1. x^4-6x^2+8를 인수분해하면? (단, 유리수 범위에서 인수분해 하여라.)

① $(x^2-2)(x^2-4)$

② $(x^2-2)(x-4)(x+4)$

③ $(x^2-2)(x-2)(x+2)$

④ $(x-\sqrt{2})(x+\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

⑤ $(x^2-\sqrt{2})(x-2)(x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4-6x^2+8 &= (x^2)^2-6x^2+8 \\ &= (x^2-2)(x^2-4) \\ &= (x+2)(x-2)(x^2-2) \end{aligned}$$

해설

인수정리를 이용할 수 있다.

$f(x)=x^4-6x^2+8$

$f(2)=0, \quad f(-2)=0,$

즉, $(x-2)(x+2)$로 나누어 떨어지므로

조립제법을 써서 인수분해하면 된다.

2. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 <u>아닌</u> 것은?

① $x-1$ ② $x-2$ ③ $x-3$ ④ $x+1$ ⑤ $x+2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2-1)(x^2-4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

3. $(x+1)^2+(x+1)(y+2)-6(y+2)^2$ 의 인수를 구하면?

① $x-2y+3$ ② $x-2y-3$ ③ $x+2y-3$

④ $x+3y-7$ ⑤ $x-3y+7$

해설

$x+1=a,\ y+2=b$ 라 하면

$(x+1)^2+(x+1)(y+2)-6(y+2)^2$

$=a^2+ab-6b^2$

$=(a-2b)(a+3b)$

$=\{(x+1)-2(y+2)\}\{(x+1)+3(y+2)\}$

$=(x+1-2y-4)(x+1+3y+6)$

$=(x-2y-3)(x+3y+7)$

4. $x^4+3x^2+4=(x^2+x+2)(x^2+ax+b)$ 일 때, 상수 a, b 의 곱을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{좌 변}) &= (x^2+2)^2-x^2\\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2)\end{aligned}$$

$\therefore\ a=-1,\ b=2$

$\therefore ab=-1\times2=-2$

5. $16x^4 - 625y^4$ 을 옳게 인수분해한 것은?

① $(x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

② $(2x+y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

③ $(2x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)$

④ $(x+5y)(x-5y)(4x^2+25y^2)$

⑤ $(2x+5y)(x-y)(4x^2+25y^2)$

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (4x^2)^2 - (25y^2)^2 \\ &= (4x^2+25y^2)(4x^2-25y^2) \\ &= (2x+5y)(2x-5y)(4x^2+25y^2)\end{aligned}$$

6. $1-4x^2-y^2+4xy=(1+ax+by)(1+cx+dy)$ 일 때, $ac+bd$ 의 값을 구하면?

① -6　② -5　③ -4　④ -3　⑤ -2

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 1-(4x^2-4xy+y^2)\\ &= 1^2-(2x-y)^2\\ &= (1+2x-y)(1-2x+y)\end{aligned}$$

$\therefore\ a=2,\ b=-1,\ c=-2,\ d=1$

$\therefore\ ac+bd=2\times(-2)+(-1)\times1=-5$

7. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

x^2-2x-y^2+2y
$=(x^2-y^2)-2(x-y)$
$=(x+y-2)(x-y)$
$=(x+ay)(x-by+c)$
계수를 비교하면
$a=-1, b=-1, c=-2$
$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

8. $xy(x-y)+yz(y-z)+zx(z-x)$ 을 인수분해하면?

① $-(x-y)(y-z)(z-x)$ ② $-(x+y)(y-z)(z-x)$

③ $-(x-y)(y+z)(z-x)$ ④ $-(x-y)(y-z)(z+x)$

⑤ $-(x-y)(y+z)(z+x)$

해설

(준 식)$= xy(x-y)+zx(z-x)+yz(y-z)$

$= yx^2-y^2x+z^2x-zx^2+yz(y-z)$

$= (y-z)x^2-(y^2-z^2)x+yz(y-z)$

$= (y-z)x^2-(y+z)(y-z)x+yz(y-z)$

$= (y-z)\{x^2-(y+z)x+yz\}$

$= (y-z)(x-y)(x-z)$

$= -(x-y)(y-z)(z-x)$

9. $x^3+x^2-8x-12$를 인수분해하면 $(x-3)\boxed{}$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3+x^2-8x-12=(x-3)(x+2)^2$

$\therefore \boxed{}=(x+2)^2$

10. x^3-4x^2+x+6을 인수분해하면 $(x+a)(x+b)(x+c)$이다. $a^2+b^2+c^2$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

$f(x)=x^3-4x^2+x+6$이라 놓으면,
$x=-1$일 때, $-1-4-1+6=0$
따라서, $f(x)$는 $(x+1)$로 나누어 떨어진다.
즉, $f(x)$는 $(x+1)$의 인수를 갖는다.
즉, $f(x)=(x+1)Q(x)$몫
$Q(x)$는 조립제법으로 구한다.

-1	1	-4	1	6
		-1	5	-6
	1	-5	6	$\boxed{0}$

$f(x)=(x^2-5x+6)(x+1)$
$\therefore\ f(x)=(x-3)(x-2)(x+1)$
$\therefore\ a^2+b^2+c^2=(-3)^2+(-2)^2+1^2=14$

11. 서로 다른 세 실수 x, y, z에 대하여 $x^3+y^3+z^3=3xyz$ 를 만족할 때, $x+y+z$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 4

해설

$x^3+y^3+z^3-3xyz$

$=(x+y+z)(x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx)=0$

$(x+y+z)=0$ 또는 $x^2+y^2+z^2-xy-yz-zx=0$

$\therefore\ x+y+z=0$ 또는 $\frac{1}{2}\{(x-y)^2+(y-z)^2+(z-x)^2\}=0$

그런데 x, y, z 가 서로 다른 세 실수$(x\neq y\neq z)$ 이므로

$x+y+z=0$

12. 세 실수 a, b, c 사이에 $a^2 - bc = b^2 - ac = c^2 - ab$ 인 관계가 성립할 때, $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$ 의 값은?

① 0 ② 1 ③ 0, 2

④ 0, 1 ⑤ 0, 1, 2

해설

$a^2 - bc = b^2 - ac$ 에서 $(a^2 - b^2) + (ac - bc) = 0$

$\therefore\ (a+b+c)(a-b) = 0 \cdots$ ㉠

$b^2 - ac = c^2 - ab$ 에서 $(b^2 - c^2) + (ab - ac) = 0$

$\therefore\ (a+b+c)(b-c) = 0 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a+b+c=0$ 또는 $a=b=c$

한편 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc$

$= (a+b+c)(a^2 + b^2 + c^2 - ab - bc - ca)$ 이므로

i) $a+b+c=0$ 일 때 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

ii) $a=b=c$ 일 때

(준식)$= 3a^3 - 3a^3 = 0$

따라서 $a^3 + b^3 + c^3 - 3abc = 0$

13. a, b, c가 삼각형의 세변의 길이를 나타내고 $ab(a+b)=bc(b+c)+ca(c-a)$인 관계가 성립할 때, 이 삼각형은 어떤 삼각형인가?

① $a=b$인 이등변 삼각형
② $a=c$인 이등변 삼각형
③ 정삼각형
④ a가 빗변인 직각 삼각형
⑤ b가 빗변인 직각 삼각형

해설

$$ab(a+b)=bc(b+c)+ca(c-a)$$
$$a^2b+ab^2-bc(b+c)-ac^2+a^2c=0$$
$$(b+c)a^2+(b^2-c^2)a-bc(b+c)=0$$
$$(b+c)\left\{a^2+(b-c)a-bc\right\}$$
$$=(b+c)(a+b)(a-c)=0$$

14. 삼각형의 세 변의 길이 $a,\ b,\ c$가 $b^3 - ac^2 + a^2b + ab^2 + a^3 - bc^2 = 0$ 인 관계를 만족할 때, 이 삼각형의 모양은?

① 정삼각형
② 직각삼각형
③ 이등변삼각형
④ 둔각삼각형
⑤ 직각이등변삼각형

해설

차수가 가장 낮은 c에 대한 내림차순으로 정리한 뒤 인수분해 한다.

$-(a+b)c^2 + a^3 + a^2b + b^3 + ab^2 = 0$

$-(a+b)c^2 + a^2(a+b) + b^2(a+b) = 0$

$-(a+b)(c^2 - a^2 - b^2) = 0$

$(a+b \neq 0)$

$c^2 - a^2 - b^2 = 0$

$\therefore c^2 = a^2 + b^2$

$\therefore\ C = 90°$인 직각삼각형

15. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$　　② $k^2 - 1$　　③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$　　⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

16. $(a+1)(a^2-a+1)=a^3+1$을 이용하여 $\dfrac{1999^3+1}{1998\times1999+1}$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2000

해설

$a=1999$라 하면

$1998\times1999+1=(a-1)a+1=a^2-a+1$

$$\therefore \frac{1999^3+1}{1998\times1999+1}=\frac{a^3+1}{a^2-a+1}$$

$$=\frac{(a+1)(a^2-a+1)}{a^2-a+1}$$

$$=a+1=2000$$

17. $\dfrac{2007^3 - 1}{2007 \times 2008 + 1}$ 의 값은?

① 2004 ② 2005 ③ 2006 ④ 2007 ⑤ 2008

해설

$2007 = a$로 놓고

주어진 식을 a에 대한 식으로 변형하면

$$\frac{a^3 - 1}{a(a+1)+1} = \frac{a^3 - 1}{a^2 + a + 1}$$

$$= \frac{(a-1)(a^2+a+1)}{a^2+a+1}$$

$$= a - 1 = 2007 - 1 = 2006$$

18. $a+b+c=1$, $a^2+b^2+c^2=5$, $a^3+b^3+c^3=2$일 때, abc의 값은?

① $-\frac{5}{3}$ ② 0 ③ $\frac{5}{3}$ ④ $\frac{5}{2}$ ⑤ 1

해설

$a^2+b^2+c^2$

$=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)$이므로

$5=1-2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=-2$

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)$이므로

$2-3abc=1\cdot(5+2)$

$\therefore\ abc=-\frac{5}{3}$

19. 가로의 길이가 $x$cm, 세로의 길이가 y cm, 높이가 $z$cm 인 직육면체에서 $x+y+z=10$, $x^2+y^2+z^2=46$ 일 때, 이 직육면체의 겉넓이는 몇 cm^2 인가?

① $45\,\text{cm}^2$ ② $50\,\text{cm}^2$ ③ $54\,\text{cm}^2$

④ $58\,\text{cm}^2$ ⑤ $60\,\text{cm}^2$

해설

공식 $(x+y+z)^2=x^2+y^2+z^2+2(xy+yz+zx)$ 을 이용하여
주어진 조건을 대입하면 $xy+yz+zx=27$
겉넓이는 $2(xy+yz+zx)$ 이므로 54

20. 다음 식을 인수분해하면 $x^4 - 3x^2y^2 + 4y^4 = (x^2 + axy + by^2)(x^2 + cxy + dy^2)$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. (a, b, c, d는 상수)

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$
\begin{aligned}
(\text{준식}) &= x^4 + 4x^2y^2 + 4y^4 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + 2y^2)^2 - 7x^2y^2 \\
&= (x^2 + \sqrt{7}xy + 2y^2)(x^2 - \sqrt{7}xy + 2y^2)
\end{aligned}
$$

$\therefore\ a + b + c + d = 4$

21. $x^4+2x^2+9=(x^2+ax+b)(x^2+cx+d)$로 인수분해될 때, $|ab-cd|$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (x^2+3)^2-(2x)^2 \\ &= (x^2+2x+3)(x^2-2x+3)\end{aligned}$$

여기서 계수를 비교하면

$a=2,\ b=3,\ c=-2,\ d=3$

$\therefore |ab-cd|=|2\times3-(-2)\times3|=12$

22. 다음 설명 중 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $\sqrt{-8} = 2\sqrt{2}i$

② 3의 허수부분은 0이다.

③ $\sqrt{-2}$ 는 순허수이다.

④ $b = 1$ 이면 $a + (b-1)i$ 는 실수이다.

⑤ 제곱하여 -3 이 되는 수는 $\pm\sqrt{3}i$ 이다.

해설

④ [반례] $a = i,\ b = 1$ 이면 $a + (b-1)i = i$ 이므로 순허수이다.(거짓)

23. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$, $1+\sqrt{-4}$, $3+4i$, 9, i^2+1

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$a+bi$ 에서 $b=0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0 이면 실수이다.
$2i$ 의 허수 부분은 2, $1+\sqrt{-4}=1+2i$ 에서 허수 부분은 2 이고,
$3+4i$ 의 허수 부분은 4 이다.
9 와 $i^2+1=-1+1=0$ 의 허수 부분은 0 이다.
따라서 실수인 것은 9 와 i^2+1 로 두 개다.

24. $i(x+2i)^2$ 이 실수가 되는 실수 x 의 값을 정하면? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① ± 1　　② ± 2　　③ ± 3　　④ ± 4　　⑤ ± 5

해설

$$i(x+2i)^2 = i(x^2+4ix-4) = x^2 i - 4x - 4i$$
$$= -4x + (x^2-4)i$$

실수가 되려면 허수부분이 0이면 된다.

$\therefore\ x^2-4=0 \quad \Rightarrow \quad x=\pm 2$

25. 실수 k 에 대하여 복소수 $z=2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되도록 하는 k 의 값은?

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$z=2(k-i)-k(1+i)^2$ 의 값이 실수가 되려면 허수 부분이 0 이어야 한다.

$$
\begin{aligned}
z &= 2(k-i)-k(1+i)^2 \\
&= 2k-2i-2ki \\
&= 2k-(2+2k)i
\end{aligned}
$$

허수 부분이 0이려면 $2+2k=0$ 이어야 한다.

따라서 $k=-1$

26. 실수 k에 대하여 복소수 $z = 3(k+2i) - k(1-i)^2$의 값이 순허수가 되도록 k의 값을 정하면?

① -2　② 0　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$z = 3(k+2i) - k(-2i)$

$= 3k + (6+2k)i \Rightarrow$ 순허수

$\therefore\ 3k = 0,\ k = 0$

27. $i^2=-1$이라 할 때, 다음 중 제곱하여 음수가 되는 수의 개수는 ?

$-2,\quad -\sqrt{2},\quad 2i,\quad -2i,$ $3i,\quad -3i,\quad 1-i,\quad 1+i$

① 1개　② 2개　③ 3개　④ 4개　⑤ 5개

해설

$i^2=-1$이므로 제곱해서 음수가 되는 수는 순허수, 즉 $ai(a\neq 0)$의 꼴이 되어야 한다.

$\therefore\ 2i,\ -2i,\ 3i,\ -3i$ 4개,

$2, -\sqrt{2}$는 실수이므로

$(\text{실수})^2 \geq 0$, $(1\pm i)^2=1\pm 2i-1=\pm 2i$가 된다.

28. 복소수 $(1-xi)(1-i)$가 순허수가 되도록 실수 x의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $x=1$

해설

$(1-xi)(1-i)=(1-x)+(-1-x)i$

순허수이려면 실수부가 $0 \Rightarrow 1-x=0$,

$x=1$

29. $(3+i)(a+bi) = 1-3i$를 만족하는 실수 a, b에 대하여 $a+b$를 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$(3+i)(a+bi) = 1-3i$$
$$(3a-b)+(a+3b)i = 1-3i$$
$$\therefore\ 3a-b=1,\quad a+3b=-3$$
$$\Rightarrow\quad a=0,\quad b=-1$$
$$\therefore\ a+b=-1$$

30. 두 복소수 $z_1 = 1+(a-2)i$, $z_2 = (b-2)-ai$ 에 대하여 $z_1+(2-4i) = z_2$ 가 성립할 때, 실수 a, b 의 합 $a+b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : $a+b=8$

해설

$z_1 = 1+(a-2)i$, $z_2 = (b-2)-ai$ 를

$z_1+(2-4i) = z_2$ 에 대입하면

$1+(a-2)i+(2-4i) = (b-2)-ai$

$3+(a-6)i = (b-2)-ai$

복소수가 서로 같을 조건에 의하여

$3 = b-2$, $a-6 = -a$

위의 두 식을 연립하여 풀면

$b=5,\ a=3$

$\therefore\ a+b=8$