\overline{CF}$

해설

$\triangle ABE \equiv \triangle CDF$(RHA합동) 이므로
$\overline{AE}=\overline{CF}$, $\overline{AE}//\overline{CF}$ 이다.

20. $\overline{\mathrm{AB}} = 100\,\mathrm{m}$인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 $5\,\mathrm{m}$의 속도로, 점 Q 는 $7\,\mathrm{m}$의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 □APCQ 가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



① 5 초 ② 8 초 ③ 10 초 ④ 12 초 ⑤ 15 초

해설

□APCQ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{CQ}}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초) 라 하면 P 가 이동한 시간은 $x + 4$ (초) 이다.

$\overline{\mathrm{AP}} = 5(x+4)$, $\overline{\mathrm{CQ}} = 7x$, $5(x+4) = 7x$

$\therefore x = 10$ (초) 이다.