

1. 다음은 연산법칙을 이용하여  $(x+3)(x+2)$ 를 계산한 식이다.

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

위의 연산과정에서 사용한 연산법칙을 바르게 고른 것은?

- ① 교환법칙, 결합법칙
- ② 교환법칙, 분배법칙
- ③ 분배법칙, 결합법칙
- ④ 결합법칙, 분배법칙, 교환법칙
- ⑤ 연산법칙을 사용하지 않았다.

해설

$$\begin{aligned}(x+3)(x+2) &= (x+3)x + (x+3)\times 2 \quad (\text{분배}) \\ &= (x^2 + 3x) + (2x + 6) \quad (\text{분배}) \\ &= x^2 + (3x + 2x) + 6 \quad (\text{결합}) \\ &= x^2 + 5x + 6\end{aligned}$$

2. 다음  안에 알맞은 수를 차례대로 써 넣어라.

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□}) = x + 2$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 2

▷ 정답 : -1

해설

$\text{□}x^2 + \text{□}x + \text{□} = A$ 라 하면

$$(x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div A = x + 2$$

$$\therefore A = (x^3 + 4x^2 + 3x - 2) \div (x + 2)$$

$$\therefore A = x^2 + 2x - 1 \text{ 이므로}$$

안에 알맞은 수는 차례대로 1, 2, -1이다.

3. 다항식  $f(x) = 4x^3 + ax^2 + x + 1$ 을  $x + \frac{1}{2}$ 로 나누면 나머지가 1일 때, 다항식  $f(x)$ 를  $2x + 1$ 로 나눈 몫  $Q(x)$ 와 나머지  $R$ 을 구하면?

①  $Q(x) = 2x^2 - x, R = 1$

②  $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

③  $Q(x) = 2x^2 - 2x, R = 1$

④  $Q(x) = 4x^2 - 2x, R = \frac{1}{2}$

⑤  $Q(x) = 4x^2 + 2x, R = \frac{1}{2}$

해설

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 = \frac{a}{4} \therefore a = 4$$

$$\begin{aligned} \text{따라서 } f(x) &= 4x^3 + 4x^2 + x + 1 \\ &= x(4x^2 + 4x + 1) + 1 \\ &= x(2x + 1)^2 + 1 \end{aligned}$$

$2x + 1$ 로 나누면  $Q(x) = 2x^2 + x, R = 1$

4. 임의의 실수  $x$ 에 대하여 등식  $(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$ 이 성립할 때,  $a(b+c)$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -30

해설

$$(x-2)(x+2)^2 = (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

양변에  $x = 2, -2, 1$ 을 각각 대입하면

$$0 = 1 + a + b + c, \quad 0 = -27 + 9a - 3b + c, \quad -9 = c$$

세 식을 연립하여 풀면  $a = 5, b = 3, c = -9$

$$\therefore a(b+c) = 5 \times (3-9) = -30$$

해설

좌변을 전개한 후 조립제법으로 풀어도 좋다.

$$(x-2)(x+2)^2$$

$$= x^3 + 2x^2 - 4x - 8$$

$$= (x-1)^3 + a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

$$= (x-1)[(x-1)\{(x-1) + a\} + b] + c$$

|   |   |   |    |    |     |
|---|---|---|----|----|-----|
| 1 | 1 | 2 | -4 | -8 |     |
|   |   | 1 | 3  | -1 |     |
| 1 | 1 | 3 | -1 | -9 | ← c |
|   |   | 1 | 4  |    |     |
| 1 | 1 | 4 | 3  |    | ← b |
|   |   | 1 |    |    |     |
|   | 1 | 5 |    |    | ← a |

$$\therefore a(b+c) = 5(3-9) = -30$$

5. 다항식  $x^3 + ax^2 + bx + c$  를  $x+2$ 로 나누면 3이 남고,  $x^2 - 1$ 로 나누면 떨어진다. 이 때,  $abc$ 의 값을 구하면?

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$$\begin{aligned}x^3 + ax^2 + bx + c &= (x+2)Q_1(x) + 3 \\ &= (x+1)(x-1)Q_2(x)\end{aligned}$$

$$f(-2) = 3 \quad f(1) = 0 \quad f(-1) = 0$$

$$x = -2 \text{ 대입, } -8 + 4a - 2b + c = 3$$

$$x = -1 \text{ 대입, } -1 + a - b + c = 0$$

$$x = 1 \text{ 대입, } 1 + a + b + c = 0$$

세 식을 연립해서 구하면

$$a = 3, b = -1, c = -3$$

$$\therefore abc = 9$$

6. 복소수  $(1+i)x^2 - (1-4i)x - (2-3i)$ 가 실수일 때의  $x$ 값과 순허수일 때의  $x$ 값을 모두 곱한 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

### 해설

준식을 전개하여 실수부와 허수부로 정리하면

$$(x^2 - x - 2) + (x^2 + 4x + 3)i$$

실수가 되기 위해서는  $x^2 + 4x + 3 = 0$

$$(x+1)(x+3) = 0 \therefore x = -3, -1$$

순허수가 되기 위해서는

$$x^2 - x - 2 = 0 \text{ 이고 } x^2 + 4x + 3 \neq 0$$

$$x = -1, 2 \text{ 이고 } x \neq -3, -1 \therefore x = 2$$

$$(-3) \times (-1) \times 2 = 6$$

7. 다음 중 인수분해를 바르게 한 것을 고르면?

①  $x^2 + 4x + 1 = (x - 2 - \sqrt{3})(x + 2 - \sqrt{3})$

②  $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 + 2i)(x + 1 + 2i)$

③  $x^2 + 4 = (x + \sqrt{2}i)(x - \sqrt{2}i)$

④  $2x^2 + 4x - 5 = \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right) \left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤  $3x^2 - 6x + 1 = 3 \left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right) \left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

### 해설

근의 공식을 통해 나온 해를 바탕으로 인수분해 한다

①  $x^2 + 4x + 1 = (x + 2 - \sqrt{3})(x + 2 + \sqrt{3})$

②  $x^2 - 2x + 5 = (x - 1 - \sqrt{6})(x - 1 + \sqrt{6})$

③  $x^2 + 4 = (x + 2i)(x - 2i)$

④  $2x^2 + 4x - 5$

$= 2 \left(x - \frac{-2 + \sqrt{14}}{2}\right) \left(x - \frac{-2 - \sqrt{14}}{2}\right)$

⑤  $3x^2 - 6x + 1$

$= 3 \left(x - \frac{3 + \sqrt{6}}{3}\right) \left(x - \frac{3 - \sqrt{6}}{3}\right)$

8. 이차방정식  $x^2 + (m + 1)x + (m + 4) = 0$ 의 두 근이 모두 양수일 때, 실수  $m$ 의 범위는?

①  $-5 < m \leq -3$

②  $-4 < m \leq -3$

③  $-4 < m \leq -2$

④  $-4 < m \leq -1$

⑤  $-4 < m \leq 0$

해설

두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면

$\alpha + \beta = -(m + 1) \dots\dots\text{㉠}$

$\alpha\beta = m + 4 \dots\dots\text{㉡}$

$\alpha > 0, \beta > 0$ 이므로  $D \geq 0, \alpha + \beta > 0, \alpha\beta > 0$

(i)  $D \geq 0$

$(m + 1)^2 - 4(m + 4) > 0$

$m^2 - 2m - 15 \geq 0$

$(m + 3)(m - 5) \geq 0$

$m \leq -3$  또는  $m \geq 5 \dots\text{㉢}$

(ii)  $\alpha + \beta > 0$

㉠에서  $-(m + 1) > 0 \therefore m < -1 \dots\text{㉣}$

(iii)  $\alpha\beta > 0$

㉡에서  $m + 4 > 0 \therefore m > -4 \dots\text{㉤}$

$\therefore$  ㉢, ㉣, ㉤에서

$-4 < m \leq -3$

9.  $x^4 - 11x^2 + 1$  이  $(x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)$  로 인수분해될 때,  $a + b$  의 값은?

① -1

② -2

③ -3

④ -4

⑤ -5

해설

$$\begin{aligned}x^4 - 11x^2 + 1 &= (x^2 - 1)^2 - 9x^2 \\ &= (x^2 - 1)^2 - (3x)^2 \\ &= (x^2 - 3x - 1)(x^2 + 3x - 1) \\ &= (x^2 + ax + b)(x^2 + 3x + b)\end{aligned}$$

$$\therefore a = -3, b = -1$$

$$\therefore a + b = -4$$

10. 인수분해 공식  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$  을 이용하여

$\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1}$  을 계산하여라.

▶ 답:

▷ 정답: 10000

해설

9999 =  $a$  라 하면

$$\begin{aligned}\frac{9999^3 + 1}{9998 \times 9999 + 1} &= \frac{a^3 + 1}{(a - 1)a + 1} \\ &= \frac{(a + 1)(a^2 - a + 1)}{a^2 - a + 1} \\ &= a + 1 = 10000\end{aligned}$$

11. 자연수  $n$ 에 대하여 함수  $f(n)$ 과 다음과 같다고 하자.

$$f(n) \begin{cases} i^{n+1} (n = 4k) \\ -i^n (n = 4k + 1) (\text{단, } k \text{는 정수}) \\ 2i (n = 4k + 2) \\ -i (n = 4k + 3) \end{cases}$$

(단,  $k$ 는 정수)이 때,  $f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$ 를 구하면?

①  $i$

②  $-i$

③  $0$

④  $500i$

⑤  $501i$

해설

$$n = 4k \Rightarrow f(n) = i^{4k+1} = i$$

$$n = 4k + 1 \Rightarrow f(n) = -i^{4k+1} = -i$$

$$n = 4k + 2 \Rightarrow f(n) = 2i$$

$$n = 4k + 3 \Rightarrow f(n) = -i$$

$$\therefore f(1) + f(2) + f(3) + f(4) = -i + 2i - i + i = i$$

계속 반복되므로

$$f(1) + f(2) + \cdots + f(2005)$$

$$= i \times 501 + f(2005)$$

$$= 501i - i = 500i$$

12.  $x^2 + 3ax + b = 0$ 과  $x^2 - ax + c = 0$ 은 공통근 1을 갖는다. 이 때,  $2a^2 + b - c$ 가 최소가 되는  $a$ 의 값은?

① -1

② 0

③ 1

④ 2

⑤ 3

해설

조건에서

$$1 + 3a + b = 0 \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$1 - a + c = 0 \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} : 4a + b - c = 0$$

$$\therefore b - c = -4a$$

$$\therefore 2a^2 + b - c = 2a^2 - 4a = 2(a - 1)^2 - 2$$

따라서  $a = 1$ 일 때, 최소이다.

13. 이차방정식  $ax^2 + (a-3)x - 2a = 0$ 의 두 근의 차가  $\sqrt{17}$ 이 되도록 하는 상수  $a$ 의 값들의 합은?

①  $-\frac{9}{4}$

②  $-\frac{3}{4}$

③  $\frac{3}{4}$

④  $\frac{9}{4}$

⑤  $\frac{11}{4}$

해설

$ax^2 + (a-3)x - 2a = 0$ 의 두 근을  $\alpha, \beta$ 라 하면,

$$\alpha + \beta = -\frac{a-3}{a}, \alpha\beta = -2$$

문제의 조건에서  $|\alpha - \beta| = \sqrt{17}$

$$\therefore 17 = (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta$$

$$= \left(\frac{a-3}{a}\right)^2 + 8$$

$$\therefore \left(\frac{a-3}{a}\right)^2 = 9, 8a^2 + 6a - 9 = 0$$

따라서,  $a$ 의 값들의 합은  $-\frac{3}{4}$

14.  $n$ 이 자연수이고  $\alpha_n, \beta_n$ 이 이차방정식  $(n + \sqrt{n(n-1)})x^2 - \sqrt{nx} - \sqrt{n} = 0$ 의 두 실근일 때,  $(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{49}) + (\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{49})$ 의 값은?

① 1

② 2

③ 3

④ 6

⑤ 7

해설

$$(n + \sqrt{n(n-1)})x^2 - \sqrt{nx} - \sqrt{n} = 0$$

근과 계수의 관계에 따라

$$\begin{aligned}\alpha_n + \beta_n &= \frac{\sqrt{n}}{n + \sqrt{n(n-1)}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{n} + \sqrt{n-1}} = \sqrt{n} - \sqrt{n-1}\end{aligned}$$

$$\alpha_1 + \beta_1 = \sqrt{1} - 0$$

$$\alpha_2 + \beta_2 = \sqrt{2} - \sqrt{1}$$

⋮

$$\alpha_{49} + \beta_{49} = \sqrt{49} - \sqrt{48}$$

$$(\alpha_1 + \alpha_2 + \dots + \alpha_{49}) + (\beta_1 + \beta_2 + \dots + \beta_{49})$$

$$= (\alpha_1 + \beta_1) + (\alpha_2 + \beta_2) + \dots + (\alpha_{49} + \beta_{49})$$

$$= 1 + (\sqrt{2} - 1) + (\sqrt{3} - \sqrt{2}) + \dots + (\sqrt{49} - \sqrt{48})$$

$$= \sqrt{49} = 7$$

15.  $n$ 이 자연수일 때  $x^{2n}(x^2 + ax + b)$ 를  $(x + 2)^2$ 으로 나눈 나머지가  $4^n(x + 2)$ 가 되도록  $a, b$ 의 값을 정할 때,  $a - 2b$ 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 :  $-7$

해설

$$x^{2n}(x^2 + ax + b) = (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2) \cdots \textcircled{1}$$

$x = -2$ 를 대입하면,

$$4^n(4 - 2a + b) = 0 \quad \therefore b = 2a - 4 \cdots \textcircled{2}$$

②를 ①에 대입하면

$$\begin{aligned} x^{2n}(x^2 + ax + 2a - 4) \\ = (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2) \end{aligned}$$

$$\text{한편, } x^2 + ax + 2a - 4 = x^2 - 4 + a(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x - 2) + a(x + 2)$$

$$= (x + 2)(x - 2 + a)$$

$$\therefore x^{2n}(x + 2)(x - 2 + a)$$

$$= (x + 2)^2 Q(x) + 4^n(x + 2)$$

$$\therefore x^{2n}(x - 2 + a) = (x + 2)Q(x) + 4^n$$

$x = -2$ 를 대입하면

$$4^n(-4 + a) = 4^n \quad \therefore -4 + a = 1 \quad \therefore a = 5$$

$$\textcircled{2} \text{에서 } b = 6 \quad \therefore a - 2b = -7$$

16. 임의의 실수  $x$ 에 대하여  $x^{11} + x = a_0 + a_1(x+3) + a_2(x+3)^2 + \cdots + a_{11}(x+3)^{11}$  이 성립할 때,  $a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}$  의 값은?

①  $2^{22} - 2^{11} + 2$

②  $2^{22} + 2^{11} - 2$

③  $2^{21} - 2^{10} + 1$

④  $2^{21} + 2^{10} - 1$

⑤  $2^{21} + 2^{10} + 1$

해설

주어진 식의 양변에  $x = -2$ ,  $x = -4$ 를 각각 대입하면

$$-2^{11} - 2 = a_0 + a_1 + a_2 + \cdots + a_{11} \cdots \textcircled{\text{㉠}}$$

$$-2^{22} - 4 = a_0 - a_1 + a_2 + \cdots - a_{11} \cdots \textcircled{\text{㉡}}$$

$$\textcircled{\text{㉠}} - \textcircled{\text{㉡}} \text{에서 } 2(a_1 + a_3 + \cdots + a_{11}) = 2^{22} - 2^{11} + 2$$

$$\therefore a_1 + a_3 + \cdots + a_{11} = 2^{21} - 2^{10} + 1$$

17. 10차 다항식  $P(x)$ 가  $P(k) = \frac{k}{k+1}$  (단,  $k = 0, 1, 2, \dots, 10$ )을 만족시킬 때,  $P(11)$ 의 값은?

①  $\frac{1}{6}$

②  $\frac{1}{3}$

③  $\frac{1}{2}$

④  $\frac{5}{6}$

⑤ 1

해설

$$P(k) = \frac{k}{k+1} \Rightarrow (k+1)P(k) - k = 0$$

$f(x) = (x+1)P(x) - x$ 라 하면

$$f(x) \text{ 는 } f(0) = f(1) = f(2) = \dots$$

$= f(10) = 0$ 인 다항식이다.

$$\therefore f(x) = ax(x-1)(x-2)\cdots(x-10)$$

$$\text{또, } f(-1) = 1 = a(-1)(-2)\cdots(-11)$$

$$= -a \cdot 11! \text{ (단, } 11! = 1 \times 2 \times \dots \times 11)$$

$$\therefore a = -\frac{1}{11!}$$

$$f(11) = 12P(11) - 11$$

$$= -\frac{1}{11!} \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdots 1 = -1$$

$$\therefore P(11) = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$$

18.  $-a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b)$  을 인수분해했을 때, 각 인수들의 합이 될 수 없는 것은?

①  $a + b$

②  $2a - 2b$

③  $2b - 2a$

④  $2b - 2c$

⑤ 0

### 해설

$a$ 에 대한 내림차순으로 정리한다.

$$\begin{aligned} & -a^2(b-c) - b^2(c-a) - c^2(a-b) \\ &= (c-b)a^2 - (c^2 - b^2)a + bc^2 - b^2c \\ &= (c-b)a^2 - (c-b)(c+b)a + bc(c-b) \\ &= (c-b) \{ a^2 - (c+b)a + bc \} \\ &= (c-b)(a-b)(a-c) \cdots \textcircled{\text{㉠}} \\ &= (a-b)(b-c)(c-a) \cdots \textcircled{\text{㉡}} \\ &= (b-c)(b-a)(a-c) \cdots \textcircled{\text{㉢}} \\ &= (c-a)(b-c)(b-a) \cdots \textcircled{\text{㉣}} \end{aligned}$$

㉠식 : 세항을 모두 더하면  $2a - 2b$

㉡식 : 세항을 모두 더하면 0

㉢식 : 세항을 모두 더하면  $2b - 2c$

㉣식 : 세항을 모두 더하면  $2b - 2a$

19.  $x^2$ 의 계수가 1인 세 이차식  $A, B, C$ 가 다음 세 조건을 모두 만족할 때, 이차식  $A$ 는?

㉠  $A, B$ 의 최대공약수는  $x + 1$ 이다.

㉡  $B, C$ 의 최대공약수는  $x - 2$ 이다.

㉢  $A, C$ 의 최소공배수는  $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$ 이다.

①  $x^2 + 4x + 3$

②  $x^2 - x - 2$

③  $x^2 + x - 6$

④  $x^2 + 5x + 6$

⑤  $x^2 + 2x - 3$

### 해설

$A, B$ 의 최대공약수는  $x + 1$ 이므로

$$A = a(x + 1), B = b(x + 1)$$

$B, C$ 의 최대공약수는  $x - 2$ 이므로

$$B = (x - 2)(x + 1), C = c(x - 2)$$

$A, C$ 의 최소공배수는

$$x^3 + 2x^2 - 5x - 6 = (x + 3)(x - 2)(x + 1)$$

따라서  $A, C$ 의 최대공약수는  $(x + 3)$ 이고

$$A = (x + 3)(x + 1) = x^2 + 4x + 3$$

20. 복소수  $z = x + yi$  (단,  $x, y$  는 실수이고,  $i = \sqrt{-1}$ ) 에 대하여  $z\bar{z} + z + \bar{z} = 0$  을 만족시키는 점  $(x, y)$  가 좌표평면 위에서 나타내는 도형을 구하면?

① 두 점

② 네 점

③ 직선

④ 원

⑤ 포물선

해설

$z = x + yi$ ,  $\bar{z} = x - yi$  에서

$$0 = z\bar{z} + z + \bar{z}$$

$$= (x + yi)(x - yi) + (x + yi) + (x - yi)$$

$$= x^2 + y^2 + 2x$$

따라서,  $(x + 1)^2 + y^2 = 1$  인 원을 나타낸다.