

1. 다음 보기의 복소수 중 실수인 것의 개수는?

보기

$2i$, $1 + \sqrt{-4}$, $3 + 4i$, 9 , $i^2 + 1$

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$a + bi$ 에서 $b = 0$ 인 경우, 즉 허수 부분이 0이면 실수이다.
 $2i$ 의 허수 부분은 2, $1 + \sqrt{-4} = 1 + 2i$ 에서 허수 부분은 2이고,
 $3 + 4i$ 의 허수 부분은 4이다.
 9 와 $i^2 + 1 = -1 + 1 = 0$ 의 허수 부분은 0이다.
따라서 실수인 것은 9와 $i^2 + 1$ 로 두 개다.

2. 두 실수 x, y 에 대하여 등식 $(1+i)(x-yi) = 3+i$ 가 성립 할 때, $2x+y$ 의 값은? (단, $i = \sqrt{-1}$)

① -1

② 1

③ 3

④ 5

⑤ 7

해설

$$(x+y) + (x-y)i = 3+i$$

$$\therefore x+y=3, x-y=1$$

$$\therefore x=2, y=1$$

$$\therefore 2x+y=5$$

3. 다음 식을 간단히 하여라.

$$\frac{1-2i}{2+3i} + \frac{1+2i}{2-3i}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{8}{13}$

해설

$$\begin{aligned} & \text{(준식)} \\ &= \frac{(1-2i)(2-3i) + (1+2i)(2+3i)}{(2+3i)(2-3i)} \\ &= \frac{(2-6) + (-4-3i) + (2-6) + (4+3)i}{2^2+3^2} \\ &= \frac{(-4-7i) + (-4+7i)}{13} \\ &= -\frac{8}{13} \end{aligned}$$

4. $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은?

- ① $a \geq 0, b < 0$ ② $a > 0, b > 0$ ③ $a \geq 0, b > 0$
④ $a < 0, b < 0$ ⑤ $a \leq 0, b < 0$

해설

$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$ 가 성립할 조건은 $b < 0$ 이고 $a \geq 0$ 일 때이다.

5. 방정식 $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2x+1}{4}$ 의 해를 구하면?

- ① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{2}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ 1

해설

양변에 12를 곱하면 $4(x+2) - 6 = 3(2x+1)$
이항하여 정리하면 $4x - 6x = 3 - 8 + 6$, $-2x = 1$
 $\therefore x = -\frac{1}{2}$

6. 다음 이차방정식 중에서 한 근이 $x = -1 + \sqrt{3}$ 인 것은?

- ① $(x+1)^2 = -3$ ② $(x+1)^2 = 3$ ③ $(x+3)^2 = -1$
④ $(x+3)^2 = 1$ ⑤ $(x-1)^2 = 1$

해설

$(x+a)^2 = b$ 에서 $x+a = \pm\sqrt{b}$
 $\therefore x = -a \pm \sqrt{b}$ 임을 이용해 각 방정식을 풀면
① $x = -1 \pm \sqrt{-3} = -1 \pm \sqrt{3}i$
② $x = -1 \pm \sqrt{3}$
③ $x = -3 \pm \sqrt{-1} = -3 \pm i$
④ $x = -3 \pm \sqrt{1}$
 $\therefore x = -4$ 또는 $x = -2$
⑤ $x = 1 \pm \sqrt{1}$
 $\therefore x = 0$ 또는 $x = 2$

7. 이차방정식 $x^2 + 8x + 2k = 0$ 이 허근을 가지도록 하는 정수 k 의 값의 최솟값은?

① 6

② 7

③ 8

④ 9

⑤ 10

해설

이차방정식에서 허근을 가질 조건은

$\frac{D'}{4} < 0$ 이어야 하므로,

$16 - 2k < 0, 2k > 16, \therefore k > 8$

$\therefore$ 정수 k 의 최솟값은 9

8. 복소수 z 의 켤레복소수 $\bar{z}$ 라 할 때 $(1+2i)z+3(2-\bar{z})=0$ 을 만족하는 복소수 z 를 구하면?

① $z=2-3i$

② $z=4-3i$

③ $z=6-3i$

④ $z=2+3i$

⑤ $z=4+3i$

해설

$z=a+bi, \bar{z}=a-bi$ 라 하면

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= (1+2i)(a+bi) + 3(2-a+bi) \\ &= (6-2a-2b) + (2a+4b)i\end{aligned}$$

$$\therefore 6-2a-2b=0, 2a+4b=0$$

$$\therefore a=6, b=-3$$

$$\therefore z=6-3i$$

9. x 에 대한 이차방정식 $kx^2 + (2k+1)x + 6 = 0$ 의 해가 2, α 일 때, $k + \alpha$ 의 값을 구하면?

① -1 ② -2 ③ -3 ④ -4 ⑤ -5

해설

해가 2, α 라면 방정식에 2를 대입하면 0이 된다.

$$k \cdot 2^2 + (2k+1)2 + 6 = 0$$

$$4k + 4k + 8 = 0 \text{에서 } k = -1$$

$k = -1$ 을 방정식에 대입하고 α 를 구한다.

$$-x^2 - x + 6 = 0, x^2 + x - 6 = 0$$

$$(x+3)(x-2) = 0, x = 2, -3$$

$$\therefore k = -1, \alpha = -3$$

$$\therefore k + \alpha = -4$$

10. 이차방정식 $ax^2 + 4x - 2 = 0$ 이 서로 다른 두 실근을 가질 때, 실수 a 값의 범위는?

① $a > -2$

② $-2 < a < 0, a > 0$

③ $-2 < a < 0$

④ $a > 2$

⑤ $a < 0, 0 < a < 2$

해설

$ax^2 + 4x - 2 = 0$ 에서

(i) 이차방정식이므로 x^2 의 계수는 $a \neq 0$ 이어야 한다.

(ii) 서로 다른 두 실근을 갖기 위해서는 판별식 $\frac{D}{4} > 0$ 이어야

하므로

$$\frac{D}{4} = 2^2 - (-2a) > 0, 2a + 4 > 0$$

$$\therefore a > -2$$

따라서 실수 a 값의 범위는

$$-2 < a < 0 \text{ 또는 } a > 0$$

11. 이차방정식 $3x^2 + 6x - 2 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, $(\alpha - \beta)^2$ 의 값은?

① $\frac{7}{3}$

② $\frac{20}{3}$

③ 7

④ 20

⑤ -12

해설

$$|\alpha - \beta| = \frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{|a|} = \frac{\sqrt{60}}{3}$$

$$\therefore (\alpha - \beta)^2 = |\alpha - \beta|^2 = \frac{60}{9} = \frac{20}{3}$$

12. 이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와 x 축과의 교점의 x 좌표가 6, b 일 때, $a + b$ 의 값은?

① 11

② 12

③ 13

④ 14

⑤ 15

해설

이차함수 $y = x^2 - 8x + a$ 의 그래프와

x 축과의 교점의 x 좌표는

이차방정식 $x^2 - 8x + a = 0$ 의 실근이다.

$x^2 - 8x + a = 0$ 에 $x = 6$ 을 대입하면

$36 - 48 + a = 0$ 에서 $a = 12$

따라서 $x^2 - 8x + 12 = 0$ 에서 $(x - 2)(x - 6) = 0$

$x = 2$ 또는 $x = 6$

$\therefore b = 2 \therefore a + b = 14$

13. 다음 중 이차함수의 최댓값 M 또는 최솟값 m 이 잘못된 것은?

① $y = 2x^2 - 2x + 3 \quad \left(m = \frac{5}{2}\right)$

② $y = -x^2 - 2x \quad (M = 1)$

③ $y = 2(x + 1)^2 - 5 \quad (m = -5)$

④ $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \quad (m = -3)$

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 2)$

해설

⑤ $y = -\frac{1}{3}(x - 2)^2 \quad (M = 0)$

14. 이차함수 $y = 4x^2 - 24x + 10$ 은 $x = a$ 일 때, 최솟값 b 를 갖는다. $a - b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 29

해설

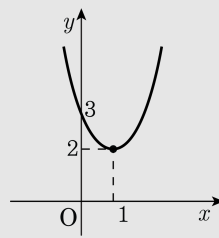
$$\begin{aligned}y &= 4x^2 - 24x + 10 \\&= 4(x^2 - 6x + 9 - 9) + 10 \\&= 4(x - 3)^2 - 26 \\ \therefore a &= 3, b = -26 \\ \therefore a - b &= 3 - (-26) = 29\end{aligned}$$

15. 함수 $y = x^2 - 2x + 3$ 의 x 의 범위가 $0 < x < 1$ 일 때, 이 함수의
함숫값의 범위를 구하면?

- ① $-2 < y < 3$ ② $-2 < y < 2$ ③ $0 < y < 3$
④ $0 < y < 2$ ⑤ $2 < y < 3$

해설

$y = x^2 - 2x + 3 = (x - 1)^2 + 2$
따라서 함수의 그래프는 다음의 그림과
같다.
 $f(0) = 3$, $f(1) = 2$ 이므로
함숫값의 범위는 $2 < y < 3$



16. 다음 삼차방정식을 풀었을 때 두 허근의 합을 구하여라.

$$x^3 - x^2 + x - 6 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$f(x) = x^3 - x^2 + x - 6$ 으로 놓으면 $f(2) = 8 - 4 + 2 - 6 = 0$ 이므로 $f(x)$ 는 $x - 2$ 를 인수로 갖는다.

2		1	-1	1	-6
			2	2	6
		1	1	3	0

위의 조립제법에서 $f(x) = (x - 2)(x^2 + x + 3)$ 이므로 주어진 방정식은 $(x - 2)(x^2 + x + 3) = 0$

$$\therefore x = 2, x = \frac{-1 \pm \sqrt{11}i}{2}$$

두 허근의 합은 -1

17. 다음 방정식의 모든 해의 합을 구하여라.

$$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$x^4 - 13x^2 + 36 = 0$ 에서
 $x^2 = t$ 로 놓으면
 $t^2 - 13t + 36 = 0, (t - 4)(t - 9) = 0$
 $\therefore t = 4$ 또는 $t = 9$
(i) $t = 4$ 일 때, $x^2 = 4$
 $\therefore x = \pm 2$
(ii) $t = 9$ 일 때, $x^2 = 9$
 $\therefore x = \pm 3$
따라서 모든 해의 합은
 $(-2) + 2 + (-3) + 3 = 0$

18. 삼차방정식 $x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$ 의 한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 일 때, 다른 두 근을 구하면? (단, a, b 는 유리수)

- ① $1 - \sqrt{2}, 2$ ② $-1 + \sqrt{2}, -3$ ③ $1 - \sqrt{2}, 3$
④ $1 - \sqrt{2}, -3$ ⑤ $-1 + \sqrt{2}, 3$

해설

한 근이 $1 + \sqrt{2}$ 이면 다른 한 근은 $1 - \sqrt{2}$ 이다.
삼차방정식의 근과 계수의 관계에 의해 세근의 합은 5이므로
 $\therefore 1 + \sqrt{2} + (1 - \sqrt{2}) + \alpha = 5, \alpha = 3$
 $\therefore$ 다른 두 근은 $3, 1 - \sqrt{2}$

19. $\begin{cases} x-y=1 \\ x^2+y^2=5 \end{cases}$ 에서 xy 의 값을 구하면?

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\begin{cases} x-y=1 & \cdots \textcircled{A} \\ x^2+y^2=5 & \cdots \textcircled{B} \end{cases}$$

①에서 $x=y+1$ 을 ②에 대입하면,

$$(y+1)^2+y^2=5$$

$$y^2+y-2=0$$

$$(y+2)(y-1)=0$$

$$\therefore y=-2 \text{ 또는 } y=1$$

$$y=-2 \text{ 를 } \textcircled{A} \text{ 에 대입하면 } x=-1$$

$$y=1 \text{ 을 } \textcircled{B} \text{ 에 대입하면 } x=2$$

$$\therefore xy=2$$

20. x 에 대한 이차방정식 $x^2 + bx = -(a^2 - 3bx + c^2)$ 이 중근을 가질 때, a, b, c 를 세 변의 길이로 갖는 삼각형은 어떤 삼각형인가?
- ① 둔각삼각형

② a 가 빗변인 직각삼각형

③ b 가 빗변인 직각삼각형

④ $a = b$ 인 이등변삼각형

⑤ $b = c$ 인 이등변삼각형

해설

주어진 식을 정리하면
 $x^2 - 2bx + a^2 + c^2 = 0$ 이
방정식이 중근을 가지므로
 $\frac{D}{4} = (-b)^2 - (a^2 + c^2) = 0$
 $\therefore b^2 = a^2 + c^2$
따라서 b 가 빗변인 직각삼각형이다.

21. 직선 $y = 2x + a$ 와 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프가 한 점에서 만날 때, 상수 a 의 값은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

직선 $y = 2x + a$ 와 이차함수 $y = x^2 - 1$ 의 그래프가 한 점에서 만나므로

이차방정식 $2x + a = x^2 - 1$, 즉 $x^2 - 2x - a - 1 = 0$ 의 판별식을

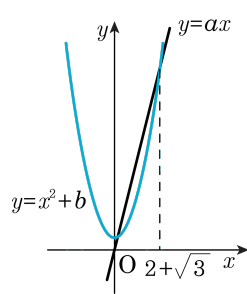
D라 하면

$$\frac{D}{4} = 1 + a + 1 = 0$$

$$\therefore a = -2$$

22. 다음 그림과 같이 이차함수 $y = x^2 + b$ 의 그래프와 직선 $y = ax$ 가 서로 두 점에서 만나고, 한 교점의 x 좌표가 $2 + \sqrt{3}$ 일 때, $a + b$ 의 값은?(단, a, b 는 유리수)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5



해설

$x^2 + b = ax$,
즉 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이다.
이때, a, b 는 모두 유리수이므로
방정식 $x^2 - ax + b = 0$ 의 한 근이 $2 + \sqrt{3}$ 이면
다른 한 근은 $2 - \sqrt{3}$ 이다.
따라서 근과 계수와의 관계에 의하여
 $a = (2 + \sqrt{3}) + (2 - \sqrt{3}) = 4$,
 $b = (2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}) = 1$
 $\therefore a + b = 5$

23. 지면으로부터 30m 높이의 건물 옥상에서 초속 20m 로 똑바로 위로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이를 y_m 라고 하면 $y = -5x^2 + 20x + 30$ 의 관계가 성립한다. 이 물체가 최고 높이에 도달할 때까지 걸린 시간과 그 때의 높이를 구하여라.

▶ 답: 초

▶ 답: m

▶ 정답 : 2초

▷ 정답 : 50m

해설

$y = -5x^2 + 20x + 30$ 에서 $y = -5(x-2)^2 + 50$ 이다.
따라서 $x = 2$ 일 때, y 는 최댓값 50 을 갖는다.

24. 방정식 $(x^2 + x + 2)^2 + 8 = 12(x^2 + x)$ 의 모든 근의 합은?

- ① 1 ② 0 ③ -1 ④ -2 ⑤ -3

해설

$$x^2 + x = Y \text{ 라 하면, } (Y + 2)^2 + 8 = 12Y$$

$$Y^2 - 8Y + 12 = 0, (Y - 2)(Y - 6) = 0$$

$$Y = 2 \text{ 또는 } Y = 6$$

$$(i) Y = 2$$

$$x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = -2 \text{ 또는 } x = 1$$

$$(ii) Y = 6$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \text{ 또는 } x = 2$$

$$\therefore \text{ 모든 근의 합} = -2$$

25. 방정식 $x^3 = 1$ 의 두 허근을 $\omega, \bar{\omega}$ 라고 할 때, 다음 관계식이 성립하지 않는 것은?
- ① $\omega + \bar{\omega} = -1$

② $\omega \cdot \bar{\omega} = 1$

③ $\omega^2 + (\bar{\omega})^2 = 1$

④ $\omega^2 = \bar{\omega}, (\bar{\omega})^2 = \omega$

⑤ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$

해설

$$x^3 = 1, (x - 1)(x^2 + x + 1) = 0,$$
$$x^2 + x + 1 = 0 \quad \omega^3 = 1,$$
$$\omega^2 + \omega + 1 = 0,$$
$$\bar{\omega}^2 + \bar{\omega} + 1 = 0$$

① $x^2 + x + 1 = 0$ 두근은 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로
 $\omega + \bar{\omega} = -1$ (○)

② $x^2 + x + 1 = 0$ 두근은 $\omega, \bar{\omega}$ 이므로
 $\omega \cdot \bar{\omega} = 1$ (○)

③ $\omega^2 + \bar{\omega}^2 = (\omega + \bar{\omega})^2 - 2\omega \cdot \bar{\omega}$
 $= (-1)^2 - 2 \cdot 1 = -1$ (×)

④ $\omega + \bar{\omega} = -1,$
 $\bar{\omega} = -1 - \omega$
 $= -(1 + \omega) = \omega^2$
 $\omega + \bar{\omega} = -1, \omega = -1 - \bar{\omega} = -(1 + \bar{\omega})$
 $= \bar{\omega}^2$ (○)

⑤ $\omega^2 + \omega + 1 = 0$ (○)

26. 다음은 삼차방정식 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 한 근을 α 라고 할 때, $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이고, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근임을 보인 과정이다. (가)~(마)에 들어갈 말로 옳지 않은 것은?

α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (\text{가}) = (\text{나}) = 0 \quad (\because \textcircled{1})$
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다. 또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = (\text{다}) = (\text{라}) = (\text{마}) = 0 \quad (\because \textcircled{1})$
따라서, $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

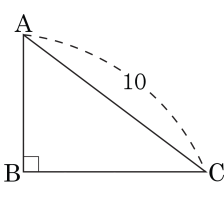
- ① (가) $(-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$ ② (나) $-(\alpha^3 - p\alpha + 1)$
③ (다) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$ ④ (라) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3)$
⑤ (마) $\left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0$

해설

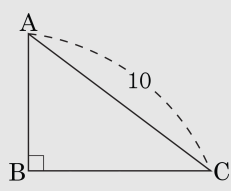
α 는 $x^3 + px + 1 = 0$ 의 근이므로 $\alpha^3 + p\alpha + 1 = 0 \quad \dots \textcircled{1}$
 $f(x) = x^3 + px - 1$ 이라고 하면 $f(-\alpha) = (-\alpha)^3 + p(-\alpha) - 1$
 $= -(\alpha^3 + p\alpha + 1) = 0 \quad (\because \textcircled{1})$
따라서 $-\alpha$ 는 $x^3 + px - 1 = 0$ 의 근이다.
또 $g(x) = x^3 + px^2 + 1$ 이라고 하면 $g\left(\frac{1}{\alpha}\right) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 + p\left(\frac{1}{\alpha}\right)^2 + 1$
 $= \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 (1 + p\alpha + \alpha^3) = \left(\frac{1}{\alpha}\right)^3 \cdot 0 = 0 \quad (\because \textcircled{1})$
따라서 $\frac{1}{\alpha}$ 은 $x^3 + px^2 + 1 = 0$ 의 근이다.

27. 다음 그림의 직각삼각형 ABC 에서 둘레의 길이가 24 이고, 빗변의 길이가 10 이다. 이때, 두 선분 AB 와 BC 의 길이의 곱을 구하면?

- ① 48 ② 40 ③ 32
 ④ 18 ⑤ 12



해설



$$\overline{AB} = a, \overline{BC} = b$$

둘레의 길이가 24 이므로

$$24 = a + b + 10$$

$$a + b = 14$$

직각삼각형이므로,

$$a^2 + b^2 = 10^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$ab = \frac{1}{2} \{ (a + b)^2 - (a^2 + b^2) \}$$

$$= \frac{1}{2} \{ 14^2 - 10^2 \} = \frac{1}{2} \cdot 96 = 48$$

28. 이차방정식 $2x^2 - 5x + k = 0$ 의 근이 유리수가 되는 k 의 최대 정수값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

근이 유리수이므로, 판별식 $D \geq 0$ 이어야 한다.

$D = 25 - 8k \geq 0$ 곧, $k \leq \frac{25}{8}$ 이어야 한다.

k 는 정수이므로 $k = 3, 2, 1, \dots$ 이고,
이 중 $D \geq 0$ 조건을 만족하는 최대 정수는 $k = 3$ 이다.

29. a, b, c 는 모두 양수이다. 방정식 $ax^2 - bx + c = 0$ 의 해가 α, β 일 때, 방정식 $cx^2 - bx + a = 0$ 의 해를 구하면?

- ① α, β
- ② $-\alpha, -\beta$
- ③ $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$
- ④ $-\frac{1}{\alpha}, -\frac{1}{\beta}$
- ⑤ $\alpha, -\beta$

해설

$$\alpha + \beta = \frac{b}{a}, \alpha\beta = \frac{c}{a}$$

$cx^2 - bx + a = 0$ 에서

$$(\text{두 근의 합}) = \frac{b}{c} = \frac{\alpha + \beta}{\alpha\beta} = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} \left(\because \frac{b}{c} = \frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}} \right)$$

$$(\text{두 근의 곱}) = \frac{a}{c} = \frac{1}{\alpha\beta}$$

따라서 구하는 두 근은 $\frac{1}{\alpha}, \frac{1}{\beta}$ 이다.

해설

$ax^2 - bx + c = 0$ 의 양변을 $x^2 (\neq 0)$ 으로 나누면

$$a - \frac{b}{x} + \frac{c}{x^2} = 0$$

이 때, $\frac{1}{x} = t$ 라 놓으면, $ct^2 - bt + a = 0$

$$t = \frac{1}{x} = \frac{1}{\alpha} \text{ 또는 } \frac{1}{\beta}$$

$\therefore cx^2 - bx + a = 0$ 의 해는 $\frac{1}{\alpha}$ 또는 $\frac{1}{\beta}$ 이다.

30. 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 는 $x = 2$ 일 때, 최솟값 -3 을 갖고, 그래프가 점 $(-1, 6)$ 을 지난다고 할 때, $a + b + c$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x - 2)^2 - 3$

점 $(-1, 6)$ 을 대입하면 $a = 1$

$y = (x - 2)^2 - 3 = x^2 - 4x + 1$ 에서

$a = 1, b = -4, c = 1$

따라서 $a + b + c = -2$ 이다.

31. $x + y = 10$ 일 때, $x^2 + y^2$ 의 최솟값을 구하면?

① 10

② 24

③ 40

④ 45

⑤ 50

해설

$$y = 10 - x$$

$$x^2 + y^2 = x^2 + (10 - x)^2$$

$$= x^2 + x^2 - 20x + 100$$

$$= 2x^2 - 20x + 100$$

$$= 2(x^2 - 10x + 25 - 25) + 100$$

$$= 2(x - 5)^2 + 50$$

따라서 $x = 5$ 일 때 최솟값은 50 이다.

32. 실수 x, y 가 방정식 $x^2 + 2xy + 2y^2 + y - 6 = 0$ 을 만족할 때, y 의 최댓값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

x 에 대한 이차방정식 $x^2 + 2yx + 2y^2 + y - 6 = 0$ 이 실근을 가지므로 판별식을 D 라고 하면

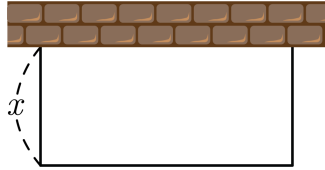
$$\frac{D}{4} = y^2 - (2y^2 + y - 6) \geq 0$$

$$y^2 + y - 6 \leq 0, \quad (y + 3)(y - 2) \leq 0$$

$\therefore -3 \leq y \leq 2$ 따라서, y 의 최댓값은 2 이다.

33. 아래 그림과 같이 40 m 인 철망으로 직사각형의 모양의 닭장을 만들려고 한다.

넓이가 최대가 되도록 하는 x 의 값은?

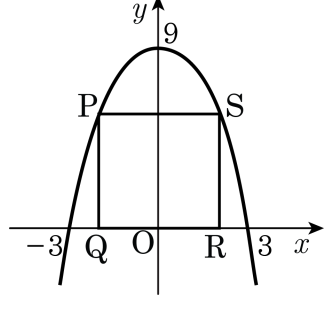


- ① 6m ② 8m ③ 10m ④ 12m ⑤ 14m

해설

직사각형의 세로의 길이를 x , 가로 길이를 $20 - 2x$ 라고 하면,
 $y = x(40 - 2x)$
 $= -2x^2 + 40x$
 $= -2(x - 10)^2 + 200$
 $x = 10$ 일 때, 최댓값은 200 이다.

34. 다음의 그림과 같이 이차함수 $y = f(x)$ 에 내접하는 직사각형 PQRS 가 있다. PQRS 의 둘레의 길이의 최댓값을 구하여라.



▶ 답 :

▷ 정답 : 20

해설

먼저 이차함수의 식을 구하면
(0, 9) 를 지나므로 $y = mx^2 + 9$,
(3, 0) 을 지나므로 $y = -x^2 + 9$
 $R(a, 0)$ 이라 하면 (단, $0 < a < 3$), $S(a, -a^2 + 9)$
직사각형의 가로는 $2a$, 세로는 $-a^2 + 9$
둘레는 $2(2a + (-a^2 + 9)) = -2(a - 1)^2 + 20$
따라서 둘레의 최댓값은 20

35. 이차방정식 $x^2 + mx - m + 1 = 0$ 이 양의 정수근 $\alpha, \beta (\alpha < \beta)$ 를 가질 때, $\alpha^2 + \beta^2 + m$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{cases} \alpha + \beta = -m & \dots \textcircled{1} \\ \alpha\beta = -m + 1 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② - ①을 하면 $\alpha\beta - \alpha - \beta = 1$, $(\alpha - 1)(\beta - 1) = 2$

α, β 가 양의 정수이므로

$\alpha - 1 = 1, \beta - 1 = 2$ 또는 $\alpha - 1 = 2, \beta - 1 = 1$

$\therefore (\alpha, \beta) = (2, 3), (3, 2)$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 = 13$

$\alpha + \beta = -m$ 이므로 $m = -5$

$\therefore \alpha^2 + \beta^2 + m = 13 + (-5) = 8$