**1.** 두 점 A(1, 2), B(−3, 4) 를 지나는 직선에 평행하고 $y$ 절편이 −1 인 직선의 방정식은 $y = ax + b$ 이다. 이 때, $a + b$ 의 값은 ?

① −2 ② $-\frac{3}{2}$ ③ 0 ④ $\frac{3}{2}$ ⑤ 2

해설

직선 $y = ax + b$ 는 두 점 A(1, 2), B(−3, 4) 를 지나는 직선에 평행하므로 기울기는 같다.

$\therefore\ a = \frac{2-4}{1-(-3)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$

또, $y$ 절편이 −1 이므로 $b = -1$

$\therefore\ a + b = -\frac{1}{2} + (-1) = -\frac{3}{2}$

**2.** 세 점 A$(1, 4)$, B $(-1, 2)$, C $(5, a)$가 일직선 위에 있을 때, 상수 $a$의 값을 구하면?

① 2 ② 8 ③ 10 ④ $-2$ ⑤ $-4$

해설

A, B를 지나는 직선의 방정식은

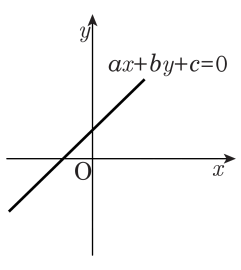
기울기 $= \dfrac{4-2}{1-(-1)} = 1$

$y = 1 \cdot (x-1) + 4 = x + 3$

위에 $C(5,\ a)$가 존재하므로 대입하면,

$\therefore\ a = 5 + 3 = 8$

**3.** 직선 $ax+by+c=0$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때 $cx+ay+b=0$ 의 그래프가 지나지 않는 사분면은?




① 제1사분면

② 제2사분면

③ 제3사분면

④ 제4사분면

⑤ 제1사분면과 제3사분면

해설

$a \neq 0,\ b \neq 0,\ c \neq 0$ 이므로

주어진 직선의 방정식은 $y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$

기울기 : $-\frac{a}{b} > 0 \quad \therefore \ \frac{a}{b} < 0$

$y$ 절편 : $-\frac{c}{b} > 0 \quad \therefore \ \frac{c}{b} < 0$

두 부등식에서 $\frac{a}{c} > 0$

마찬가지로 일차함수 $cx+ay+b=0$ 은

$y = -\frac{c}{a}x - \frac{b}{a}$ ,

기울기 : $-\frac{c}{a} < 0$

$y$ 절편 : $-\frac{b}{a} > 0$

이상에서 이 직선은 제3사분면을 지나지 않는다.

**4.** 점 A$(-2,1)$, B$(4,4)$ 를 이은 선분 AB 를 $2:1$ 로 내분하는 점을 지나 AB 에 수직인 직선의 방정식을 $l$ 이라고 할 때, 점 $(1,0)$ 에서 직선$l$ 에 이르는 거리는?

① $\sqrt{2}$ ② $\sqrt{3}$ ③ 2 ④ $\sqrt{5}$ ⑤ $\sqrt{6}$

해설

선분 AB 의 내분점의 좌표

$$\mathrm{M}\left(\frac{2\times 4+1\times(-2)}{2+1},\frac{2\times 4+1\times 1}{2+1}\right)=(2,3)$$

직선 AB 의 기울기는 $\dfrac{4-1}{4-(-2)}=\dfrac{1}{2}$

그러므로 직선 $l$ 은 기울기가 $-2$ 이고

$(2,3)$을 지나므로 $l: y-3=-2(x-2)$

$\therefore\ 2x+y-7=0$

따라서 $(1,0)$ 으로부터 직선 $l$ 까지의 거리는

$$\frac{|2\cdot 1+0-7|}{\sqrt{5}}=\frac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$$

**5.** 두 직선 $2x+y-4=0,\ x-2y+3=0$의 교점과 점 $(2,\ 3)$을 지나는 직선의 방정식을 구하면?

① $x-y+1=0$ ② $x+y+1=0$ ③ $x-y-1=0$
④ $x-y+2=0$ ⑤ $x+y+2=0$

해설

두 직선 $2x+y-4=0$과 $x-2y+3=0$의
교점을 지나는 직선의 방정식은
$2x+y-4+k(x-2y+3)=0 \cdots$㉠
이때, ㉠이 점 $(2,3)$을 지나므로 $3-k=0$
$\therefore\ k=3$
$k=3$을 ㉠에 대입하여 정리하면 $x-y+1=0$

**6.** 포물선 $y = x^2 - x + 1$ 위의 점 중에서 직선 $y = x - 3$ 에의 거리가 최소인 점을 $(a,\ b)$ 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

직선 $y = x - 3$ 에 평행인 직선 $y = x + k$ 와
포물선 $y = x^2 - x + 1$ 과의 접점이 구하는 점이다.

$x^2 - x + 1 = x + k$ 에서 $\frac{D}{4} = 1 - (1 - k) = 0$

$\therefore\ k = 0$

이때, $x = 1,\ y = 1$ 이므로

구하는 점은 $(1,\ 1)$

$\therefore\ a = 1,\ b = 1$

$\therefore\ a + b = 2$

**7.** 세 점 $\mathrm{A}(-1,\ 0), \mathrm{B}(2,\ -3), \mathrm{C}(5,\ 3)$에 대하여 등식 $\overline{\mathrm{AP}}^2+\overline{\mathrm{BP}}^2=2\overline{\mathrm{CP}}^2$을 만족하는 점 P의 자취의 방정식은 $ax+y+b=0$이다. 이 때, $a+b$의 값은?

① $-1$ ② $-2$ ③ $-3$ ④ $-4$ ⑤ $-5$

해설

점 P 의 좌표를 $(x,\ y)$ 라 하면
주어진 조건에서,
$(x+1)^2+y^2+(x-2)^2+(y+3)^2$
$=2\{(x-5)^2+(y-3)^2\}$
$2x^2-2x+2y^2+6y+14$
$=2(x^2-10x+y^2-6y+34)$
$18x+18y-54=0$
$\Rightarrow\ \ x+y-3=0$
$\therefore\ a+b=1+(-3)=-2$

**8.** 직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 와 $x$ 축 및 $y$ 축으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 12일 때, $ab$ 의 값은? (단, $a>0,\ b>0$ )

① 3 ② 4 ③ 6 ④ 12 ⑤ 24

해설

직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 에서 $\frac{x}{2a}+\frac{y}{2b}=1$ 이므로 $x$ 절편은 $2a$ , $y$ 절편은 $2b$ 이다.
이 때, $a,\ b$ 가 양수이므로
직선 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=2$ 와 $x$ 축 및 $y$ 축으로 둘러싸인 부분의 넓이는
$\frac{1}{2}\times 2a\times 2b=2ab=12$
$\therefore\ ab=6$

**9.** 직선 $x+ay+1=0$ 이 직선 $2x-by+1=0$ 에 수직이고, 직선 $x-(b-3)y=0$ 에 평행일 때, $a+3b$ 의 값은? (단, $a>b$ )

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

i ) $y=-\frac{1}{a}x-\frac{1}{a}$ 이

$y=\frac{2}{b}x+\frac{1}{b}$ 에 수직하므로,

$\Rightarrow -\frac{1}{a}\times\frac{2}{b}=-1 \Rightarrow ab=2\cdots$㉠

ii ) $y=\frac{1}{b-3}x$ 에 평행하므로

$\Rightarrow -\frac{1}{a}=\frac{1}{b-3} \Rightarrow a+b=3$

$\Rightarrow b=3-a\cdots$㉡

㉡을 ㉠에 대입하여 정리하면

$a=2,\ b=1\ (\because\ a>b)$

$\therefore\ a+3b=5$

**10.** 두 직선 $2x-3y+3=0,\ 2x-3y-10=0$ 사이의 거리는?

① $\frac{\sqrt{13}}{13}$　② $1$　③ $\sqrt{13}$

④ $13$　⑤ $13\sqrt{13}$

해설

두 직선이 평행하므로 한 직선 위의 임의의 점에서
다른 직선에 이르는 거리는 항상 일정하다.
$2x-3y+3=0$ 위의 임의의 한 점 $(0,\ 1)$ 에서
직선 $2x-3y-10=0$ 에 이르는 거리는

$$\frac{|-3-10|}{\sqrt{2^2+(-3)^2}}=\frac{13}{\sqrt{13}}=\sqrt{13}$$

**11.** 원점을 지나고, 점$(2,\ 1)$ 에서의 거리가 2 인 직선의 기울기 $m$ 의 값은?

① $-\frac{1}{4}$ ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{3}{4}$ ④ 1 ⑤ $-\frac{5}{4}$

해설

점$P(x_1,\ y_1)$ 과 직선 $ax+by+c=0$ 사이의 거리 $d$는

$$d=\frac{|ax_1+by_1+c|}{\sqrt{a^2+b^2}}$$

원점을 지나고, 기울기가 $m$ 인 직선의 방정식은

$mx-y=0$

또한, 점$(2,\ 1)$ 에서 이 직선까지의 거리가 2이므로,

$$\frac{|2m-1|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=2,\ |2m-1|=2\sqrt{m^2+1}$$

양변을 제곱하면 $4m^2-4m+1=4m^2+4$,

$-4m=3 \therefore\ \ m=-\frac{3}{4}$

**12.** 세 꼭지점이 $A(1,\ 2)$, $B(-1,\ 2)$, $C(-2,\ 0)$ 로 주어지는 삼각형 $ABC$ 의 넓이는?

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

점 $A\ (1\ ,2\ )$에서 직선 $BC$ 에 이르는 거리를 구하여 높이로 하고, $\overline{BC}$ 의 길이를 밑변의 길이로 하여 삼각형 의 넓이를 구한다. 직선 $BC$ 의
방정식은 $2x-y+4=0$ 이므로,
점 $A\ (1\ ,2\ )$에서 직선 $BC$ 에 이르는 거리는
$\frac{4\sqrt{5}}{5}$ 이다.
변 $BC$ 의 길이 : $\sqrt{5}$
$\therefore\ \triangle ABC=\sqrt{5}\times\frac{4\sqrt{5}}{5}\times\frac{1}{2}=2$
$\therefore\ \triangle ABC=2$

해설

세꼭지점이 주어질 때 넓이는
$S=\frac{1}{2}|(1\times 2)+(-1\times 0)+(-2\times 2)-$
$(-1\times 2)+(-2\times 2)+(1\times 0)|=2$

**13.** 점 Q가 직선 $2x+y-4=0$ 위를 움직일 때, 점 $A(-2,3)$과 Q를 잇는 선분 AQ의 중점 P의 자취의 방정식은?

① $4x+2y-3=0$　② $2x+3y+1=0$

③ $4x-3y+1=0$　④ $x-4y-3=0$

⑤ $-x+y+2=0$

해설

점 $A(-2,3)$, $Q(x,\ y)$의 중점의 좌표를
$P(X,\ Y)$ 라 하면,

$P(X,\ Y)=P\left(\frac{x-2}{2},\ \frac{y+3}{2}\right)$ 이므로

$X=\frac{x-2}{2}$ , $Y=\frac{y+3}{2}$

$\therefore\ x=2X+2$ , $y=2Y-3$

이것을 $2x+y-4=0$ 에 대입하면

$2(2X+2)+(2Y-3)-4=0$

$4X+2Y-3=0$

$\therefore\ 4x+2y-3=0$

**14.** 두 직선 $mx-y+m+1=0$ 과 $y=-x+2$ 가 제1사분면에서 만나도록 하는 상수 $m$ 의 값의 범위는?

① $\frac{1}{3} < m < 1$ ② $-\frac{1}{3} < m < 1$

③ $-1 < m < 2$ ④ $m < -\frac{1}{3}$, $m > 1$

⑤ $-1 < m < -\frac{1}{3}$

해설

$mx-y+m+1=0 \cdots ㉠$

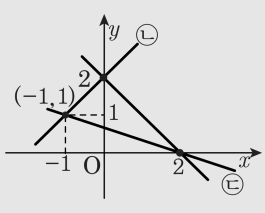
$\Leftrightarrow m(x+1)-(y-1)=0$ 에서

이 직선은 $m$ 의 값에 관계없이

항상 점 $(-1,1)$ 을 지난다.

다음 그림에서 ㉠이 직선 $y=-x+2$ 와

제1사분면에서 나려면 ㉠의 기울기 $m$ 은




㉡의 기울기 $\frac{2-1}{0-(-1)}=1$ 보다 작고

㉢의 기울기 $\frac{0-1}{2-(-1)}=-\frac{1}{3}$ 보다 커야한다.

$\therefore \ -\frac{1}{3} < m < 1$

**15.** 세 직선 $2x+y+1=0,\ x-y+2=0,\ ax-y=0$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 상수 $a$ 의 값을 구하면? (단, $a>0$ )

① 1　② 2　③ 3　④ 4　⑤ 5

해설

삼각형을 만들지 못하게 하려면
$ax-y=0$ 이 나머지 두직선과 평행하거나, 세 직선이 한 점에서 만나야 한다.

i ) $ax-y=0$ 이 다른 두 직선과 평행할 때
두 직선의 기울기가 각각 $-2,\ 1$ 이므로
$a=-2$ 또는 $1$　　$\therefore\ a=1\ (\because a>0)$

ii ) 세 직선이 한 점에서 만날 때
$2x+y+1=0$ 와 $x-y+2=0$ 의 교점은 $(-1,\ 1)$
$ax-y=0$ 이 이 점을 지나려면
$a=-1$ (부적당)

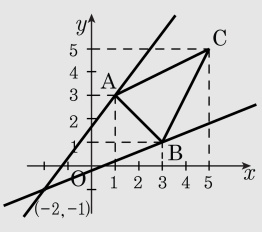
i ), ii ) 에서 $a=1$

**16.** 세 점 A(1, 3), B(3, 1), C(5, 5) 를 꼭지점으로 하는 △ABC 와 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$ 이 만난다. 상수 $k$ 의 최대값을 M , 최소값을 $m$ 이라 할 때, $\frac{M}{m}$ 의 값은?

① $\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ 2 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{10}{3}$

해설

직선의 방정식 $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$ 은
$k$ 의 값에 관계없이 항상 두 직선
$ax + by + c = 0$ 과 $a'x + b'y + c' = 0$
의 교점을 지난다.
그림과 같이 직선 $kx - y + 2k - 1 = 0$




즉 $y = k(x + 2) - 1$ 은 $k$ 의 값에 관계없이 항상 점$(-2, -1)$ 을 지나므로
이 직선이 $\overline{AB}$ 와 만날 때, 삼각형과 만난다.

1) 점 A 를 지날 때, $3 = k(1 + 2) - 1$, $k = \frac{4}{3}$

2) 점 B 를 지날 때, $1 = k(3 + 2) - 1$, $k = \frac{2}{5}$

따라서 $\frac{2}{5} \le k \le \frac{4}{3}$ 일 때, 주어진 직선은 삼각형과 만난다.

$\therefore \frac{M}{m} = \frac{\frac{4}{3}}{\frac{2}{5}} = \frac{10}{3}$

**17.** $y$축 위의 한 점 P로부터 두 직선 $x-y+3=0$, $x-y-1=0$ 에 이르는 거리가 같을 때, 점 P 의 좌표는?

① $(1\ ,-2\ )$ ② $(-1\ ,2\ )$ ③ $(0\ ,2\ )$

④ $(0\ ,1\ )$ ⑤ $(0\ ,-2\ )$

해설

$y$ 축 위의 한 점을 P $(0,y)$ 라 하면 직선
$x-y+3=0$ 과 점 P 사이의 거리는

$$d_1=\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}$$

직선 $x-y-1=0$
과 점 P 사이의 거리는

$$d_2=\frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

$d_1=d_2$ 이므로

$$\frac{|-y+3|}{\sqrt{2}}=\frac{|-y-1|}{\sqrt{2}}$$

양변을 제곱하여 정리하면

$-8y=-8 \therefore y=1$

$\therefore P\ (0\ ,1\ )$

**18.** 좌표평면 위의 점 A(−1, 0) 을 지나는 직선 $l$ 이 있다. 점 B(0, 2) 에서 직선 $l$ 에 이르는 거리가 $\sqrt{5}$ 일 때, 직선 $l$ 의 기울기는?

① $-\frac{1}{2}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ 1

해설

직선 $l$ 의 기울기를 $m$ 이라 하면 $y = m(x+1)$

$\therefore\ mx - y + m = 0$

점 B(0, 2) 에서

직선 $l$ 까지의 거리는 $\frac{|-2+m|}{\sqrt{m^2+1}} = \sqrt{5}$

양변을 제곱하여 정리하면

$4m^2 + 4m + 1 = 0$

$(2m+1)^2 = 0$

$\therefore\ m = -\frac{1}{2}$

**19.** 두 점 A(1, 2), B(3, 4)로부터 같은 거리에 있는 점 P가 나타내는 직선의 $x$절편과 $y$절편의 합은?

① $-10$　② $-4$　③ $0$　④ $5$　⑤ $10$

해설

P$(x,\ y)$라 하면 $\overline{\mathrm{AP}} = \overline{\mathrm{BP}}$

즉, $\overline{\mathrm{AP}}^2 = \overline{\mathrm{BP}}^2$이므로

$(x-1)^2 + (y-2)^2 = (x-3)^2 + (y-4)^2$

$y = -x + 5$

따라서 $x$절편은 5, $y$절편은 5이다.

$\therefore\ 5 + 5 = 10$

**20.** 두 직선 $2x-y-1=0$ , $x+2y-1=0$ 이 이루는 각을이등분하는 직선이 점 $(a,-1)$ 를 지날 때, $a$ 의 값의 합은?

① $-8$ ② $-6$ ③ $-4$ ④ $-2$ ⑤ $0$

해설

두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(a,\ -1)$ 라 하면
점 P 에서 두 직선 $2x-y-1=0$ , $x+2y-1=0$ 까지의 거리가 같으므로

$$d=\frac{|2a+1-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|a-2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$|2a|=|a-3|$

$\therefore\ 2a=a-3$ 또는 $2a=-(a-3)$ 이므로

$a=-3$ 또는 $a=1$

따라서 $a$ 의 값의 합은 $-3+1=-2$