

1. 세 점 A(1, 4), B(-1, 2), C(4, a)가 일직선위에 있을 때, 상수 a 의 값을 구하면?

① 4

② 5

③ 6

④ 7

⑤ 8

해설

세 점이 일직선 위에 있으면 기울기가 일치한다.

$$\frac{2-4}{-1-1} = \frac{a-2}{4-(-1)}$$

$$\Rightarrow \therefore a = 7$$

2. 직선 $y = mx + n (m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

$\neg$

$a + bm = 0$

$\angle$

$p + qm = 0$

$\ominus$

$ap + bq = 0$

- ①

$\neg$

②

$\angle$

③

$\angle, \ominus$
- ④

$\neg, \ominus$

⑤

$\neg, \angle, \ominus$

해설

$y = mx + n \cdots \textcircled{1}$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots \textcircled{2}$

$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots \textcircled{3}$

I) $\textcircled{1} // \textcircled{2} : m = -\frac{a}{b}$

$\therefore a + bm = 0$

II) $\textcircled{1} \perp \textcircled{3} : m \left(-\frac{p}{q} \right) = -1$

$\therefore mp - q = 0$

3. 두 직선 $x + y = 4$, $2x - y + 1 = 0$ 의 교점과 점 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은?

- ① $y = 4x + 7$
- ② $y = 4x - 7$
- ③ $y = -4x + 7$
- ④ $y = -4x - 7$
- ⑤ $y = -x + 7$

해설

두 직선의 방정식

$$\begin{cases} x + y = 4 & \cdots \textcircled{㉠} \\ 2x - y + 1 = 0 & \cdots \textcircled{㉡} \end{cases}$$
을 연립하여 풀면

$x = 1, y = 3$

즉, 교점 $(1, 3)$ 과 $(2, -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$y - 3 = \frac{-1 - 3}{2 - 1}(x - 1)$

즉, $y = -4x + 7$

4. 점 P(1, 2) 에서 직선 $2x + y - 3 = 0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

- ① $\frac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

(PH 의 길이)
= (점 P(1, 2) 와 직선 $2x + y - 3 = 0$ 과의 거리)

$$\therefore \overline{PH} = \frac{|2 + 2 - 3|}{\sqrt{4 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

5. 원점에서 거리 1 이고, 점 (1, 2)를 지나는 직선의 방정식이 $ax + by + c = 0$ 으로 표현될 때, $a + b + c$ 의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

- ① 1
- ② 2
- ③ 3
- ④ 4
- ⑤ 5

해설

점 (1, 2)를 지나는 직선은
 $y = m(x - 1) + 2$ 에서,
 $mx - y - m + 2 = 0 \cdots \textcircled{1}$
여기서 (0, 0)에 이르는 거리가 1 이므로
 $\frac{|-m + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = 1, |m - 2| = \sqrt{m^2 + 1}$
양변을 제곱하여 정리하면, $m = \frac{3}{4}$
 $\textcircled{1}$ 에 대입하여 정리하면, $\frac{3}{4}x - y + \frac{5}{4} = 0,$
 $3x - 4y + 5 = 0$
 $\therefore a + b + c = 3 - 4 + 5 = 4$

6. 두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$ 를 지나는 직선이 x 축, y 축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 이 때 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

- ㉠ $\frac{1}{2}$ ㉡ 1 ㉢ $\frac{3}{2}$ ㉣ $\frac{1}{2}a$ ㉤ a

해설

두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$ 를 지나는 직선의 기울기를 m 이라 하면

$$m = \frac{(a+2) - (a+1)}{(a+1) - a} = 1$$

따라서, 두 점을 지나는 직선의 방정식은

$$y - (a+1) = (x - a) \text{ 이다.}$$

즉, $y = x + 1$ 이다.

이 때, 두 점 A, B의 좌표는 A(-1, 0), B(0, 1) 이므로

$$\text{삼각형 OAB의 넓이는 } \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$$

7. 두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선이 x 축, y 축과 각각 점 A, B 에서 만날 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단 O 는 원점)

- ① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

해설

두 점 $(-1, 2), (3, 4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y - 4 = \frac{4-2}{3-(-1)}(x-3)$

$$\therefore y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$y = 0$ 을 대입하면

$$0 = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}, x = -5$$

따라서 x 축과 만나는 점 A 의 좌표는 $A(-5, 0)$

㉠의 y 절편이 $\frac{5}{2}$ 이므로

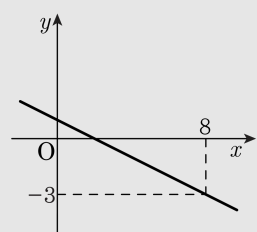
y 축과 만나는 점 B 의 좌표는 $B(0, \frac{5}{2})$,

$$\triangle OAB = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{4}$$

8. 점 $(8, -3)$ 을 지나고, x 축, y 축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

- ① $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} = 1$ ② $\frac{x}{2} + y = 1$ ③ $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$
 ④ $x + \frac{y}{3} = 1$ ⑤ $\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 1$

해설



x 절편이 a 이고, y 절편이 b 인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$

이 직선이 점 $(8, -3)$ 을 지나므로

$$\frac{8}{a} + \frac{(-3)}{b} = 1 \cdots \text{㉠}$$

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 S 는

$$S = \frac{1}{2}ab = 1 \cdots \text{㉡}$$

$$\text{㉡에서 } \frac{1}{a} = \frac{1}{2}b$$

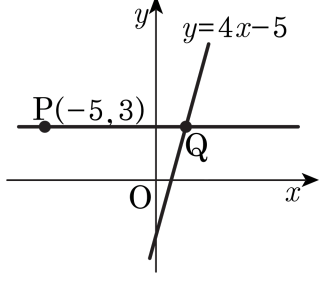
이것을 ㉠에 대입하면 $8 \times \frac{1}{2}b - \frac{3}{b} = 1$ 에서

$$4b^2 - b - 3 = 0 \quad \therefore (4b + 3)(b - 1) = 0$$

$$b > 0 \text{ 이므로 } b = 1 \quad \therefore a = 2$$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2} + y = 1$

9. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $P(-5, 3)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 일차함수 $y = 4x - 5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{PQ}$ 의 길이는?



- ① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P를 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 3$ 이다.

점 Q의 y 좌표가 3이므로

$$y = 4x - 5 \text{에 } y = 3 \text{을 대입하면 } 3 = 4x - 5$$

$$\therefore x = 2$$

따라서 점 Q의 좌표는 (2, 3)이다.

$$\therefore \overline{PQ} = 2 - (-5) = 7$$

10. $ab < 0$, $bc < 0$ 일 때, 직선 $ax + by + c = 0$ 이 지나지 않는 사분면을 구하면?

- ① 제1 사분면 ② 제2, 3 사분면 ③ 제4 사분면
④ 제3 사분면 ⑤ 제3, 4 사분면

해설

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$ab < 0$, $bc < 0$ 이므로 기울기는 양수, y 절편은 양수이다.

$\therefore$ 제4분면은 지나지 않는다.

11. $x+ay+1=0$ 이 $2x-by+1=0$ 과는 수직이고 직선 $x-(b-3)y-1=0$ 과는 평행일 때, a^2+b^2 의 값은 ?

① 5 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 15

해설

$$x+ay+1=0 \quad \cdots \textcircled{A}$$

$$2x-by+1=0 \quad \cdots \textcircled{B}$$

$$x-(b-3)y-1=0 \quad \cdots \textcircled{C}$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 은 수직이므로,

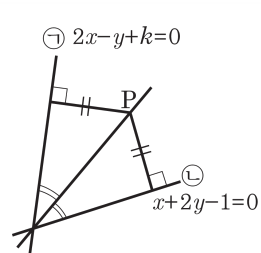
$$1 \times 2 + a(-b) = 0 \quad \therefore ab = 2$$

$\textcircled{A}$, $\textcircled{C}$ 은 평행이므로 $a = -(b-3)$

$$\therefore a^2 + b^2 = (a+b)^2 - 2ab = 5$$

12. 두 직선 $2x - y + k = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $P(3, 1)$ 을 지날 때, 상수 k 의 값의 합을 구하면?

- ① -2 ② 4 ③ -6
 ④ 8 ⑤ -10



해설

$$2x - y + k = 0 \quad \cdots \textcircled{1}$$

$$x + 2y - 1 = 0 \quad \cdots \textcircled{2}$$

(점 P와 ㉠사이의 거리) = (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6 - 1 + k|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|3 + 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}} \Rightarrow |5 + k| = 4$$

$$\Rightarrow 5 + k = \pm 4 \Rightarrow k = -9 \text{ 또는 } k = -1$$

$$\therefore k \text{의 합} : -10$$

13. 정점 A(1, 2)와 직선 $3x - 4y - 5 = 0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

- ① $3x + 4y = 0$ ② $x - 2y + 5 = 0$ ③ $3x - 4y = 0$
④ $x + 2y + 5 = 0$ ⑤ $x - 2y - 5 = 0$

해설

$3x - 4y - 5 = 0$ 위의 임의의 점을 $P(a, b)$ 라 하면

$$3a - 4b - 5 = 0 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AP}$ 의 중점을 (X, Y) 라 하면

$$X = \frac{1+a}{2}, Y = \frac{2+b}{2}$$

$$\therefore a = 2X - 1, b = 2Y - 2$$

이것을 $\textcircled{1}$ 에 대입하면

$$3(2X - 1) - 4(2Y - 2) - 5 = 0$$

$$\therefore 6X - 8Y = 0$$

$$\therefore 3x - 4y = 0$$

14. 점 $P(a, b)$ 가 직선 $y = -x + 2$ 위를 움직일 때 점 $Q(a - b, a + b)$ 의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x = 1$

② $y = 2$

③ $x + y = 2$

④ $x - y = -4$

⑤ $x + y = 0$

해설

$P(a, b)$ 가 $y = -x + 2$ 위의 점이므로

$$b = -a + 2 \cdots \text{㉠}$$

$Q(a - b, a + b) = (x, y)$ 라 하면,

$$a - b = x, a + b = y$$

$$\therefore a = \frac{x + y}{2}, b = \frac{y - x}{2}$$

$$\text{㉠에 대입하면 } \frac{y - x}{2} = -\frac{x + y}{2} + 2$$

$$\therefore y - x = -(x + y) + 4$$

$$\therefore y = 2$$

15. 두 점 A(3, 2), B(a, b) 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

- ① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$$\frac{b-2}{a-3} = 2, b-2 = 2(a-3), b = 2a-4 \cdots \textcircled{1}$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1 \cdot 3}{2+1}, \frac{2b+1 \cdot 2}{2+1} \right) = \left(\frac{2a+3}{3}, \frac{2b+2}{3} \right) \text{ 이고,}$$

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3} + 2 \cdot \frac{2b+2}{3} - 3 = 0$$

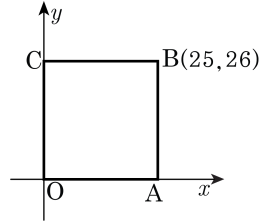
$$\therefore a+2b-1=0 \cdots \textcircled{2}$$

①, ②을 연립하여 풀면

$$a = \frac{9}{5}, b = -\frac{2}{5} \text{ 이다.}$$

$$\therefore 3a+b=5$$

16. 좌표평면 위에서 x 좌표와 y 좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다.
직선 $y = \frac{3}{8}x + 1$ 은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부 (경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?



- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$y = \frac{3}{8}x + 1$ 에서 x 가 8의 배수이면 y 도 정수가 된다.

$0 < x < 25$, $0 < y < 26$ 에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

(8, 4), (16, 7), (24, 10)으로 모두 3개의 격자점을 지난다.

17. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a

의 값을 구하면?

- ① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$
 ④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$
 ⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots \textcircled{A} \\ 2x-3y=-4 & \cdots \textcircled{B} \\ ax+y=0 & \cdots \textcircled{C} \end{cases}$$

에서 $\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 의 교점은 $(1, 2)$ 이다.

(i) $\textcircled{C}$ 이 점 $(1, 2)$ 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$

(ii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{A}$ 과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$

(iii) $\textcircled{C}$ 이 $\textcircled{B}$ 과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$$a=-2 \text{ 또는 } a=\frac{1}{2}$$

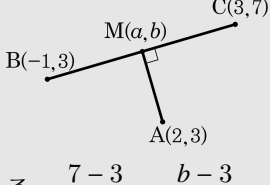
$$\text{또는 } a=-\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

18. 점 A(2, 3)에서 두 점 B(-1, 3), C(3, 7) 을 이은 선분 BC 에 내린 수선의 발을 M(a, b) 라 할 때, 4ab 의 값은?

- ① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$\overline{BC} \perp \overline{AM}$ 이므로 두 직선의 기울기의 곱은 -1 이다.



$\therefore, \frac{7-3}{3-(-1)} \times \frac{b-3}{a-2} = -1$

$b-3 = -(a-2), \quad \therefore a+b=5 \cdots \textcircled{㉠}$

한편, 직선 BC 의 방정식은

$$y-3 = \frac{7-3}{3-(-1)}(x+1)$$

$\therefore y = x+4$

이 때, 점 M 이 $\overline{BC}$ 위의 점이므로

$$b = a+4 \cdots \textcircled{㉡}$$

$\textcircled{㉠}, \textcircled{㉡}$ 을 연립하여 풀면 $a = \frac{1}{2}, b = \frac{9}{2}$

$\therefore 4ab = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2} = 9$

19. 두 직선 $y = -\frac{1}{2}x + 2$ 와 $y = kx + 2k + 1$ 이 제 1 사분면에서 만날 때,

k 의 값의 범위는?

- ① $-\frac{1}{6} < k < \frac{1}{2}$
- ② $-\frac{3}{2} < k < \frac{1}{2}$
- ③ $-\frac{1}{6} < k < 2$
- ④ $-\frac{1}{6} < k < 1$
- ⑤ $-\frac{1}{2} < k < \frac{1}{2}$

해설

$y = -\frac{1}{2}x + 2 \cdots \textcircled{A}$

$y = kx + 2k + 1 \cdots \textcircled{B}$

$\textcircled{B}$ 을 k 에 대하여 정리하면

$k(x + 2) + (1 - y) = 0$ 이므로

k 의 값에 관계없이 정점 $C(-2, 1)$ 을 지난다.

$\textcircled{A}$, $\textcircled{B}$ 이 제1 사분면에서 만날 조건은
그림에서 직선 AC, BC 사이를 직선 $\textcircled{B}$ 이 지나야 한다.

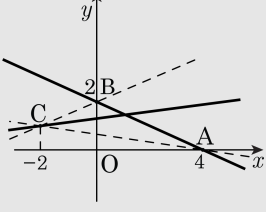
$\overline{AC}$ 의 기울기는 $-\frac{1}{6}$,

$\overline{BC}$ 의 기울기는 $\frac{1}{2}$

따라서 기울기 k 는 $-\frac{1}{6}$ 보다 커야하고

$\frac{1}{2}$ 보다 작아야 제 1 사분면에서 만난다.

$\therefore -\frac{1}{6} < k < \frac{1}{2}$



20. 두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 에서 직선 $2x - y = 0$ 까지의 거리가 같을 때,
 $\frac{2a - b}{a + b}$ 의 값은 ? (단, $ab < 0$)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(a, 0)$, $(0, b)$ 에서
직선 $2x - y = 0$
까지의 거리가 같으므로,

$$\frac{|2a - 0|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = \frac{|0 - b|}{\sqrt{2^2 + 1^2}}$$

$|2a| = |-b|, ab < 0$ 이므로

$$2a = -b, \therefore b = -2a$$

$$\text{따라서, } \frac{2a - b}{a + b} = \frac{2a + 2a}{a - 2a} = \frac{4a}{-a} = -4$$

21. 서로 다른 두 직선 $2x - ay - 2 = 0$, $x - (a - 3)y - 3 = 0$ 이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

- ① $\frac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\frac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\frac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x - ay - 2 = 0 \\ x - (a - 3)y - 3 = 0 \end{cases} \quad \text{정리하면}$$

$$\begin{cases} y = \frac{2}{a}x - \frac{2}{a} \\ y = \frac{1}{a-3}x - \frac{3}{a-3} \end{cases} \quad \text{평행하므로}$$

$$\frac{2}{a} = \frac{1}{a-3}$$

$\therefore a = 6$ 대입하면

$$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x - 3y - 3 = 0 \end{cases}$$

$x - 3y - 1 = 0$ 위의 점 $(1, 0)$ 과 $x - 3y - 3 = 0$ 과의 거리는

$$\therefore \frac{|1 - 3|}{\sqrt{1^2 + 3^2}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

22. 점 $(1, -1)$ 에서 직선 $ax + by = 0 (a \neq 0, b \neq 0)$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 관계를 바르게 설명한 것은?

- ① $a - b = 0$
- ② $a - b = \sqrt{2}$
- ③ $a + b = 0$
- ④ $ab = 0$
- ⑤ $ab = \sqrt{2}$

해설

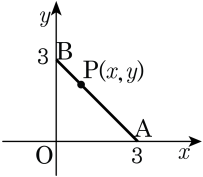
$$\frac{|a \times 1 + b \times (-1)|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|a - b|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \sqrt{2}$$
$$|a - b| = \sqrt{2} \sqrt{a^2 + b^2}$$

양변을 제곱하면 $a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 0, (a + b)^2 = 0$$

따라서 $a + b = 0$

23. $b \geq a > 0, c \geq 0$ 이면 $\frac{a+c}{b+c} \geq \frac{a}{b}$ 가 성립한다.
 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 A(3, 0), B(0, 3) 에 대하여 점 P(x, y) 가 선분 AB 위를 움직일 때, $\frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y}$ 의 최솟값은?

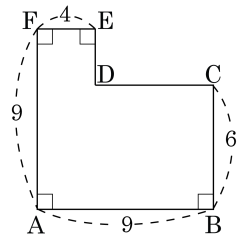


- ① $\frac{1}{5}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{4}{5}$

해설

직선 AB의 방정식은 $y = -x + 3$ 이므로 $x + y = 3$
 $\therefore \frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y} = \frac{25 - 5(x+y) + xy}{25 + 5(x+y) + xy}$
 $= \frac{10 + xy}{40 + xy} \geq \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$
 ($\because xy \geq 0$)
 (단, 등호는 $xy = 0$ 일 때,
 점 P가 A 또는 B일 때 성립한다.)
 따라서, 구하는 최솟값은 $\frac{1}{4}$ 이다.

24. 아래 그림과 같은 도형 ABCDEF가 있다. 변 CD 위에 한 점 P를 잡아 선분 AP를 그었더니 선분 AP에 의해 도형의 넓이가 이등분되었다. 이 때, 선분 AP의 길이를 구하면?

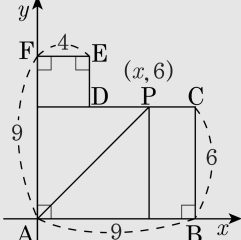


- ① $\sqrt{83}$ ② $\sqrt{84}$ ③ $\sqrt{85}$ ④ $\sqrt{86}$ ⑤ $\sqrt{87}$

해설

그림과 같이 좌표평면 위에서 변 AB가 x 축, 점 A가 원점이 되도록 하고, $P(x, 6)$ 이라고 하면 $\overline{PC} = 9 - x$ 이다.

이 때, 도형 ABCDEF의 넓이는 66이므로 사다리꼴 ABCP의 넓이는 33이다.



$$\frac{1}{2} \times 6 \times \{9 + (9 - x)\} = 33 \text{에서 } x = 7 \text{이다.}$$

$$\therefore \overline{AP} = \sqrt{(7-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{85}$$

25. 좌표평면 위에서 $2x^2 - 3xy + ky^2 - 3x + y + 1 = 0$ 이 두 개의 직선을 표시할 수 있도록 k 의 값은?

- ① 1
- ② -1
- ③ 3
- ④ 2
- ⑤ -2

해설

x 에 관해서 정리하면, $2x^2 - (3y + 3)x + ky^2 + y + 1 = 0 \cdots \textcircled{㉠}$
 $\textcircled{㉠}$ 이 두 개의 일차식의 곱으로 표시되어야 하므로
 $D = 9(y + 1)^2 - 8(ky^2 + y + 1)$
 $= (9 - 8k)y^2 + 10y + 1$ 이 완전제곱식이 되어야 한다.
 $\therefore D/4 = 5^2 - (9 - 8k) = 0$ 에서 $k = -2$

26. 임의의 실수 k 에 대하여 $(x + 2y - 5) + k(x - y + 1) = 0$ 으로 나타내어지는 직선 l 이 있다. 두 점 A(5, -11), B(-4, 7)을 잇는 선분 AB 위의 점으로서 직선 l 과의 교점이 될 수 없는 점의 좌표는 (a, b) 이다. 이 때, $a + 2b$ 를 구하면?

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

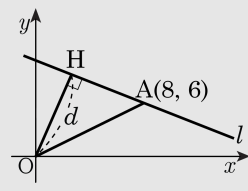
$l : (x + 2y - 5) + k \cdot (x - y + 1) = 0$
점 A와 B를 지나는 직선의 방정식 기울기는
 $\frac{-11 - 7}{5 + 4} = -2$
 $y = -2(x - 5) - 11 = -2x - 1 \cdots \textcircled{1}$
 $\therefore 2x + y + 1 = 0$
선분 AB의 경우 $-4 \leq x \leq 5$ 에서만 만족
 l 직선에 $\textcircled{1}$ 을 대입하면
 $(x - 4x - 2 - 5) + k(x + 2x + 1 + 1) = 0$
 $(-3x - 7) + k(3x + 2) = 0$
임의의 상수 k 에 대해서 등식을 만족해야하므로
 $x = -\frac{2}{3}$ 일 때 조건에 위배된다.
 $y = -2 \cdot \left(-\frac{2}{3}\right) - 1 = \frac{1}{3}$
 $a + 2b = \left(-\frac{2}{3}\right) + 2 \cdot \left(\frac{1}{3}\right) = 0$

27. 좌표평면 위에서 점 $A(8, 6)$ 을 지나는 임의의 직선과 원점사이의 거리의 최댓값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

점 $A(8, 6)$ 을 지나는 직선을 l , 원점 O 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 직각삼각형 OAH 에서 $\overline{OH} \leq \overline{OA}$ 이므로, 원점 O 에서 직선 l 까지의 거리 d 는 $d \leq \overline{OA} = \sqrt{8^2 + 6^2} = 10$
 $\therefore d \leq 10$



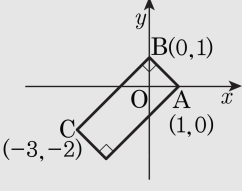
따라서 d 의 최댓값은 10 이다.

28. x, y 에 대한 방정식 $xy + x + y - 1 = 0$ 을 만족시키는 정수 x, y 를 좌표평면 위의 점 (x, y) 로 나타낼 때, 이 점들을 꼭지점으로 하는 사각형의 넓이는?

- ① 2
- ② 6
- ③ 8
- ④ $3\sqrt{2}$
- ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$xy + x + y - 1 = 0$ 에서 $(x + 1)(y + 1) = 2 \cdots \textcircled{1}$ 이고, x, y 는 정수이므로
 $\textcircled{1}$ 을 만족하는 정수해를 순서쌍으로 나타내면 $(0, 1), (1, 0), (-2, -3), (-3, -2)$ 이다.
네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형은 그림과 같다.



사각형 $ABCD$ 는 직사각형이고 넓이는
 $\overline{AB} \times \overline{BC} = \sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 6$

29. 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 이 이루는 각을 이등분하는 직선이 점 $(a, -1)$ 를 지날 때, a 의 값의 합은?

① -8 ② -6 ③ -4 ④ -2 ⑤ 0

해설

두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점을 $P(a, -1)$ 라 하면
점 P 에서 두 직선 $2x - y - 1 = 0$, $x + 2y - 1 = 0$ 까지의 거리가
같으므로

$$d = \frac{|2a + 1 - 1|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{|a - 2 - 1|}{\sqrt{1^2 + 2^2}}$$

$$|2a| = |a - 3|$$

$$\therefore 2a = a - 3 \text{ 또는 } 2a = -(a - 3) \text{ 이므로}$$

$$a = -3 \text{ 또는 } a = 1$$

$$\text{따라서 } a \text{ 의 값의 합은 } -3 + 1 = -2$$