1. 다음 식에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 고르면?

$$-2ax^2y^2 + xy - 3$$

① 항이 모두 3개로 이루어진 식이다.

② x 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.

③ y 에 대한 내림차순으로 정리된 식이다.

④ x 에 관한 4차식이다.

⑤ xy 의 계수는 1이다.

해설

④ x 에 관한 2차식이다.

2. 두 다항식 $A = 3x - y + 1$, $B = -x + 2y - 2$에 대하여 $A - B$의 계산결과로 맞는 식은?

① $2x - 3y - 1$ ② $4x + y - 1$ ③ $2x + 3y + 3$

④ $4x - 3y + 3$ ⑤ $2x + y - 1$

해설

$$\begin{aligned} A - B &= (3x - y + 1) - (-x + 2y - 2) \\ &= 3x - y + 1 + x - 2y + 2 \\ &= 4x - 3y + 3 \end{aligned}$$

3. $(x^3-3x^2+3x+4)(x^2+2x-5)$를 전개한 식에서 x^2의 계수를 구하면?

① 10 ② 15 ③ 19 ④ 21 ⑤ 25

해설

전개식에서 x^2 항은

ⅰ) (이차항)×(삼차항)에서 $15x^2+4x^2=19x^2$

ⅱ) (일차항)×(일차항)에서 $6x^2$

$\therefore$ x^2의 계수는 $19+6=25$

4. 모든 실수 x에 대하여 등식 $3x^2+2x+7=a(x+1)^2+b(x+1)+c$가 성립할 때, 상수 c의 값은?

① -6　　② -7　　③ 6　　④ 7　　⑤ 8

해설

항등식이므로 우변을 전개하여 동류항끼리 비교한다.

$3x^2+2x+7=ax^2+(2a+b)x+a+b+c$

$a=3,\ 2a+b=2,\ a+b+c=7$

$\therefore$ 연립하면 $a=3,\ b=-4,\ c=8$

해설

조립제법 사용

$$
\begin{array}{r|rrr}
-1 & 3 & 2 & 7 \\
 & & -3 & 1 \\
\hline
-1 & 3 & -1 & \boxed{8} \rightarrow c \\
 & & -3 & \\
\hline
 & 3 & \boxed{-4} \rightarrow b & \\
 & \downarrow & & \\
 & a & &
\end{array}
$$

5. 다항식 x^3+5x^2-kx-k 가 $x-1$ 로 나누어 떨어지도록 상수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

인수정리에 의해서 $x=1$ 을 대입하면

$1^3+5\times 1^2-k\times 1-k=0$

$\therefore\ k=3$

6. $x^3+x^2-8x-12$를 인수분해하면 $(x-3)\boxed{\qquad}$ 이다. 이 때, □안에 알맞은 식은?

① $(x+2)^2$ ② $(x-2)^2$ ③ $(x+1)^2$

④ $(x-3)^2$ ⑤ $(x+3)^2$

해설

조립제법을 이용한다.

3	1	1	-8	-12
		3	12	12
-2	1	4	4	0
		-2	-4	
-2	1	2	0	
		-2		
	1	0		

$x^3+x^2-8x-12=(x-3)(x+2)^2$

$\therefore \boxed{\qquad} = (x+2)^2$

7. $2012 = k$라 할 때, 2013×2011을 k로 나타내면?

① $k^2 + k$ ② $k^2 - 1$ ③ $k^2 + k + 1$

④ $k^2 - k + 1$ ⑤ $k^2 - k$

해설

$$\begin{aligned} 2013 \times 2011 &= (k+1)(k-1) \\ &= k^2 - 1 \end{aligned}$$

8. $(6x^3 - x^2 - 5x + 5) \div (2x - 1)$의 몫을 a, 나머지를 b라 할 때, $a + b$를 구하면?

① $3x^2 + x + 1$ ② $x^2 + x + 1$ ③ $3x^2 + 1$

④ $x^2 + x - 1$ ⑤ $3x^2 + x$

해설

나눗셈을 이용하면 $a = 3x^2 + x - 2$, $b = 3$

$\therefore\ a + b = 3x^2 + x + 1$

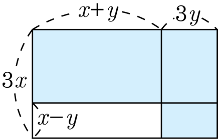
해설

조립제법을 이용할 수 있다.

이 때, $2x - 1$로 나눈 몫은 $x - \frac{1}{2}$로 나눈 몫의 $\frac{1}{2}$이고 나머지는 같다.

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x - \frac{1}{2}\right) Q(x) + R \\ &= (2x - 1) \cdot \frac{1}{2} \cdot Q(x) + R \end{aligned}$$

9. 다음 그림의 직사각형에서 색칠한 부분의 넓이를 나타내는 식을 세워 전개하였을 때, y^2 항의 계수는?



① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x+4y)(3x)-(x+y)(x-y)$

$=3x^2+12xy-x^2+y^2$

$=2x^2+12xy+y^2$

10. $f(x)=x^3-3x^2+3x+1$일 때, $f(x)-2=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$가 항상 성립하도록 하는 상수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$f(x)-2=x^3-3x^2+3x-1$이므로

$x^3-3x^2+3x-1=x(x^2-1)+a(x-x^2)+b(x^2-1)$

$=x^3+(-a+b)x^2+(a-1)x-b\cdots$㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로 양변의 차수가 같은 항의 계수가 같아야 한다.

즉, $-a+b=-3,\ a-1=3,\ b=1$

이므로 $a=4,\ b=1$

$\therefore\ a+b=5$

11. 등식 $x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$ 이 x에 관한 항등식일 때, $a^2+b^2+c^2$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$x^2-2x+3=a+b(x-1)+c(x-1)^2$

$x=1$을 대입하면 $2=a$ ⋯⋯①

$x=0$을 대입하면 $3=a-b+c$ ⋯⋯②

$x=2$를 대입하면 $3=a+b+c$ ⋯⋯③

①을 ②, ③에 대입하여 정리하면

$b-c=-1$, $b+c=1$

두 식을 연립하면 $b=0$, $c=1$

$\therefore\ a^2+b^2+c^2=4+0+1=5$

12. 다음 등식이 k의 값에 관계없이 항상 성립할 때, xy의 값을 구하여라.

$$(2k+3)x+(3k-1)y+5k-9=0$$

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

k에 대하여 내림차순으로 정리하면

$(2x+3y+5)k+(3x-y-9)=0$

이것은 k에 대한 항등식이므로

$2x+3y+5=0$

$3x-y-9=0$

연립방정식을 풀면 $x=2,\ y=-3$

$\therefore\ xy=2\times(-3)=-6$

13. 다항식 x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 나눌 때, 나머지가 $3x+4$가 되도록 상수 $a+b$의 값을 정하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -7

해설

x^3+ax-8을 x^2+4x+b로 직접나눈 나머지는

$(a-b+16)x+4b-8$

$(a-b+16)x+4b-8=3x+4 \cdots\cdots$ ㉠

㉠이 x에 대한 항등식이므로,

$a-b+16=3,\ 4b-8=4$

$\therefore\ a=-10,\ b=3$

$\therefore\ a+b=-7$

해설

$x^3+ax-8=(x^2+4x+b)(x+p)+3x+4$의 양변의 계수를 비교하여 $a=-10,\ b=3,\ p=-4$를 구해도 된다.

14. $f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$가 $(x-1)(x+2)$로 나누어 떨어지도록 상수 $a+b$의 값을 정하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$f(x) = x^3 - ax^2 + bx - 2$ 라 놓으면,

$f(1) = 1 - a + b - 2 = 0$

$\therefore\ -a + b = 1 \cdots$ ㉠

$f(-2) = -8 - 4a - 2b - 2 = 0$

$\therefore\ 2a + b = -5 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡에서 $a = -2,\ b = -1$

15. $(x^2+x)(x^2+x+1)-6$을 인수분해하면?

① $(x-1)(x+2)(x^2+x+3)$ ② $(x-1)(x+2)(x^2+x-3)$

③ $(x-2)(x+1)(x^2+x+3)$ ④ $(x-1)(x+2)(x^2-x+3)$

⑤ $(x+1)(x-2)(x^2-x+3)$

해설

$x^2+x=X$라 하자.

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= X(X+1)-6\\ &= X^2+X-6\\ &= (X+3)(X-2)\\ &= (x^2+x+3)(x^2+x-2)\\ &= (x-1)(x+2)(x^2+x+3)\end{aligned}$$

16. 다음 중 다항식 $x^4 - 5x^2 + 4$를 인수분해 할 때, 나타나는 인수가 아닌 것은?

① $x - 1$ ② $x - 2$ ③ $x - 3$ ④ $x + 1$ ⑤ $x + 2$

해설

$$\begin{aligned} x^4 - 5x^2 + 4 &= (x^2 - 1)(x^2 - 4) \\ &= (x+1)(x-1)(x+2)(x-2) \end{aligned}$$

17. x^2-2x-y^2+2y를 인수분해 하였더니 $(x+ay)(x-by+c)$가 된다고 할 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

x^2-2x-y^2+2y
$=(x^2-y^2)-2(x-y)$
$=(x+y-2)(x-y)$
$=(x+ay)(x-by+c)$
계수를 비교하면
$a=-1, b=-1, c=-2$
$\therefore a+b+c=-1-1-2=-4$

18. 두 다항식 $3x^4-2x^3-9x^2+4$, $3x^3-3x^2-6x$의 최대공약수를 구하면?

① $(x-1)(x-2)$　　② $(x+1)(x+2)$　　③ $(x+1)(x-2)$

④ $(x-1)(x-2)$　　⑤ $(x+1)(x-1)$

해설

$3x^4-2x^3-9x^2+4$

$=(x+1)(x-2)(x+1)(3x-2)$

$3x^3-3x^2-6x=3x(x-2)(x+1)$

$\therefore$ 최대공약수 : $(x-2)(x+1)$

19. 세 개의 다항식 x^3+ax+b, x^3+cx^2+a, cx^2+bx+4, 의 공약수 중 하나가 $x-1$일 때, $a+b+c$의 값은?

① 2　　② -2　　③ 3　　④ -3　　⑤ 4

해설

$f(x)=x^3+ax+b \rightarrow f(1)=1+a+b=0\cdots$㉠

$g(x)=x^3+cx^2+a \rightarrow g(1)=1+c+a=0\cdots$㉡

$h(x)=cx^2+bx+4 \rightarrow h(1)=c+b+4=0\cdots$㉢

㉠+㉡+㉢에서 $2(a+b+c)+6=0$

$\therefore\ a+b+c=-3$

20. 두 다항식 $A=a+2b$, $B=2a+3b$일 때, $2A+B$를 구하는 과정에서 사용된 연산법칙 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\begin{aligned} 2A+B &= 2(a+2b)+(2a+3b) \\ &= (2a+4b)+(2a+3b) && \text{㉠ 분배법칙} \\ &= 2a+(4b+2a)+3b && \text{㉡ 결합법칙} \\ &= 2a+(2a+4b)+3b && \text{㉢ 교환법칙} \\ &= (2a+2a)+(4b+3b) && \text{㉣ 교환법칙} \\ &= (2+2)a+(4+3)b && \text{㉤ 분배법칙} \\ &= 4a+7b \end{aligned}$$

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

㉣ $2a+(2a+4b)+3b=(2a+2a)+(4b+3b)$: 결합법칙

21. 다음 식을 전개한 것 중 옳은 것을 고르면?

① $(x-y-z)^2 = x^2 - y^2 - z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$

② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 18xy^2 - 8y^3$

③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy-y^2)(x^2-xy+y^2) = x^9 - y^9$

④ $(x^2-2xy+2y^2)(x^2+2xy+2y^2) = x^4 + 4y^4$

⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+2x+2y+1) = x^3 + y^3 - 3xy - 1$

해설

① $(x-y-z)^2 = x^2 + y^2 + z^2 - 2xy + 2yz - 2zx$
② $(3x-2y)^3 = 27x^3 - 54x^2y + 36xy^2 - 8y^3$
③ $(x+y)(x-y)(x^2+xy+y^2)(x^2-xy+y^2)$
$= x^6 - y^6$
⑤ $(x+y-1)(x^2+y^2-xy+x+y+1)$
$= x^3 + y^3 - 3xy - 1$

22. $(a+b)(a^2-ab+b^2)(a^3-b^3)$ 의 전개식으로 옳은 것은?

① a^3+b^3 ② a^6+b^6 ③ a^6-b^6

④ a^9+b^9 ⑤ a^9-b^9

해설

(준 식)$=(a^3+b^3)(a^3-b^3)=a^6-b^6$

23. $(10^5+2)^3$ 의 각 자리의 숫자의 합을 구하여라.

① 15　　② 18　　③ 21　　④ 26　　⑤ 28

해설

준식을 전개하면

$10^{15}+2^3+3\times 2\times 10^5(10^5+2)$

$=10^{15}+2^3+6\times 10^{10}+12\times 10^5$

$=10^{15}+10^{10}\times 6+10^5\times 12+8$

$\therefore\ 1+6+1+2+8=18$

24. $a+b+c=0,\ a^2+b^2+c^2=1$일 때, $4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$의 값은?

① $\frac{1}{4}$　② $\frac{1}{2}$　③ 1　④ 2　⑤ 3

해설

$(a+b+c)^2=a^2+b^2+c^2+2(ab+bc+ca)$

$\therefore\ ab+bc+ca=-\frac{1}{2}$

$4(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2)$

$=4\{(ab+bc+ca)^2-2abc(a+b+c)\}$

$=4\times\left(-\frac{1}{2}\right)^2=1$

25. $\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1}$가 $x-y-1 \neq 0$인 어떤 x, y의 값에 대하여도 항상 일정한 값을 가질 때, $a-b$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -4

해설

$\dfrac{2x+ay-b}{x-y-1} = k$라 놓으면

$2x+ay-b = k(x-y-1)$

x, y에 대하여 정리하면,

$(2-k)x+(a+k)y-b+k=0$

위의 식이 x, y에 대한 항등식이어야 하므로

$2-k=0,\ a+k=0,\ -b+k=0$

$\therefore\ k=2,\ a=-2,\ b=2$

$\therefore\ a-b=-4$

26. 다항식 $f(x)$를 $x-1$, $x+1$로 나누었을 때의 나머지를 각각 m, n이라 하자. 이 때 $f(x)$를$(x+1)(x-1)$로 나누었을 때의 나머지를 $R(x)$를 m과 n이 포함된 식으로 나타내면?

① $R(x)=(m-n)x+(m+n)$

② $R(x)=(m+n)x+(m-n)$

③ $R(x)=(m-n)x-(m+n)$

④ $R(x)=\dfrac{m-n}{2}x+\dfrac{m+n}{2}$

⑤ $R(x)=\dfrac{m+n}{2}x+\dfrac{m-n}{2}$

해설

주어진 조건으로 식을 세우면 각각 다음과 같다.

$$f(x)=(x-1)Q_1(x)+m$$
$$=(x+1)Q_2(x)+n$$
$$f(x)=(x-1)(x+1)Q_3(x)+R(x)$$

즉, $f(1)=R(1)=m \cdots$ ①

$f(-1)=R(-1)=n \cdots$ ②

$R(x)=ax+b$라 하면 ①, ②에 의해

$a+b=m,\ -a+b=n$이므로

$$a=\frac{m-n}{2},\ b=\frac{m+n}{2}$$

$$\therefore R(x)=\frac{m-n}{2}x+\frac{m+n}{2}$$

27. 다항식 $f(x)$ 를 $2x-1$ 로 나누면 나머지는 -4 이고, 그 몫을 $x+2$ 로 나누면 나머지는 2 이다. 이때, $f(x)$ 를 $x+2$ 로 나눌 때의 나머지를 구하시오.

▶ 답 :

▷ 정답 : -14

해설

$f(x)=(2x-1)Q(x)-4$ 라 하면

$f(-2)=-5Q(-2)-4$

그런데 $Q(-2)=2$ 이므로 $f(-2)=-14$

28. 임의의 두 다항식 $A,\ B$에 대하여 연산 $*$를 $A*B=A^2+B^2-A-B$ 라 할 때, 다음 중 $(x+1)*X=2(x+1)^2$을 만족하는 다항식 X는?

① $x-1$　　② $x+2$　　③ $2(x-2)$

④ $2(x+3)$　　⑤ $(x+1)(x-2)$

해설

주어진 조건에 의해, 식을 전개하면 다음과 같다.

$x^2+x+X^2-X=2x^2+4x+2$

$X^2-X=x^2+3x+2,$

$[X-(x+2)][X+(x+1)]$

따라서 $X=x+2$ 또는 $X=-x-1$

29. 3차 이하의 다항식 $f(x)$에 대하여

$$\frac{f(x)}{x(x-1)(x-2)(x-3)} = \frac{a}{x} + \frac{b}{x-1} + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{x-3}$$

가 성립할 때, 다음 중 d와 같은 것은? (단, a, b, c, d는 실수이다.)

① $f(0)$ ② $f(1)$ ③ $\frac{f(2)}{2}$ ④ $\frac{f(3)}{6}$ ⑤ 0

해설

준 식을 정리하면

$f(x) = a(x-1)(x-2)(x-3) + bx(x-2)(x-3) + cx(x-1)(x-3) + dx(x-1)(x-2)$

$x = 3$일 때,

$f(3) = d \cdot 3(3-1)(3-2)$

$\therefore\ d = \frac{f(3)}{6}$

30. 등식 $(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20}$ 이 x에 대한 항등식일 때, $a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20}$ 의 값은?

① -2^{10} ② -2^9 ③ 0 ④ 2^9 ⑤ 2^{10}

해설

$(1+2x-x^2)^{10} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \cdots + a_{20}x^{20} \cdots$ ㉠

㉠은 x에 대한 항등식이므로 x에 어떤 실수 값을 대입해도 항상 성립한다.

㉠의 양변에 $x=1$을 대입하면

$2^{10} = a_0 + a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_{19} + a_{20} \cdots$ ㉡

㉠의 양변에 $x=-1$을 대입하면

$(-2)^{10} = a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots - a_{19} + a_{20} \cdots$ ㉢

㉡ + ㉢을 하면

$2^{10} + (-2)^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$

$2 \times 2^{10} = 2(a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{20})$

$\therefore\ a_0 + a_2 + a_4 + \cdots + a_{18} + a_{20} = 2^{10}$

31. 다항식 $f(x)$를 $x-1$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 R이라 할 때, $xf(x)+3$을 $x-1$로 나눈 몫과 나머지를 차례로 바르게 나열한 것은?

① $Q(x),\ R$
② $Q(x),\ R+3$
③ $xQ(x), R$
④ $xQ(x),\ R+3$
⑤ $xQ(x)+R,\ R+3$

해설

$f(x)=(x-1)Q(x)+R$

$$\begin{aligned} xf(x)+3 &= (x-1)xQ(x)+Rx+3 \\ &= (x-1)xQ(x)+R(x-1)+R+3 \\ &= (x-1)\{xQ(x)+R\}+R+3 \end{aligned}$$

$\therefore$ 몫 : $xQ(x)+R$, 나머지 : $3+R$

32. x^4+3x^2+4를 바르게 인수분해한 것은?

① $(x^2+x+1)(x^2-2x+1)$

② $(x^2+2x+2)(x^2-x+2)$

③ $(x^2-x+2)(x^2+x+2)$

④ $(x^2+x-1)(x^2-2x+1)$

⑤ $(x^2+x-2)(x^2+x+2)$

해설

$$\begin{aligned} x^4+3x^2+4 &= (x^4+4x^2+4)-x^2 \\ &= (x^2+2)^2-x^2 \\ &= (x^2+x+2)(x^2-x+2) \end{aligned}$$

33. 세 양수 $a,\ b,\ c$가 $a^3+b^3+c^3=3abc$를 만족시킬 때 $a,\ b,\ c$를 세 변으로 하는 삼각형의 넓이는 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이라고 한다. 이 때, $a+b+c$의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$a^3+b^3+c^3-3abc$

$=(a+b+c)(a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca)=0$에서

$a>0,\ b>0,\ c>0$이므로 $a+b+c\neq 0$

$\therefore a^2+b^2+c^2-ab-bc-ca=0$

$\therefore\ \frac{1}{2}\{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2\}=0$

$\therefore\ a=b=c$ ($\because a,\ b,\ c$는 실수)

따라서 $a,\ b,\ c$를 세 변으로 하는 삼각형은 정삼각형이고 그 넓이가 $\frac{\sqrt{3}}{4}$이므로 $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}}{4}$,

$a^2=1$

$\therefore\ a=b=c=1$

$\therefore\ a+b+c=3$

34. $a+b+c=1$을 만족하는 세 실수 $a,\ b,\ c$에 대하여 $x=a-2b+3c$,$y=b-2c+3a,\ z=c-2a+3b$라 할 때, $(x^2+2xy+1)+(y^2+2yz+1)+(z^2+2zx+1)$의 값을 구하면?

① 1　　② 3　　③ 5　　④ 7　　⑤ 9

해설

$a+b+c=1$이므로

$x+y+z=2a+2b+2c=2(a+b+c)=2$

$\therefore\ (x^2+2xy+1)+(y^2+2yz+1)+(z^2+2zx+1)$

$=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx+3$

$=(x+y+z)^2+3$

$=2^2+3=4+3=7$

35. 두 다항식 $A = x^3 + x^2 + ax - 3$, $B = x^3 - x^2 - ax + 5$ 의 최대공약수가 일차식일 때, 상수 a 의 값은?

① -3 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 3

해설

$A + B = 2x^3 + 2 = 2(x^3 + 1)$
$= 2(x + 1)((x^2 - x + 1)$
$G = x + 1$ 이므로
$x = -1$ 을 $A,\ B$ 에 대입하면 식의 값은 0
$\therefore\ a = -3$
※ $A = aG,\ B = bG\ (a,\ b$ 는 서로소$)$, $A + B = (a + b)G$
즉, 최대공약수는 두 식의 합의 인수이다.