

1. 다음은 이차방정식 $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) 을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은?

$$ax^2 + bx + c = 0$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \text{①} = -\frac{c}{a} + \text{①}$$

$$(x + \text{②})^2 = \text{③}$$

$$x = \text{④} \pm \text{⑤}$$

$$\text{①} \quad \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\text{④} \quad -\frac{b}{2a}$$

$$\text{②} \quad \frac{b}{2a}$$

$$\text{⑤} \quad \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$\text{③} \quad \frac{b^2 - 4ac}{2a}$$

해설

$$ax^2 + bx + c = 0 \leftarrow \text{양변을 } a \text{ 로 나눈다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x = -\frac{c}{a} \leftarrow \text{양변에 } \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2}{4a^2} \text{ 을 더한다.}$$

$$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{4a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \leftrightarrow x + \frac{b}{2a} = \pm \sqrt{\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}}$$

$$x = -\frac{b}{2a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$\therefore$ ③이 잘못되었다.

2. 다음은 이차방정식 $ax^2 + 2bx + c = 0$ ($a \neq 0$)을 푸는 과정이다. ① ~ ⑤에 들어갈 식이 바르지 못한 것은? (단, $b^2 - ac \geq 0$)

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a}$$

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \textcircled{1} = -\frac{c}{a} + \textcircled{1}$$

$$(x + \textcircled{2})^2 = \textcircled{3}$$

$$x = \textcircled{4} \pm \textcircled{5}$$

① $\frac{b^2}{a^2}$

④ $-\frac{b}{a}$

② $\frac{b}{a}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a^2}$

③ $\frac{b^2 - ac}{a^2}$

해설

$$ax^2 + 2bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$$

양변을 a 로 나누고 상수항을 이항하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x = -\frac{c}{a},$$

양변에 $\frac{b^2}{a^2}$ 을 더하면

$$x^2 + \frac{2b}{a}x + \frac{b^2}{a^2} = -\frac{c}{a} + \frac{b^2}{a^2}$$

$$\left(x + \frac{b}{a}\right)^2 = \frac{b^2 - ac}{a^2}$$

$$x + \frac{b}{a} = \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

$$x = -\frac{b}{a} \pm \frac{\sqrt{b^2 - ac}}{a}$$

∴ ⑤가 잘못 되었다.

3. 다음은 이차방정식의 해를 구한 것이다. 옳지 않은 것은?

① $x^2 - 4x + 1 = 0, x = 2 \pm \sqrt{3}$

② $3x^2 + 7x - 5 = 0, x = \frac{-7 \pm \sqrt{109}}{6}$

③ $4x^2 - 5x - 3 = 0, x = \frac{5 \pm \sqrt{73}}{8}$

④ $3x^2 + 2x - 4 = 0, x = \frac{-1 \pm \sqrt{13}}{3}$

⑤ $3x^2 - 6x + 2 = 0, x = \frac{6 \pm \sqrt{3}}{6}$

해설

⑤ $x = \frac{3 \pm \sqrt{3}}{3}$

4. 이차방정식 $4x^2 - 7x - A = 0$ 의 해가 $x = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B}$ 일 때, $A - B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$$x = \frac{7 \pm \sqrt{49 + 16A}}{8} = \frac{7 \pm \sqrt{129}}{B} \text{ 에서}$$

$$A = 5, B = 8$$

$$\therefore A - B = 5 - 8 = -3$$

5. 이차방정식 $x^2 + 5x + 3 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 일 때, $A + B$ 의 값은?

① 8

② 9

③ 13

④ 15

⑤ 18

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{13}}{2}$$

$$A = -5, B = 13$$

$$\therefore A + B = 8$$

6. 이차방정식 $3x^2 + 5x - 1 = 0$ 의 근이 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{6}$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 32

해설

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{37}}{6} \text{ 이므로 } A = -5, B = 37$$

$$\therefore A + B = 32$$

7. 다음 중 이차방정식의 해가 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2개)

① $x^2 + \frac{1}{4}x - \frac{1}{8} = 0 \rightarrow x = -\frac{1}{2}$ 또는 $x = \frac{1}{4}$

② $0.1x^2 - 0.2x - 0.3 = 0 \rightarrow x = -1$ 또는 $x = 3$

③ $0.1x^2 - \frac{1}{5}x - 1 = 0 \rightarrow x = -3$ 또는 $x = 5$

④ $0.2x^2 - 0.3x - \frac{1}{5} = 0 \rightarrow x = 2$ 또는 $x = \frac{1}{2}$

⑤ $x^2 - 0.5x - 0.1 = 0 \rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{65}}{20}$

해설

③양변에 10 을 곱하면

$$x^2 - 2x - 10 = 0$$

$$\therefore x = 1 \pm \sqrt{11}$$

④양변에 10 을 곱하면

$$2x^2 - 3x - 2 = 0, (x-2)(2x+1) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -\frac{1}{2}$$

8. 이차방정식 $\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$ 을 풀면?

① $-2 \pm 2\sqrt{10}$

② $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$

③ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{5}$

④ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{7}$

⑤ $\frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{9}$

해설

$$\frac{1}{5}(x-2)^2 = 0.5x^2 - 0.4(x+1)$$

각 항에 10 을 곱하고 정리하면

$$2x^2 - 8x + 8 = 5x^2 - 4x - 4$$

$$3x^2 + 4x - 12 = 0$$

$$\therefore x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times (-12)}}{2 \times 3} = \frac{-2 \pm 2\sqrt{10}}{3}$$

9. 이차방정식 $0.1x^2 = 1 - 0.3x$ 의 해를 구하면?

① $x = 2$ 또는 $x = 5$

② $x = 2$ 또는 $x = -5$

③ $x = -1$ 또는 $x = 5$

④ $x = -1$ 또는 $x = -3$

⑤ $x = 1$ 또는 $x = -3$

해설

$$0.1x^2 = 1 - 0.3x$$

각 항에 10 을 곱하여 정리하면

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -5$$

10. 이차방정식 $\frac{(x+1)(x-1)}{2} = \frac{(x+2)(x+1)}{3}$ 의 두 근 중 큰 근을 α 라고 할 때, $\frac{\alpha}{7}$ 의 값은?

- ① 5 ② 1 ③ $-\frac{1}{7}$ ④ -5 ⑤ -1

해설

$$\text{양변에 6을 곱하면 } 3(x^2 - 1) = 2(x^2 + 3x + 2)$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x - 7)(x + 1) = 0$$

$$\therefore x = 7 \text{ 또는 } x = -1$$

$$\alpha = 7 \text{ 이므로 } \frac{\alpha}{7} = 1$$

11. 이차방정식 $0.3x^2 - 0.4(x - 3) = 2.1$ 의 해를 구하면?

① $x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$

② $x = \frac{2 \pm 4\sqrt{2}}{3}$

③ $x = \frac{2 \pm \sqrt{33}}{3}$

④ $x = \frac{2 \pm \sqrt{34}}{3}$

⑤ $x = \frac{2 \pm \sqrt{35}}{3}$

해설

양변에 10 을 곱하면

$$3x^2 - 4(x - 3) = 21$$

$$3x^2 - 4x - 9 = 0$$

$$\therefore x = \frac{2 \pm \sqrt{31}}{3}$$

12. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

따라서 $p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$

13. 다음 이차방정식의 두 근을 α , β 라고 할 때, $\alpha - \beta$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

$$0.1x^2 - \frac{1}{2}x - 0.6 = 0$$

① 3

② 5

③ 7

④ 9

⑤ 11

해설

주어진 방정식의 양변에 10을 곱하면

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x - 6)(x + 1) = 0$$

$$\therefore \alpha = 6, \beta = -1$$

$$\therefore \alpha - \beta = 6 - (-1) = 7$$

14. $(a+b)^2 - 20(a+b) + 96 = 0$ 을 만족하는 두 수 a, b 에 대하여 $a+b$ 의 값이 될 수 있는 수들의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

$a+b=t$ 로 놓으면

$$t^2 - 20t + 96 = 0$$

$$(t-8)(t-12) = 0$$

$$t=8 \text{ 또는 } t=12$$

$$\therefore 8+12=20$$

15. 이차방정식 $5(x-1)^2 - 3 = 2(x-1)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때 $\frac{\alpha}{\beta}$ 의 값은? (단, $\alpha > \beta$)

① 1

② 6

③ 5

④ 4

⑤ -2

해설

$$x-1=t \text{라 하면}$$

$$5t^2 - 2t - 3 = 0$$

$$(5t+3)(t-1) = 0$$

$$t = -\frac{3}{5} \text{ 또는 } t = 1$$

$$\therefore x = \frac{2}{5} \text{ 또는 } x = 2$$

$$\alpha = 2, \beta = \frac{2}{5} (\because \alpha > \beta)$$

$$\therefore \frac{\alpha}{\beta} = \frac{2}{\frac{2}{5}} = 5$$

16. 이차방정식 $(x-3)^2 - (x-3) = 12$ 를 풀면?

① $x = -3$ 또는 $x = 4$

② $x = -4$ 또는 $x = 3$

③ $x = 0$ 또는 $x = 7$

④ $x = -7$ 또는 $x = 0$

⑤ $x = 2$ 또는 $x = 6$

해설

$$(x-3)^2 - (x-3) = 12$$

$x-3 = A$ 라고 하면

$$A^2 - A - 12 = 0$$

$$(A-4)(A+3) = 0$$

$$(x-3-4)(x-3+3) = 0$$

$$x(x-7) = 0$$

$$\therefore x = 0 \text{ 또는 } x = 7$$

17. $(x + y + 4)(x + y) = 12$ 일 때, $x + y$ 의 값의 합을 구하면?

① 2

② -4

③ -6

④ -8

⑤ 10

해설

$A = x + y$ 라 하면

$$(A + 4)A = 12$$

$$A^2 + 4A - 12 = 0$$

$$(A - 2)(A + 6) = 0$$

$$\therefore A = 2 \text{ 또는 } A = -6$$

따라서 $x + y$ 의 값의 합은 $2 + (-6) = -4$ 이다.

18. $(x+y)(x+y-6)-16=0$ 일 때, $x+y$ 의 값들의 합은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

$x+y=A$ 라고 하면

$$A(A-6)-16=0$$

$$A^2-6A-16=0$$

$$(A-8)(A+2)=0$$

$\therefore x+y=8$ 또는 $x+y=-2$

따라서 $x+y$ 의 값들의 합은 $8+(-2)=6$ 이다.

19. 이차방정식 $(x+2)^2 - 8 = 2(x+2)$ 의 두 근을 α, β 라 할 때, $\alpha\beta$ 의 값을 구하여라. (단, $\alpha > \beta$)

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$x + 2 = t \text{로 치환하면 } t^2 - 2t - 8 = 0$$

$$(t - 4)(t + 2) = 0$$

$$t = 4 \text{ 또는 } t = -2$$

$$\therefore x = 2 \text{ 또는 } x = -4$$

$$\therefore \alpha\beta = 2 \times (-4) = -8$$

20. 이차방정식 $(x+2)^2 - 3(x+2) - 4 = 0$ 의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$x+2 = A$ 라 하면 $A^2 - 3A - 4 = 0$ 이다.

$$(A-4)(A+1) = 0$$

따라서 $A = 4$ 또는 $A = -1$ 이다. $x+2 = 4$, $x+2 = -1$ 이므로
 $x = 2$ 또는 $x = -3$ 이다.

따라서 $2 + (-3) = -1$ 이다.