1. 다음은 이차방정식 $ax^2+bx+c=0\,(a\neq 0)$ 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$ax^2+bx+c=0$
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$
$x^2+\frac{b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$
$(x+②)^2=③$
$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{4a^2}$ ② $\frac{b}{2a}$ ③ $\frac{b^2-4ac}{2a}$
④ $-\frac{b}{2a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

해설

$ax^2+bx+c=0$ ← 양변을 a 로 나눈다.
$x^2+\frac{b}{a}x=-\frac{c}{a}$ ← 양변에 $\left(\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2}{4a^2}$ 을 더한다.
$x^2+\frac{b}{a}x+\frac{b^2}{4a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{4a^2}$
$\left(x+\frac{b}{2a}\right)^2=\frac{b^2-4ac}{4a^2} \leftrightarrow x+\frac{b}{2a}=\pm\sqrt{\frac{b^2-4ac}{4a^2}}$
$x=-\frac{b}{2a}\pm\frac{\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$
∴ ③이 잘못되었다.

2. 다음은 이차방정식 $ax^2+2bx+c=0\ (a\neq 0)$을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2-ac\geq 0$)

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$

$x^2+\frac{2b}{a}x+①=-\frac{c}{a}+①$

$(x+②)^2=③$

$x=④\pm⑤$

① $\frac{b^2}{a^2}$ ② $\frac{b}{a}$ ③ $\frac{b^2-ac}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$ ⑤ $\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a^2}$

해설

$ax^2+2bx+c=0\,(a\neq 0)$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$x^2+\frac{2b}{a}x=-\frac{c}{a}$,

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$x^2+\frac{2b}{a}x+\frac{b^2}{a^2}=-\frac{c}{a}+\frac{b^2}{a^2}$

$\left(x+\frac{b}{a}\right)^2=\frac{b^2-ac}{a^2}$

$x+\frac{b}{a}=\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$

$x=-\frac{b}{a}\pm\frac{\sqrt{b^2-ac}}{a}$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

3. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?

① $x^2 - 4x + 1 = 0,\ x = 2 \pm \sqrt{3}$

② $3x^2 + 7x - 5 = 0,\ x = \dfrac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$

③ $4x^2 - 5x - 3 = 0,\ x = \dfrac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$

④ $3x^2 + 2x - 4 = 0,\ x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$

⑤ $3x^2 - 6x + 2 = 0,\ x = \dfrac{6 \pm \sqrt{3}}{6}$

해설

⑤ $x = \dfrac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

4. 이차방정식 $4x^2 - 7x - A = 0$ 의 해가 $x = \dfrac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$x = \dfrac{7 \pm \sqrt{49 + 16A}}{8} = \dfrac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 에서

$A = 5,\ B = 8$

$\therefore\ A - B = 5 - 8 = -3$

5. 이차방정식 $x^2+5x+3=0$ 의 근이 $x=\dfrac{A\pm\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A+B$ 의 값은?

① 8 ② 9 ③ 13 ④ 15 ⑤ 18

해설

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{13}}{2}$

$A=-5, B=13$

$\therefore A+B=8$

6. 이차방정식 $3x^2+5x-1=0$ 의 근이 $x=\dfrac{A\pm\sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A+B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$x=\dfrac{-5\pm\sqrt{37}}{6}$ 이므로 $A=-5,\ B=37$

$\therefore\ A+B=32$

7. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 <u>않은</u> 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $x^2+\frac{1}{4}x-\frac{1}{8}=0 \rightarrow x=-\frac{1}{2}$ 또는 $x=\frac{1}{4}$

② $0.1x^2-0.2x-0.3=0 \rightarrow x=-1$ 또는 $x=3$

③ $0.1x^2-\frac{1}{5}x-1=0 \rightarrow x=-3$ 또는 $x=5$

④ $0.2x^2-0.3x-\frac{1}{5}=0 \rightarrow x=2$ 또는 $x=\frac{1}{2}$

⑤ $x^2-0.5x-0.1=0 \rightarrow x=\frac{5\pm\sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$x^2-2x-10=0$

$\therefore x=1\pm\sqrt{11}$

④양변에 10 을 곱하면

$2x^2-3x-2=0,\ (x-2)(2x+1)=0$

$\therefore x=2$또는$x=-\frac{1}{2}$

8. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

① $-2 \pm 2\sqrt{10}$ ② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$ ③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$

④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$ ⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$

$3x^2 + 4x - 12 = 0$

$\therefore\ x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

9. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$
② $x = 2$ 또는 $x = -5$
③ $x = -1$ 또는 $x = 5$
④ $x = -1$ 또는 $x = -3$
⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$0.1x^2 = 1 - 0.3x$
각 항에 10 을 곱하여 정리하면
$x^2 + 3x - 10 = 0$
$(x - 2)(x + 5) = 0$
$\therefore x = 2$ 또는 $x = -5$

10. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?

① 5 ② 1 ③ $-\frac{1}{7}$ ④ -5 ⑤ -1

해설

양변에 6을 곱하면 $3(x^2-1) = 2(x^2+3x+2)$
$x^2 - 6x - 7 = 0$
$(x-7)(x+1) = 0$
$\therefore\ x = 7$ 또는 $x = -1$
$\alpha = 7$이므로 $\frac{\alpha}{7} = 1$

11. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x-3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

① $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$ ② $x = \dfrac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$ ③ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$

④ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$ ⑤ $x = \dfrac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

양변에 10 을 곱하면

$3x^2 - 4(x-3) = 21$

$3x^2 - 4x - 9 = 0$

$\therefore x = \dfrac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$

12. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$

따라서 $p = \dfrac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$6 < \sqrt{41} < 7$

$-7 < -\sqrt{41} < -6$

$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$

$-3 < \dfrac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\dfrac{11}{4}$ 이므로 $n = -3$ 이다.

13. 다음 이차방정식의 두 근을 α, β라고 할 때, $\alpha-\beta$의 값은? (단, $\alpha>\beta$)

$$0.1x^2-\frac{1}{2}x-0.6=0$$

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 11

해설

주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면
$x^2-5x-6=0$, $(x-6)(x+1)=0$
$\therefore\ \alpha=6,\ \beta=-1$
$\therefore\ \alpha-\beta=6-(-1)=7$

14. $(a+b)^2-20(a+b)+96=0$을 만족하는 두 수 a, b에 대하여 $a+b$의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a+b=t$로 놓으면

$t^2-20t+96=0$

$(t-8)(t-12)=0$

$t=8$ 또는 $t=12$

$\therefore\ 8+12=20$

15. 이차방정식 $5(x-1)^2-3=2(x-1)$의 두 근을 α, β라 할 때 $\frac{\alpha}{\beta}$의 값은? (단, $\alpha>\beta$)

① 1 ② 6 ③ 5 ④ 4 ⑤ −2

해설

$x-1=t$라 하면

$5t^2-2t-3=0$

$(5t+3)(t-1)=0$

$t=-\frac{3}{5}$ 또는 $t=1$

$\therefore\ x=\frac{2}{5}$ 또는 $x=2$

$\alpha=2, \beta=\frac{2}{5}(\because \alpha>\beta)$

$\therefore \frac{\alpha}{\beta}=\frac{2}{\frac{2}{5}}=5$

16. 이차방정식 $(x-3)^2-(x-3)=12$ 를 풀면?

① $x=-3$ 또는 $x=4$　② $x=-4$ 또는 $x=3$

③ $x=0$ 또는 $x=7$　④ $x=-7$ 또는 $x=0$

⑤ $x=2$ 또는 $x=6$

해설

$(x-3)^2-(x-3)=12$

$x-3=A$ 라고 하면

$A^2-A-12=0$

$(A-4)(A+3)=0$

$(x-3-4)(x-3+3)=0$

$x(x-7)=0$

$\therefore\ x=0$ 또는 $x=7$

17. $(x+y+4)(x+y)=12$ 일 때, $x+y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2 ② -4 ③ -6 ④ -8 ⑤ 10

해설

$A=x+y$라 하면
$(A+4)A=12$
$A^2+4A-12=0$
$(A-2)(A+6)=0$
$\therefore A=2$또는 $A=-6$
따라서 $x+y$의 값의 합은 $2+(-6)=-4$이다.

18. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면
$A(A-6)-16=0$
$A^2-6A-16=0$
$(A-8)(A+2)=0$
$\therefore x+y=8$ 또는 $x+y=-2$
따라서 $x+y$의 값들의 합은 $8+(-2)=6$이다.

19. 이차방정식 $(x+2)^2-8=2(x+2)$의 두 근을 α,β라 할 때, $\alpha\beta$의 값을 구하여라. (단, $\alpha>\beta$)

▶ 답:

▷ 정답: -8

해설

$x+2=t$로 치환하면 $t^2-2t-8=0$
$(t-4)(t+2)=0$
$t=4$ 또는 $t=-2$
$\therefore\ x=2$ 또는 $x=-4$
$\therefore \alpha\beta=2\times(-4)=-8$

20. 이차방정식 $(x+2)^2-3(x+2)-4=0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$x+2=A$ 라 하면 $A^2-3A-4=0$ 이다.
$(A-4)(A+1)=0$
따라서 $A=4$ 또는 $A=1$ 이다. $x+2=4$, $x+2=-1$ 이므로
$x=2$ 또는 $x=-3$ 이다.
따라서 $2+(-3)=-1$ 이다.