1. x 에 대한 다항식 $A = 2x^3 + 5x^2 + 4$ 를 다항식 B 로 나눌 때, 몫이 $2x + 1$ 이고, 나머지가 $-6x + 2$ 이다. 이 때, 다항식 B 를 구하면?

① $x^2 + 2x + 2$ ② $x^2 + x + 2$ ③ $x^2 - x + 2$
④ $x^2 - 2x + 2$ ⑤ $x^2 - 3x + 2$

해설

$A = B(2x + 1) - 6x + 2$ 에서
$B(2x + 1) = 2x^3 + 5x^2 + 6x + 2$
$\therefore B = (2x^3 + 5x^2 + 6x + 2) \div (2x + 1)$
$= x^2 + 2x + 2$

2. 다항식 $2x^2+5ax-a^2$을 다항식 $P(x)$로 나눈 몫이 $x+3a$, 나머지가 $2a^2$일 때, 다항식 $(x+a)P(x)$를 나타낸 것은?

① $x^2+2ax-2a^2$　② x^2-a^2

③ $2x^2+3ax+a^2$　④ $2x^2-3ax-a^2$

⑤ $2x^2+ax-a^2$

해설

$2x^2+5ax-a^2=P(x)(x+3a)+2a^2$ 이므로

$P(x)(x+3a)=2x^2+5ax-3a^2$

따라서, 다항식 $P(x)$는 $2x^2+5ax-3a^2$을 $x+3a$로 나눈 몫이므로

$P(x)=2x-a$

$\therefore\ (x+a)P(x)=(x+a)(2x-a)$

$=2x^2+ax-a^2$

3. 1999×2001 의 값을 구하려 할 때, 가장 적절한 곱셈공식은?

① $m(a+b) = ma + mb$

② $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

③ $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

④ $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

⑤ $a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab$

해설

$$\begin{aligned} 1999 \times 2001 &= (2000-1) \times (2000+1) \\ &= 2000^2 - 1^2 \end{aligned}$$

4. $P = (2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$ 의 값을 구하면?

① $2^{32}-1$ ② $2^{32}+1$ ③ $2^{31}-1$

④ $2^{31}+1$ ⑤ $2^{17}-1$

해설

주어진 식에 $(2-1)=1$ 을 곱해도 식은 성립하므로

$P = (2-1)(2+1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= (2^2-1)(2^2+1)(2^4+1)(2^8+1)(2^16+1)$

$= (2^4-1)(2^4+1)(2^8+1)(2^{16}+1)$

$= \quad \vdots$

$= (2^{16}-1)(2^{16}+1)$

$= 2^{32}-1$

5. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2+y^2=7$, $x+y=3$ 일 때, x^5+y^5 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 123

해설

$(x+y)^2=x^2+y^2+2xy$에서 $3^2=7+2xy$, $xy=1$

$(x+y)^3=x^3+y^3+3xy(x+y)$에서 $x^3+y^3=18$

$$\begin{aligned} x^5+y^5 &= (x^2+y^2)(x^3+y^3)-x^2y^2(x+y) \\ &= 7\times 18-1^2\times 3 \\ &= 123 \end{aligned}$$

6. $\frac{x+1}{3} = y-2$를 만족하는 모든 실수 x, y에 대하여, 항상 $ax+by=7$이 성립할 때, a, b의 값을 구하여라. (a, b는 상수)

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a=-1$

▷ 정답: $b=3$

해설

$\frac{x+1}{3} = y-2,\ x+1=3(y-2)$

$x-3y=-7$

$-x+3y=7 \Leftrightarrow ax+by=7$

$\therefore\ a=-1,\ b=3$

7. $\dfrac{2x+3a}{4x+2}$ 가 x에 관계없이 일정한 값을 가질 때, a의 값을 구하면?

$\left(\text{단, } x \neq -\dfrac{1}{2}\right)$

① 1 ② $\dfrac{1}{2}$ ③ $\dfrac{1}{3}$ ④ $\dfrac{1}{4}$ ⑤ $\dfrac{1}{5}$

해설

$\dfrac{2x+3a}{4x+2} = k$ (일정)라 놓으면

$2x+3a = k(4x+2)$ 에서 $(2-4k)x + (3a-2k) = 0$

이 식은 x에 대한 항등식이므로

$2-4k = 0$, $3a-2k = 0$

$\therefore\ k = \dfrac{1}{2}$ 이므로 $a = \dfrac{1}{3}$

8. 다항식 $f(x)$를 다항식 $g(x)$로 나눈 몫을 $Q(x)$, 나머지를 $R(x)$라 할 때 $f(x)$를 $\frac{g(x)}{n}$로 나눈 몫과 나머지를 나타낸 것은?

① 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $R(x)$
② 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $R(x)$
③ 몫 : $\frac{Q(x)}{n}$, 나머지 $\frac{R(x)}{n}$
④ 몫 : $Q(x)$, 나머지 $\frac{R(x)}{x}$
⑤ 몫 : $nQ(x)$, 나머지 $nR(x)$

해설

$f(x) = g(x)Q(x) + R(x) \cdots ㉠$

$f(x) = \frac{g(x)}{n}Q'(x) + R'(x) \cdots ㉡$

㉠ 에서 $f(x) = nQ(x)\frac{g(x)}{n} + R(x)$,

$\frac{Q'(x)}{n} = Q(x),\ R'(x) = R(x)$

$\therefore\ Q'(x) = n \cdot Q(x),\ R'(x) = R(x)$

9. 다항식 $f(x)$를 $x-2,\ x-3$ 으로 나눌 때의 나머지가 각각 $3, 7$이라고 할 때, $f(x)$를 $(x-2)(x-3)$으로 나눌 때의 나머지는?

① $2x+3$ ② $3x-4$ ③ $4x-5$

④ $5x+6$ ⑤ $6x-7$

해설

$f(x) = (x-2)\,Q_1(x) + 3,\ f(2) = 3$
$f(x) = (x-3)\,Q_2(x) + 7,\ f(3) = 7$
$f(x) = (x-2)(x-3)\,Q_3(x) + ax + b$
$f(2) = 2a + b = 3, f(3) = 3a + b = 7$ 이다.
연립하면 $a = 4,\ b = -5$
$\therefore$ 나머지는 $4x-5$

10. $x^4 + 2x^2y^2 + 9y^4$을 인수분해하면?

① $(x^2 + 3y^2)^2$

② $(x^2 - 3y^2)^2$

③ $(x^2 + xy + 3y^2)(x^2 - xy + 3y^2)$

④ $(x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

⑤ $(x^2 + 2xy + 2y^2)(x^2 - 2xy + 2y^2)$

해설

(준식) $= x^4 + 6x^2y^2 + 9y^4 - 4x^2y^2$
$= (x^2 + 3y^2)^2 - (2xy)^2$
$= (x^2 + 2xy + 3y^2)(x^2 - 2xy + 3y^2)$

11. 자연수 $N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$ 의 양의 약수의 개수를 구하여라.(인수분해공식을 이용하여 푸시오.)

▶ 답 : 개

▷ 정답 : 49 개

해설

$a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = (a+1)^3$

$\therefore\ N = 35^3 + 3 \cdot 35^2 + 3 \cdot 35 + 1$

$= (35+1)^3 = 36^3 = 2^6 \times 3^6$

$\therefore$ 약수의 개수 $= (6+1) \times (6+1) = 49$

12. 두 다항식 x^3+2x^2-x-2,
$(x-1)(3x^2+ax+2a)$ 의 최대공약수가 이차식이 되도록 상수 a 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: $a=-3$

해설

$x^3+2x^2-x-2=(x-1)(x+2)(x+1)$
$\therefore 3x^2+ax+2a$ 는
$x+2$ 또는 $x+1$ 을 인수로 가져야 한다.
$f(x)=3x^2+ax+2a$ 로 놓을 때
$x+2$ 가 인수이면 $f(-2)=12-2a+2a=12$ 가 되어 적합하지 않다.
$\therefore x+1$ 를 인수로 갖는다.
$x+1$ 이 인수이면 $f(-1)=3-a+2a=3+a=0$
$\therefore a=-3$

13. 두 다항식 x^2+3x+a, x^2-3x+b의 최대공약수가 $x-1$일 때, 두 다항식의 최소공배수를 $f(x)$라 하자. $f(0)$의 값을 구하면?

① 8 ② 10 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

$x-1$이 최대 공약수라면 두 식에
$x=1$을 대입하면 0이 된다.
$A: x^2+3x+a$ 에 $x=1$을 대입하면
$1+3+a=0 \quad \therefore a=-4$
$B: x^2-3x+b$ 에 $x=1$을 대입하면
$1-3+b=0 \quad \therefore b=2$
$A: x^2+3x-4=(x-1)(x+4)$
$B: x^2-3x+2=(x-1)(x-2)$
최소공배수 $f(x)=(x-1)(x+4)(x-2)$가 된다.
$f(0)=(-1)\cdot(4)\cdot(-2)=8$

14. 이차항의 계수가 1인 두 이차다항식의 최대공약수가 $x+2$이고, 최소공배수가 $x^3-3x^2-4x+12$일 때, 이 두 다항식의 합을 구하면?

① x^2-x-10 ② $2x^2-x-10$ ③ x^2-x-12
④ $2x^2-x-20$ ⑤ $2x^2+x-10$

해설

a, b가 서로소일 때, 두 다항식이 $(x+2)a, (x+2)b$이면 최소공배수는 $(x+2)ab$이다.

$x^3-3x^2-4x+12 = (x+2)ab$

$= (x+2)(x-2)(x-3)$

따라서 두 다항식은 각각

$(x+2)(x-2), (x+2)(x-3)$

$\therefore$(두 다항식의 합)

$= (x+2)(x-2)+(x+2)(x-3)$

$= 2x^2-x-10$

15. 두 다항식 A, B의 최대공약수 G를 $A * B$, 최소공배수 L을 $A \bigstar B$로 나타내기로 할 때, $(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$와 같은 것은?

① AG ② A ③ AL ④ AB ⑤ I

해설

$A = Ga,\ B = Gb(a, b$는 서로소$)$로 놓으면

$(A^2 * B^2) \bigstar (A^2 * AB)$

$= (G^2a^2 * G^2b^2) \bigstar (G^2a^2 * G^2ab)$

$= G^2 \bigstar G^2a$

$= G^2a$

$= AG$

16. $(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$ 가 순허수일 때, x 의 값은?

① 0　② 1　③ −3　④ 1, 3　⑤ −1

해설

$(1+i)x^2+2(1+2i)x-3+3i$

$=x^2+x^2i+2x+4xi-3+3i$

$=(x^2+2x-3)+(x^2+4x+3)i$

순허수를 만족하려면 실수부$=0$, 허수부$\neq 0$이어야 한다.

$x^2+2x-3=0$이면서, $x^2+4x+3\neq 0$인 x값을 찾아야 한다.

$\therefore x=1$

17. 실수 x, y에 대하여 $(1+i)x+(i-1)y=2i$일 때, $x+y$의 값은? (단, $i=\sqrt{-1}$)

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(1+i)x+(i-1)y=2i$

$(x-y)+(x+y)i=2i$

좌변과 우변이 같아야 하므로, $x-y=0,\ x+y=2$

두 식을 연립하여 풀어주면, $\therefore\ x=1,\ y=1$

$\therefore\ x+y=2$

18. $(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$ 를 계산하면?

① $17-i$ ② $3+i$ ③ $3-i$ ④ $7+i$ ⑤ $7-i$

해설

$(1+3i)(1-3i)-(2-i)(3+i)$
$= (1+9)-(6-i+1)$
$= 3+i$

19. $\dfrac{2+3i}{3-i}$ 를 계산하면?

① $\dfrac{3+11i}{8}$ ② $\dfrac{9+11i}{8}$ ③ $\dfrac{3+9i}{10}$

④ $\dfrac{3+11i}{10}$ ⑤ $\dfrac{9+11i}{10}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{2+3i}{3-i} &= \frac{(2+3i)(3+i)}{(3-i)(3+i)} \\ &= \frac{6-3+11i}{10} \\ &= \frac{3+11i}{10}\end{aligned}$$

20. $(3+4i)^5(15-20i)^5$ 을 간단히 하면?(단, $i=\sqrt{-1}$)

① 5^7 ② 5^{10} ③ 5^{12} ④ 5^{15} ⑤ 5^{20}

해설

$$\begin{aligned}(\text{준식}) &= 5^5(3+4i)^5(3-4i)^5 \\ &= 5^5\{(3+4i)(3-4i)\}^5 \\ &= 5^5(5^2)^5 \\ &= 5^{15}\end{aligned}$$

21. 다음 <보기>에서 계산 중 잘못된 것을 모두 고르면? (단, $i = \sqrt{-1}$)

보기

ㄱ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{(-3)\cdot(-3)} = \sqrt{9} = 3$

ㄴ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5\times(-2)} = \sqrt{-10} = \sqrt{10}i$

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \sqrt{\dfrac{2}{-6}} = \sqrt{-\dfrac{1}{3}} = \sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

ㄹ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{-10}{2}} = \sqrt{-5} = \sqrt{5}i$

① ㄱ, ㄴ ② ㄱ, ㄷ ③ ㄴ, ㄷ, ㄹ

④ ㄴ, ㄹ ⑤ ㄷ, ㄹ

해설

ㄱ. $\sqrt{-3}\sqrt{-3} = \sqrt{3}i\sqrt{3}i = \sqrt{9}i^2 = -3$

∴ 옳지 않다.

ㄴ. $\sqrt{5}\sqrt{-2} = \sqrt{5}\sqrt{2}i = \sqrt{10}i$

∴ 옳다.

ㄷ. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{-6}} = \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}i} = \sqrt{\dfrac{2}{6}}\cdot\dfrac{i}{i^2} = -\sqrt{\dfrac{1}{3}}i$

∴ 옳지 않다.

ㄹ. $\dfrac{\sqrt{-10}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{10}i}{\sqrt{2}} = \sqrt{\dfrac{10}{2}}i = \sqrt{5}i$

∴ 옳다.

22. $a-b<0$ 이고 $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 일 때, $\sqrt{(a-b)^2}-|a+b|$ 를 간단히 하면?

① b ② $2b$ ③ $a-2b$

④ $2a+b$ ⑤ 0

해설

$a-b<0$, $\sqrt{a}\sqrt{b}=-\sqrt{ab}$ 이므로 $a<0,\ b<0$

따라서 $a-b<0,\ a+b<0$ 이므로

$$\begin{aligned}\sqrt{(a-b)^2}-|a-b|&=|a-b|-|a+b|\\&=-(a-b)+(a+b)\\&=-a+b+a+b=2b\end{aligned}$$

23. 방정식 $|x-1|=2$의 해를 모두 구하여라.

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 3

▷ 정답: -1

해설

ⅰ) $x \geq 1$일 때
$|x-1| = x-1$이므로, $x-1=2$
$\therefore x=3$
ⅱ) $x<1$일 때
$|x-1| = -x+1$이므로, $-x+1=2$
$\therefore x=-1$
따라서 (ⅰ), (ⅱ)에서 $x=3$ 또는 $x=-1$

24. x에 대한 이차방정식 $x^2-2(m+a-1)x+m^2+a^2-2b=0$이 m의 값에 관계없이 중근을 갖는다. $a+b$의 값은?

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ 2 ⑤ $\frac{5}{3}$

해설

중근을 가지므로, $\frac{D'}{4}=0$을 만족한다.

$\frac{D'}{4}=(m+a-1)^2-(m^2+a^2-2b)=0$

$m(2a-2)+(1-2a+2b)=0$

m에 대한 항등식이므로

$2a-2=0,\ 1-2a+2b=0$

$\therefore\ a=1,\ b=\frac{1}{2}$

$\therefore\ a+b=\frac{3}{2}$

25. 조건 $x^2 - 2kx + k^2 + 2k + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 2 를 만족하는 실수 k 의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

두 근을 α, $\alpha + 2$ 라 하면
근과 계수와의 관계에서

$$\begin{cases} \alpha + \alpha + 2 = 2k & \cdots\cdots ㉠ \\ \alpha(\alpha + 2) = k^2 + 2k + 3 & \cdots\cdots ㉡ \end{cases}$$

㉠에서 $\alpha = k - 1$을 ㉡에 대입하면,
$(k - 1)(k + 1) = k^2 + 2k + 3$
$\therefore\ k = -2$

26. 이차다항식 $f(x)$에 대하여 방정식 $f(x)=0$의 두근의 합이 12일 때, 이차방정식 $f(2x)=0$의 두 근의 합을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

이차방정식 $f(x)=0$의 두 근을 α, β라 하고
$f(x)=a(x-\alpha)(x-\beta)=0$라 놓으면
$f(2x)=a(2x-\alpha)(2x-\beta)=0$

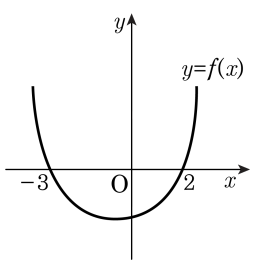
$a\left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0, \left(x-\frac{\alpha}{2}\right)\left(x-\frac{\beta}{2}\right)=0$

$\alpha+\beta=12$ 이므로

이 방정식의 두 근 $\frac{\alpha}{2}$, $\frac{\beta}{2}$ 의 합은

$\frac{\alpha+\beta}{2}=\frac{12}{2}=6$

27. 이차함수 $y=f(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 서로 다른 실근의 개수는?

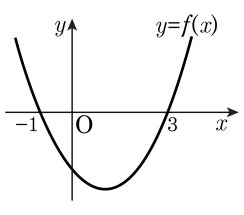


① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

주어진 그래프에서 $f(-3)=0$, $f(2)=0$ 이므로
방정식 $f(x^2-1)=0$ 의 근은
(i) $x^2-1=-3$ 일 때, $x^2=-2$ $\therefore x=\pm\sqrt{2}i$
(ii) $x^2-1=2$ 일 때, $x^2=3$ $\therefore x=\pm\sqrt{3}$
(i), (ii) 에서 주어진 방정식의 서로 다른 실근의 개수는 2 개이다.

28. 이차함수 $y=f(x)$의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차방정식 $f(2x-1)=0$의 두 근의 합은?



① -1 ② 0 ③ 1

④ 2 ⑤ 3

해설

$y=f(x)$의 그래프와 x 축의 교점의 x 좌표가 -1, 3이므로
$f(x)=a(x+1)(x-3)\,(a>0)$으로 놓을 수 있다.
이때, $f(2x-1)=a(2x-1+1)(2x-1-3)=4ax(x-2)$이므로
$f(2x-1)=0$에서
$4ax(x-2)=0$
$\therefore x=0$ 또는 $x=2$
따라서 두 근의 합은 2이다.

29. 포물선 $y = -x^2 + kx$ 와 직선 $y = x + 1$ 이 서로 다른 두 점에서 만나기 위한 k 의 범위는?

① $k > 2,\ k < -1$ ② $k > 3,\ k < -1$ ③ $k > 1,\ k < -1$

④ $k > 3,\ k < -2$ ⑤ $k > 3,\ k < -3$

해설

포물선과 직선이 다른 두 점에서 만나므로

$-x^2 + kx = x + 1, x^2 + (1-k)x + 1 = 0$ 에서

$\mathrm{D} = (1-\mathrm{k})^2 - 4 > 0$

$k^2 - 2k - 3 = (k-3)(k+1) > 0$

$\therefore k > 3$ 또는 $k < -1$

30. 이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프가 점 $(-1,4)$를 지나고 직선 $y=2x-2$와 접할 때, 상수 a,b의 합 $a+b$의 값은? (단, $ab<0$)

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

이차함수 $y=ax^2+bx$의 그래프가
점 $(-1,4)$를 지나므로
$4=a-b\cdots$ ㉠
또, 직선 $y=2x-2$와 접하므로
이차방정식 $ax^2+(b-2)x+2=0$에서
$D=(b-2)^2-8a=0$
$\therefore\ b^2-4b+4-8a=0\cdots$ ㉡
㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$$\begin{cases} a=18 \\ b=14 \end{cases} \text{ 또는 } \begin{cases} a=2 \\ b=-2 \end{cases}$$

이때, $ab<0$을 만족시키는
a,b의 값은 $a=2,\ b=-2$
$\therefore\ a+b=0$

31. 이차함수 $y = -3x^2 + 6x + k + 2$ 의 최댓값이 0 일 때, k 의 값은?

① -5 ② -3 ③ 0 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 7

해설

$y = -3x^2 + 6x + k + 2 = -3(x-1)^2 + k + 5$
$x = 1$ 일 때, 최댓값이 $k + 5$ 이므로
$k + 5 = 0 \quad \therefore k = -5$

32. x 가 실수일 때, 함수 $f(x) = \dfrac{x^2+4x-1}{x^2-2x+3}$ 의 최댓값을 M, 최솟값을 m 이라 할 때, $M+m$의 값을 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$\dfrac{x^2+4x-1}{x^2-2x+3} = k$ 라 하면

$x^2+4x-1 = k(x^2-2x+3)$

$(k-1)x^2-(2k+4)x+3k+1=0$

$D/4 = (k+2)^2-(k-1)(3k+1) \geq 0$

$-2k^2+6k+5 \geq 0$

근과 계수의 관계에 의해 최댓값 최솟값의 합은

3 이다.

33. 사차방정식 $x^4+x^3-x^2-7x-6=0$의 두 허근을 α,β 라 할 때, $\alpha+\beta$ 의 값을 구하면?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

-1	1	1	-1	-7	-6
		-1	0	1	6
2	1	0	-1	-6	0
		2	4	6	
	1	2	3	0	

$(x+1)(x-2)(x^2+2x+3)=0$
$x^2+2x+3=0$ 의 두 근이 허근이므로
$(D<0\ )\alpha+\beta=-2$

34. 실계수 삼차방정식 $x^3+ax^2+bx+2=0$ 의 한 근이 $1+i$ 일 때, $a+b$ 의 값은?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 1 ⑤ 3

해설

$x^3+ax^2+bx+2=0$ 의 한 근 $1+i$ 이므로 $(1+i)^3+a(1+i)^2+b(1+i)+2=0$

$(-2+2i)+a(2i)+b(1+i)+2=0$

$(b)+(2+2a+b)i=0$

$\therefore b=0,\ 2+2a+b=0$

$\therefore a=-1$

$\therefore a+b=-1$

35. 다음 방정식을 만족하는 실수 $x,\ y$의 합을 구하여라.

$(x^2+1)(y^2+4)=8xy$

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -3

▷ 정답: 3

해설

$(x^2+1)(y^2+4)=8xy$에서 $x^2y^2+4x^2+y^2+4-8xy=0$
이것을 완전제곱식의 꼴로 변형하면
$(x^2y^2-4xy+4)+(4x^24xy+y^2)=0$
이 때, $x,\ y$가 실수이므로 $xy-2,\ 2x-y$도 실수이다.
$\therefore xy-2=0 \quad \cdots$㉠,
$2x-y=0 \quad \cdots$㉡
㉡에서 $y=2x$이고, 이것을 ㉠에 대입하면 $x^2=1$
따라서, $x=1$일 때 $y=2$, $x=-1$일 때 $y=-2$
그러므로 $x,\ y$의 값은 $x=\pm1,\ y=\pm2$(복부호 동순)
따라서 $x,\ y$의 합은 $-3, 3$

36. 두 실수 x, y에 대하여 $x^2-4xy+5y^2+2x-8y+5=0$일 때, $x+y$의 값은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$x^2-4xy+5y^2+2x-8y+5$

$=x^2-2(2y-1)x+4y^2-4y+1+y^2-4y+4$

$=x^2-2(2y-1)x+(2y-1)^2+(y-2)^2$

$=(x-2y+1)^2+(y-2)^2=0$

$\therefore\ x-2y+1=0,\ y-2=0$이므로

$y=2,\ x-4+1=0 \quad \therefore\ x=3$

따라서 $x+y=3+2=5$

37. 연립부등식 $\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ 의 해는?

① $-3 < x < 3$ ② $x < -3$ ③ $x > 3$

④ 해가 없다. ⑤ $-3 < x < 5$

해설

$\begin{cases} \dfrac{x-1}{2} > 1 \\ 0.7x + 0.5 < 0.2x + 1 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} x - 1 > 2 \\ 7x + 5 < 2x + 10 \end{cases}$

$\rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ 5x < 5 \end{cases}$ $\rightarrow \begin{cases} x > 3 \\ x < 1 \end{cases}$

따라서 해가 없다.

38. 두 부등식 $A : \frac{5x+1}{6} < 1$, $B : 3x - 8 < -x$ 에 대하여 A 에서 B 를 제외한 부분을 만족하는 자연수의 개수를 구하여라.

▶ 답 : _____ 개

▷ 정답 : 0 개

해설

$A : \frac{5x+1}{6} < 1$

$\therefore x < 1$

$B : 3x - 8 < -x$

$\therefore x < 2$

따라서 A 에서 B 를 제외한 부분을 만족하는 자연수의 개수는 0 개이다.

39. 어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고, 어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다고 한다. 어떤 수의 범위로 옳은 것은?

① $8 < x < \frac{37}{3}$ ② $8 < x < \frac{40}{3}$ ③ $9 < x < \frac{37}{3}$
④ $9 < x < \frac{40}{3}$ ⑤ $9 < x < \frac{43}{3}$

해설

어떤 수를 x 라고 하고 문제의 조건을 이용하여 두 개의 식을 만든다. '어떤 수를 3 배 하고 8 을 빼면 32 보다 작고.' 를 식으로 표현하면, $3x - 8 < 32$ 이고, '어떤 수에서 5 를 빼고 6 배 하면 24 보다 크다' 를 식으로 표현하면, $6(x - 5) > 24$ 이다.

두 개의 부등식을 연립부등식으로 표현하면, $\begin{cases} 3x - 8 < 32 \\ 6(x - 5) > 24 \end{cases}$

이다. 이를 간단히 하면, $\begin{cases} x < \frac{40}{3} \\ x > 9 \end{cases}$ 따라서 $9 < x < \frac{40}{3}$ 이다.

40. 일의 자리 숫자가 십의 자리 숫자보다 5 만큼 큰 두 자리 자연수가 있다. 이 자연수가 27 보다 크고 38 이하라고 한다. 두 자리 자연수를 구하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 38

해설

십의 자리 숫자를 a 라 하면 일의 자리 숫자는 $a+5$ 이다.
즉 두 자리 자연수는 $10a+(a+5)=11a+5$ 이다.

$$27 < 11a+5 \leq 38$$

$$22 < 11a \leq 33$$

$$2 < a \leq 3$$

a 는 자연수이므로 3 이다. 따라서 두 자리 자연수는 38 이다.

41. 이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립할 때 이를 만족하는 정수 a의 값이 아닌 것은?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

이차부등식 $x^2+2ax+4a+5>0$
이 모든 실수 x에 대하여 항상 성립하므로

$\frac{D}{4}=a^2-(4a+5)<0$

$a^2-4a-5<0,\ (a-5)(a+1)<0$

$\therefore -1<a<5$

따라서 정수 a는 0, 1, 2, 3, 4이다.

42. 이차부등식 $x^2+ax+b<0$의 해가 $2<x<3$일 때, $a+b$의 값은?

① -2　② -1　③ 0　④ 1　⑤ 2

해설

$2<x<3$ 가 해이므로

$(x-2)(x-3)<0$

$x^2-5x+6<0,\ a=-5, b=6$

$\therefore\ a+b=1$

43. 이차부등식 $ax^2 + bx + c > 0$의 해가 $-2 < x < 1$일 때 부등식 $cx^2 - bx - a > 0$을 만족하는 한 자리의 자연수 x의 개수는?

① 1개 ② 2개 ③ 4개 ④ 6개 ⑤ 9개

해설

$ax^2 + bx + c > 0$ 의 해가 $-2 < x < 1$ 이므로 $a < 0$
해가 $-2 < x < 1$ 이고 이차항의 계수가 1인 부등식은 $(x+2)(x-1) < 0$,
즉 $x^2 + x - 2 < 0$ 양변에 a 를 곱하면
$ax^2 + ax - 2a > 0$ 이 부등식이
$ax^2 + bx + c > 0$ 과 같으므로
$b = a, c = -2a \cdots$(가)
(가)를 $cx^2 - bx - a > 0$ 에 대입하면
$-2ax^2 - ax - a > 0$, $2x^2 + x + 1 > 0 (\because -a > 0)$
이 때 방정식 $2x^2 + x + 1 = 0$ 의 판별식
$D = 1^2 - 4 \cdot 2 = -7 < 0$ 이므로
$2x^2 + x + 1 > 0$ 은
모든 실수 x 에 대하여 성립한다.
따라서 주어진 부등식을 만족하는
한자리의 자연수는 $1, 2, 3, \cdots, 9$의 9개이다.

44. $-x^2+3x-2\geq 0$ 일 때, $\dfrac{4x}{1-2x}$ 의 값의 범위는?

① $-6\leq \dfrac{4x}{1-2x}\leq -\dfrac{10}{3}$ ② $-4\leq \dfrac{4x}{1-2x}\leq -\dfrac{8}{3}$
③ $-2\leq \dfrac{4x}{1-2x}\leq -\dfrac{4}{3}$ ④ $-1\leq \dfrac{4x}{1-2x}\leq -\dfrac{1}{3}$
⑤ $0\leq \dfrac{4x}{1-2x}\leq \dfrac{8}{3}$

해설

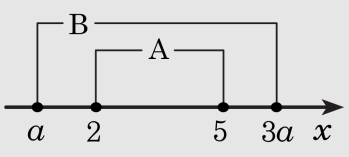
$-x^2+3x-2\geq 0,\ x^2-3x+2\leq 0$
$(x-1)(x-2)\leq 0$
$\therefore 1\leq x\leq 2\cdots$(가)
$\dfrac{4x}{1-2x}=\dfrac{-2(-2x+1)+2}{-2x+1}$
$=-2+\dfrac{2}{-2x+1}\cdots$(나)
(가)에서 $1\leq x\leq 2$ 이므로
-2를 곱하면 $-4\leq -2x\leq -2$
1을 더하면 $-3\leq -2x+1\leq -1$
역수를 취하면 $-1\leq \dfrac{1}{-2x+1}\leq -\dfrac{1}{3}$
2를 곱하면 $-2\leq \dfrac{2}{-2x+1}\leq -\dfrac{2}{3}$
-2를 더하면 $-4\leq -2+\dfrac{2}{-2x+1}\leq -\dfrac{8}{3}$
따라서 $-4\leq \dfrac{4x}{1-2x}\leq -\dfrac{8}{3}$

45. 양의 실수 a에 대하여 $-x^2+7x-10 \geq 0$의 모든 해가 $x^2-4ax+3a^2 \leq 0$을 만족할 때, a의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} \leq a \leq 2$ ② $\frac{2}{3} \leq a \leq 2$ ③ $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$
④ $\frac{5}{3} \leq a \leq 5$ ⑤ $2 \leq a \leq 5$

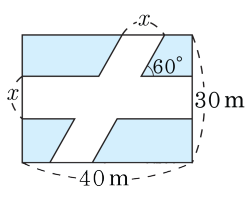
해설

$-x^2+7x-10 \geq 0$
$x^2-7x+10 \leq 0$
$(x-2)(x-5) \leq 0$
$2 \leq x \leq 5$
$x^2-4ax+3a^2 \leq 0$
$(x-a)(x-3a) \leq 0$
$a \leq x \leq 3a (\because a > 0)$
㉠의 모든 해가 ㉡에 포함되므로



따라서 $a \leq 2$, $3a \geq 5$이므로 $\frac{5}{3} \leq a \leq 2$

46. 다음 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 40 m, 30 m 인 직사각형꼴의 땅에 같은 폭의 두 도로를 60°로 교차하도록 만들었다. 이 때, 남은 땅의 넓이가 600 m² 이상이 되도록 할 때, 도로 폭의 최대 길이는?



① 4m ② 6m ③ 8m ④ 10m ⑤ 12m

해설

남은 땅의 넓이를 S 라 하면
$S = 40 \times 30 - (40x + 30x - x^2) \geq 600$
$\therefore\ x^2 - 70x + 600 \geq 0$
$(x-10)(x-60) \geq 0$에서 $x \leq 10$ 또는
$x \geq 60$ $(0 < x < 30)$이 된다.
그러므로 도로폭의 최대 길이는
$0 < x \leq 10$ 이므로 10 m이다.

47. 두 대의 승용차 A, B가 같은 거리를 가는데 A는 거리의 반은 시속 vkm로 달리고, 나머지 거리는 시속 u km로 달린다고 한다, 또한 B는 소요된 시간의 반은 시속 u km로 달리고 나머지 소요된 시간은 v km로 달린다고 한다. 승용차 A, B의 평균 속력이 각각 x km/시, y km/시일 때, x와 y의 대소 관계를 바르게 나타내 것은?

① $x \le y$ ② $x \ge y$ ③ $x = y$ ④ $x < y$ ⑤ $x > y$

해설

승용차 A가 달린 거리를 s,

시간을 t라 하면 $t = \frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}$

평균 속력은

$$\frac{s}{t} = \frac{s}{\frac{s}{2u} + \frac{s}{2v}} = \frac{s}{\frac{su + sv}{2uv}} = \frac{2uv}{u + v} = x$$

승용차 B의 평균 속력은 $\frac{1}{2}(u + v) = y$

$$y - x = \frac{1}{2}(u + v) - \frac{2uv}{u + v}$$

$$= \frac{(u + v)^2 - 4uv}{2(u + v)} \ge 0$$

따라서 $y - x \ge 0$이므로 $x \le y$이다.

48. 연립부등식 $\begin{cases} x^2-4x-5 \le 0 \\ 2x^2-5x < 3 \end{cases}$ 의 해 중에서 정수인 것의 개수는?

① 0개 ② 1개 ③ 2개 ④ 3개 ⑤ 4개

해설

$x^2-4x-5 \le 0 \iff (x+1)(x-5) \le 0$

$\therefore -1 \le x \le 5 \cdots\cdots$ ㉠

$2x^2-5x < 3 \iff 2x^2-5x-3 < 0$

$\iff (2x+1)(x-3) < 0$

$\therefore -\frac{1}{2} < x < 3 \cdots\cdots$ ㉡

㉠, ㉡의 공통 범위는 $-\frac{1}{2} < x < 3$

따라서, 정수인 것은 0, 1, 2로 3개다.

49. 다음 연립부등식의 해를 구하여라.

$$\begin{cases} 2x-5>3-2x \\ 2(x-3)\le x+4 \end{cases}$$

① $2 \le x < 10$ ② $2 < x \le 10$ ③ $2 < x < 10$

④ $2 \le x \le 10$ ⑤ $x \le 10$

해설

첫 번째 부등식에서 $x > 2 \cdots\cdots$ ㉠

두 번째 부등식에서 $2x - 6 \le x + 4$

$\therefore x \le 10 \cdots\cdots$ ㉡

따라서, 구하는 해는 ㉠과 ㉡를

동시에 만족하는 x의 값이므로

$\therefore 2 < x \le 10$

50. 연립부등식

$$\begin{cases} 2x^2 - 5x - 3 \le 0 \\ x^2 + 4x \ge 0 \end{cases}$$ 을 만족하는 정수 x의 개수를 구하면?

① 5개 ② 4개 ③ 3개 ④ 2개 ⑤ 1개

해설

$2x^2 - 5x - 3 \le 0$

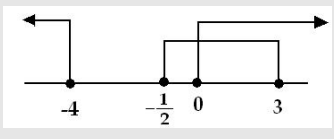
$(x-3)(2x+1) \le 0$

$\rightarrow -\frac{1}{2} \le x \le 3$

$x^2 + 4x \ge 0$

$x(x+4) \ge 0$

$x \le -4$ 또는 $x \ge 0$



해 : $0 \le x \le 3$ $x = 0,\ 1,\ 2,\ 3 \Leftarrow$ 정수해