1. 세 점 $\mathrm{A}(1,\ 4)$, $\mathrm{B}(-1,\ 2)$, $\mathrm{C}(4,\ a)$가 일직선위에 있을 때, 상수 a의 값을 구하면?

① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

세 점이 일직선 위에 있으면 기울기가 일치한다.

$$\frac{2-4}{-1-1} = \frac{a-2}{4-(-1)}$$

$$\Rightarrow \quad \therefore\ a = 7$$

2. 직선 $y = mx + n(m \neq 0)$ 은 직선 $ax + by + c = 0$ 에 평행하고, 직선 $px + qy + r = 0$ 에 수직이다. 다음 중 옳은 것을 모두 구하면?

㉠ $a + bm = 0$	㉡ $p + qm = 0$	㉢ $ap + bq = 0$

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉡, ㉢

④ ㉠, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설

$y = mx + n \cdots ①$

$y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b} \cdots ②$

$y = -\frac{p}{q}x - \frac{r}{q} \cdots ③$

Ⅰ) ① // ② : $m = -\frac{a}{b}$

$\therefore a + bm = 0$

Ⅱ) ①⊥③ : $m\left(-\frac{p}{q}\right) = -1$

$\therefore mp - q = 0$

3. 두 직선 $x+y=4$, $2x-y+1=0$의 교점과 점 $(2,\ -1)$을 지나는 직선의 방정식은?

① $y=4x+7$ ② $y=4x-7$ ③ $y=-4x+7$

④ $y=-4x-7$ ⑤ $y=-x+7$

해설

두 직선의 방정식

$$\begin{cases} x+y=4 & \cdots ㉠ \\ 2x-y+1=0 & \cdots ㉡ \end{cases}$$ 을 연립하여 풀면

$x=1,\ y=3$

즉, 교점 $(1,\ 3)$ 과 $(2,\ -1)$ 을 지나는 직선의 방정식은

$$y-3=\frac{-1-3}{2-1}(x-1)$$

즉, $y=-4x+7$

4. 점 $\mathrm{P}(1, 2)$ 에서 직선 $2x+y-3=0$ 에 내린 수선의 발을 H 라할 때, 수선 PH 의 길이는?

① $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ ③ $4\sqrt{2}$ ④ 2 ⑤ 3

해설

($\overline{\mathrm{PH}}$ 의 길이)

$=$ (점 $\mathrm{P}(1,\ 2)$ 와 직선 $2x+y-3=0$ 과의 거리)

$$\therefore\ \ \overline{\mathrm{PH}}=\frac{|2+2-3|}{\sqrt{4+1}}=\frac{1}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}}{5}$$

5. 원점에서의 거리가 1이고, 점 $(1,2)$를 지나는 직선의 방정식이 $ax+by+c=0$으로 표현될 때, $a+b+c$의 값을 구하면? (단, $b \neq 0$)

① 1　　② 2　　③ 3　　④ 4　　⑤ 5

해설

점 $(1,2)$를 지나는 직선은

$y=m(x-1)+2$ 에서,

$mx-y-m+2=0 \cdots$ ㉠

여기서 $(0,0)$에 이르는 거리가 1이므로

$\dfrac{|-m+2|}{\sqrt{m^2+1}}=1,\ |m-2|=\sqrt{m^2+1}$

양변을 제곱하여 정리하면, $m=\dfrac{3}{4}$

㉠에 대입하여 정리하면, $\dfrac{3}{4}x-y+\dfrac{5}{4}=0,$

$3x-4y+5=0$

$\therefore\ a+b+c=3-4+5=4$

6. 두 점 $(a,\ a+1)$과 $(a+1,\ a+2)$를 지나는 직선이 x축, y축과 만나는 점을 각각 A, B라 하자. 이 때 삼각형 OAB의 넓이는? (단, O는 원점이다.)

① $\frac{1}{2}$ ② 1 ③ $\frac{3}{2}$ ④ $\frac{1}{2}a$ ⑤ a

해설

두 점 $(a, a+1)$ 과 $(a+1, a+2)$를 지나는 직선의 기울기를 m이라 하면

$$m = \frac{(a+2)-(a+1)}{(a+1)-a} = 1$$

따라서, 두 점을 지나는 직선의 방정식은

$y-(a+1) = (x-a)$이다.

즉, $y = x+1$이다.

이 때, 두 점 A, B의 좌표는 $\mathrm{A}(-1,0), \mathrm{B}(0,1)$이므로

삼각형 OAB의 넓이는 $\frac{1}{2}\times 1\times 1 = \frac{1}{2}$

7. 두 점 $(-1,2),(3,4)$ 를 지나는 직선이 x 축, y 축과 각각 점 A, B 에서 만날 때, 삼각형 OAB 의 넓이는? (단 O 는 원점)

① $\frac{21}{4}$ ② $\frac{13}{3}$ ③ $\frac{25}{4}$ ④ $\frac{24}{5}$ ⑤ $\frac{37}{6}$

해설

두 점 $(-1,2),(3,4)$ 를 지나는 직선의 방정식은 $y-4=\frac{4-2}{3-(-1)}(x-3)$

$\therefore y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$

$y=0$ 을 대입하면

$0=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}, x=-5$

따라서 x 축과 만나는 점 A 의 좌표는 $A(-5,0)$

㉠의 y 절편이 $\frac{5}{2}$ 이므로

y 축과 만나는 점 B 의 좌표는 $B(0,\frac{5}{2})$,

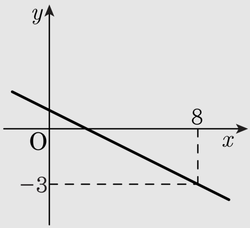
$\triangle OAB=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot\frac{5}{2}=\frac{25}{4}$

8. 점 $(8, -3)$을 지나고, x축, y축의 양의 부분으로 둘러싸인 삼각형의 넓이가 1인 직선의 방정식으로 알맞은 것은?

① $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}=1$　② $\frac{x}{2}+y=1$　③ $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}=1$

④ $x+\frac{y}{3}=1$　⑤ $\frac{x}{3}+\frac{y}{3}=1$

해설



x절편이 a이고, y절편이 b인 직선의 방정식은 $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}=1$

이 직선이 점 $(8, -3)$을 지나므로

$\frac{8}{a}+\frac{(-3)}{b}=1 \cdots$ ㉠

두 좌표축과 직선이 이루는 삼각형의 넓이 S는

$S=\frac{1}{2}ab=1 \cdots$ ㉡

㉡에서 $\frac{1}{a}=\frac{1}{2}b$

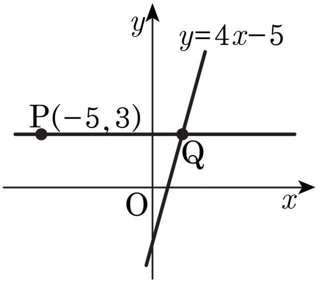
이것을 ㉠에 대입하면 $8\times\frac{1}{2}b-\frac{3}{b}=1$에서

$4b^2-b-3=0 \quad \therefore\ (4b+3)(b-1)=0$

$b>0$이므로 $b=1 \quad \therefore\ a=2$

따라서 구하는 직선의 방정식은 $\frac{x}{2}+y=1$

9. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 점 $\mathrm{P}(-5,3)$ 을 지나고 x축에 평행한 직선이 일차함수 $y=4x-5$ 의 그래프와 만나는 점을 Q 라 한다. $\overline{\mathrm{PQ}}$ 의 길이는?



① 6 ② $\frac{13}{2}$ ③ 7 ④ $\frac{15}{2}$ ⑤ 8

해설

점 P 를 지나고 x축에 평행한 직선의 방정식은 $y=3$ 이다.
점 Q 의 y좌표가 3 이므로
$y=4x-5$ 에 $y=3$ 을 대입하면 $3=4x-5$
$\therefore x=2$
따라서 점 Q 의 좌표는 $(2,\ 3)$ 이다.
$\therefore \overline{\mathrm{PQ}}=2-(-5)=7$

10. $ab < 0$, $bc < 0$일 때, 직선 $ax + by + c = 0$이 지나지 않는 사분면을 구하면?

① 제1 사분면 ② 제2, 3 사분면 ③ 제4 사분면

④ 제3 사분면 ⑤ 제3, 4 사분면

해설

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow \quad y = -\frac{a}{b}x - \frac{c}{b}$$

$ab < 0,\ bc < 0$이므로 기울기는 양수, y 절편은 양수이다.

$\therefore$ 제4분면은 지나지 않는다.

11. $x+ay+1=0$이 $2x-by+1=0$과는 수직이고 직선 $x-(b-3)y-1=0$과는 평행일 때, a^2+b^2의 값은 ?

① 5 ② 7 ③ 10 ④ 13 ⑤ 15

해설

$x+ay+1=0 \quad \cdots ㉠$

$2x-by+1=0 \quad \cdots ㉡$

$x-(b-3)y-1=0 \cdots ㉢$

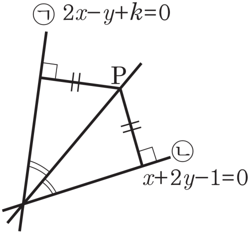
㉠, ㉡ 은 수직이므로,

$1\times 2+a(-b)=0 \quad \therefore \ ab=2$

㉠, ㉢ 은 평행이므로 $a=-(b-3)$

$\therefore \ a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=5$

12. 두 직선 $2x-y+k=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각의 이등분선이 점 $\mathrm{P}(3,\ 1)$을 지날 때, 상수 k의 값의 합을 구하면?



① -2　　② 4　　③ -6
④ 8　　⑤ -10

해설

$2x-y+k=0 \quad \cdots$ ㉠
$x+2y-1=0 \quad \cdots$ ㉡
(점 P와 ㉠사이의 거리)= (점 P와 ㉡사이의 거리) 이므로

$$\frac{|6-1+k|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|3+2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}} \Rightarrow |5+k|=4$$

$\Rightarrow 5+k=\pm4 \Rightarrow k=-9$ 또는 $k=-1$
$\therefore k$ 의 합 : -10

13. 정점 $A(1,\ 2)$와 직선 $3x-4y-5=0$ 위의 점을 연결하는 선분의 중점의 자취의 방정식은?

① $3x+4y=0$ ② $x-2y+5=0$ ③ $3x-4y=0$

④ $x+2y+5=0$ ⑤ $x-2y-5=0$

해설

$3x-4y-5=0$ 위의 임의의 점을 $\mathrm{P}(a,\ b)$라 하면

$3a-4b-5=0\cdots$ ㉠

$\overline{\mathrm{AP}}$의 중점을 $(X,\ Y)$라 하면

$$X=\frac{1+a}{2},\ Y=\frac{2+b}{2}$$

$\therefore a=2X-1,\ b=2Y-2$

이것을 ㉠에 대입하면

$3(2X-1)-4(2Y-2)-5=0$

$\therefore 6X-8Y=0$

$\therefore 3x-4y=0$

14. 점 $P(a,\ b)$가 직선 $y=-x+2$ 위를 움직일 때 점 $Q(a-b,\ a+b)$의 자취가 나타내는 도형의 방정식을 구하면?

① $x=1$ ② $y=2$ ③ $x+y=2$

④ $x-y=-4$ ⑤ $x+y=0$

해설

$P(a,\ b)$가 $y=-x+2$ 위의 점이므로

$b=-a+2 \cdots$ ㉠

$Q(a-b,\ a+b)=(x,\ y)$라 하면,

$a-b=x$, $a+b=y$

$\therefore a=\dfrac{x+y}{2}$, $b=\dfrac{y-x}{2}$

㉠에 대입하면 $\dfrac{y-x}{2}=-\dfrac{x+y}{2}+2$

$\therefore y-x=-(x+y)+4$

$\therefore y=2$

15. 두 점 $A(3,\ 2)$, $B(a,\ b)$ 를 지나는 직선의 기울기가 2 이고, 이 직선과 직선 $x+2y-3=0$ 의 교점은 선분 AB 를 2 : 1 로 내분하는 점이다. 이 때, $3a+b$ 의 값은?

① 3 ② 5 ③ 7 ④ 9 ⑤ 10

해설

직선 AB 의 기울기는 2 이므로

$$\frac{b-2}{a-3}=2,\ b-2=2(a-3),\ b=2a-4\cdots ㉠$$

$\overline{AB}$ 를 2 : 1 로 내분하는 점은

$$\left(\frac{2a+1\cdot 3}{2+1},\ \frac{2b+1\cdot 2}{2+1}\right)=\left(\frac{2a+3}{3},\ \frac{2b+2}{3}\right)$$ 이고,

이 점은 직선 $x+2y-3=0$ 위에 있으므로

$$\frac{2a+3}{3}+2\cdot\frac{2b+2}{3}-3=0$$

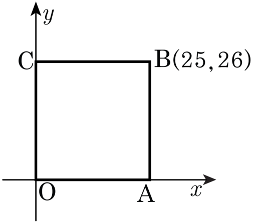
$\therefore\ a+2b-1=0\cdots ㉡$

㉠, ㉡을 연립하여 풀면

$a=\frac{9}{5},\ b=-\frac{2}{5}$ 이다.

$\therefore\ 3a+b=5$

16. 좌표평면 위에서 x좌표와 y좌표가 모두 정수인 점을 격자점이라 한다. 직선 $y = \frac{3}{8}x + 1$은 아래 그림과 같은 직사각형 OABC 내부(경계선 제외)의 격자점을 모두 몇 개 지나는가?



① 1개 ② 2개 ③ 3개 ④ 4개 ⑤ 5개

해설

$y = \frac{3}{8}x + 1$에서 x가 8의 배수이면 y도 정수가 된다.

$0 < x < 25,\ 0 < y < 26$에서 조건을 만족하는 정수의 순서쌍을 구하면

$(8,\ 4),\ (16,\ 7),\ (24,\ 10)$으로 모두 3개의 격자점을 지난다.

17. 세 직선 $\begin{cases} x+2y=5 \\ 2x-3y=-4 \\ ax+y=0 \end{cases}$ 이 삼각형을 만들지 못할 때, 모든 상수 a 의 값을 구하면?

① $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

② $a=2$ 또는 $a=-\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

③ $a=2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

④ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=-\frac{2}{3}$

⑤ $a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$ 또는 $a=\frac{2}{3}$

해설

$$\begin{cases} x+2y=5 & \cdots ㉠ \\ 2x-3y=-4 & \cdots ㉡ \\ ax+y=0 & \cdots ㉢ \end{cases}$$

에서 ㉠, ㉡의 교점은 $(1,\ 2)$ 이다.

(i) ㉢이 점$(1,\ 2)$ 를 지날 때, $a+2=0$ 에서 $a=-2$

(ii) ㉢이 ㉠과 평행할 때, $a=\frac{1}{2}$

(iii) ㉢이 ㉡과 평행할 때, $a=-\frac{2}{3}$

이상에서 구하는 모든 상수 a 의 값은

$a=-2$ 또는 $a=\frac{1}{2}$

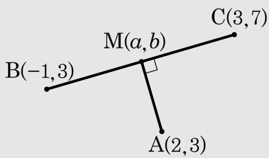
또는 $a=-\frac{2}{3}$ 이다.

18. 점 A(2, 3)에서 두 점 B(−1, 3), C(3, 7)을 이은 선분 BC에 내린 수선의 발을 M(a, b)라 할 때, $4ab$의 값은?

① 7 ② 9 ③ 11 ④ 13 ⑤ 15

해설

$\overline{BC} \perp \overline{AM}$ 이므로 두 직선의 기울기의 곱은 −1 이다.



즉, $\dfrac{7-3}{3-(-1)} \times \dfrac{b-3}{a-2} = -1$

$b-3 = -(a-2)$, $\quad \therefore\ a+b=5 \cdots$ ㉠

한편, 직선 BC 의 방정식은

$y-3 = \dfrac{7-3}{3-(-1)}(x+1)$

$\therefore\ y = x+4$

이 때, 점 M 이 $\overline{BC}$ 위의 점이므로

$b = a+4 \cdots$ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a = \dfrac{1}{2}$, $b = \dfrac{9}{2}$

$\therefore\ 4ab = 4 \cdot \dfrac{1}{2} \cdot \dfrac{9}{2} = 9$

19. 두 직선 $y=-\frac{1}{2}x+2$ 와 $y=kx+2k+1$ 이 제 1 사분면에서 만날 때, k 의 값의 범위는?

① $-\frac{1}{6}<k<\frac{1}{2}$ ② $-\frac{3}{2}<k<\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{6}<k<2$
④ $-\frac{1}{6}<k<1$ ⑤ $-\frac{1}{2}<k<\frac{1}{2}$

해설

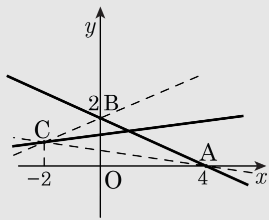
$y=-\frac{1}{2}x+2 \cdots$ ㉠

$y=kx+2k+1 \cdots$ ㉡

㉡ 을 k 에 대하여 정리하면

$k(x+2)+(1-y)=0$ 이므로

k 의 값에 관계없이 정점 C$(-2,\ 1)$ 을 지난다.



㉠, ㉡이 제1 사분면에서 만날 조건은

그림에서 직선 AC, BC 사이를 직선 ㉡이 지나야 한다.

$\overline{\mathrm{AC}}$ 의 기울기는 $-\frac{1}{6}$,

$\overline{\mathrm{BC}}$ 의 기울기는 $\frac{1}{2}$

따라서 기울기 k는 $-\frac{1}{6}$ 보다 커야하고 $\frac{1}{2}$ 보다 작아야 제 1사분면에서 만난다.

$\therefore\ -\frac{1}{6}<k<\frac{1}{2}$

20. 두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$ 에서 직선 $2x-y=0$ 까지의 거리가 같을 때, $\dfrac{2a-b}{a+b}$ 의 값은? (단, $ab<0$)

① -4 ② -2 ③ 0 ④ 2 ⑤ 4

해설

두 점 $(a,\ 0)$, $(0,\ b)$ 에서
직선 $2x-y=0$
까지의 거리가 같으므로,

$$\frac{|2a-0|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\frac{|0-b|}{\sqrt{2^2+1^2}}$$

$|2a|=|-b|$,$ab<0$ 이므로

$2a=-b,\quad \therefore\ b=-2a$

따라서, $\dfrac{2a-b}{a+b}=\dfrac{2a+2a}{a-2a}=\dfrac{4a}{-a}=-4$

21. 서로 다른 두 직선 $2x-ay-2=0$, $x-(a-3)y-3=0$이 평행할 때, 두 직선 사이의 거리를 구하면?

① $\dfrac{\sqrt{6}}{5}$ ② $\dfrac{\sqrt{7}}{5}$ ③ $\dfrac{2\sqrt{2}}{5}$ ④ $\dfrac{3}{5}$ ⑤ $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$

해설

$$\begin{cases} 2x-ay-2=0 \\ x-(a-3)y-3=0 \end{cases}$$ 정리하면

$$\begin{cases} y=\dfrac{2}{a}x-\dfrac{2}{a} \\ y=\dfrac{1}{a-3}x-\dfrac{3}{a-3} \end{cases}$$ 평행하므로

$$\frac{2}{a}=\frac{1}{a-3}$$

$\therefore\ a=6$ 대입하면

$$\begin{cases} x-3y-1=0 \\ x-3y-3=0 \end{cases}$$

$x-3y-1=0$ 위의 점 $(1,\ 0)$과 $x-3y-3=0$과의 거리는

$$\therefore\ \frac{|1-3|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\frac{2\sqrt{10}}{10}=\frac{\sqrt{10}}{5}$$

22. 점 $(1,\ -1)$ 에서 직선 $ax+by=0(a\neq 0,\ b\neq 0)$ 까지의 거리가 $\sqrt{2}$ 일 때, 상수 a, b 의 관계를 바르게 설명한 것은?

① $a-b=0$　　② $a-b=\sqrt{2}$　　③ $a+b=0$

④ $ab=0$　　⑤ $ab=\sqrt{2}$

해설

$$\frac{|a\times 1+b\times(-1)|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{|a-b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\sqrt{2}$$

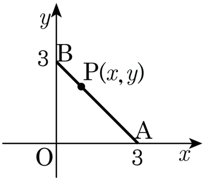
$|a-b|=\sqrt{2}\sqrt{a^2+b^2}$

양변을 제곱하면 $a^2-2ab+b^2=2a^2+2b^2$

$a^2+2ab+b^2=0,\ (a+b)^2=0$

따라서 $a+b=0$

23. $b \ge a > 0,\ c \ge 0$ 이면 $\dfrac{a+c}{b+c} \ge \dfrac{a}{b}$ 가 성립한다. 다음 그림과 같이 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(3,\ 0)$, $\mathrm{B}(0,\ 3)$ 에 대하여 점 $\mathrm{P}(x,\ y)$ 가 선분 AB 위를 움직일 때, $\dfrac{5-y}{5+x} \times \dfrac{5-x}{5+y}$ 의 최솟값은?



① $\dfrac{1}{5}$　② $\dfrac{1}{4}$　③ $\dfrac{1}{3}$　④ $\dfrac{3}{4}$　⑤ $\dfrac{4}{5}$

해설

직선 AB 의 방정식은

$y = -x + 3$ 이므로 $x + y = 3$

$$\therefore \ \frac{5-y}{5+x} \times \frac{5-x}{5+y} = \frac{25-5(x+y)+xy}{25+5(x+y)+xy}$$

$$= \frac{10+xy}{40+xy} \ge \frac{10}{40} = \frac{1}{4}$$

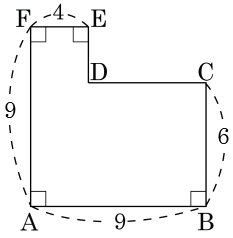
$(\because\ xy \ge 0)$

(단, 등호는 $xy = 0$ 일 때,

점 P가 A 또는 B일 때 성립한다.)

따라서, 구하는 최솟값은 $\dfrac{1}{4}$ 이다.

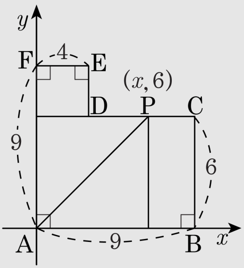
24. 아래 그림과 같은 도형 ABCDEF가 있다. 변 CD 위에 한 점 P를 잡아 선분 AP를 그었더니 선분 AP에 의해 도형의 넓이가 이등분되었다. 이 때, 선분 AP의 길이를 구하면?



① $\sqrt{83}$ ② $\sqrt{84}$ ③ $\sqrt{85}$ ④ $\sqrt{86}$ ⑤ $\sqrt{87}$

해설

그림과 같이 좌표평면 위에서 변 AB가 x축,
점 A가 원점이 되도록 하고, $P(x,\ 6)$이라고 하면
$\overline{PC} = 9 - x$이다.
이 때, 도형 ABCDEF의 넓이는 66이므로
사다리꼴 ABCP의 넓이는 33이다.



$\frac{1}{2} \times 6 \times \{9 + (9 - x)\} = 33$에서 $x = 7$이다.

$\therefore \overline{AP} = \sqrt{(7-0)^2 + (6-0)^2} = \sqrt{85}$

25. 좌표평면 위에서 $2x^2 - 3xy + ky^2 - 3x + y + 1 = 0$이 두 개의 직선을 표시할 수 있도록 k의 값은?

① 1　　② -1　　③ 3　　④ 2　　⑤ -2

해설

x에 관해서 정리하면, $2x^2 - (3y+3)x + ky^2 + y + 1 = 0 \cdots$ ㉠
㉠이 두 개의 일차식의 곱으로 표시되어야 하므로
$\mathrm{D} = 9(y+1)^2 - 8(ky^2 + y + 1)$
$= (9-8k)y^2 + 10y + 1$이 완전제곱식이 되어야 한다.
$\therefore \mathrm{D}/4 = 5^2 - (9-8k) = 0$에서 $k = -2$

26. 임의의 실수 k에 대하여 $(x+2y-5)+k(x-y+1)=0$으로 나타내어지는 직선 l이 있다. 두 점 $\mathrm{A}(5,\ -11)$, $\mathrm{B}(-4,\ 7)$을 잇는 선분 AB 위의 점으로서 직선 l과의 교점이 될 수 없는 점의 좌표는 $(a,\ b)$이다. 이 때, $a+2b$를 구하면?

① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 1

해설

$l\ :\ (x+2y-5)+k\cdot(x-y+1)=0$

점 A와 B를 지나는 직선의 방정식 기울기는

$$\frac{-11-7}{5+4}=\ -2$$

$y=-2(x-5)-11\ =-2x-1\ \cdots㉠$

$\therefore\ 2x+y+1=0$

선분 AB의 경우 $-4\le x\le 5$에서만 만족

l직선에 ㉠을 대입하면

$(x-4x-2-5)+k(x+2x+1+1)=0$

$(-3x-7)+k(3x+2)=0$

임의의 상수 k에 대해서 등식을 만족해야하므로

$x=-\dfrac{2}{3}$ 일 때 조건에 위배된다.

$$y=-2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)-1=\frac{1}{3}$$

$$a+2b=\left(-\frac{2}{3}\right)+2\cdot\left(\frac{1}{3}\right)=0$$

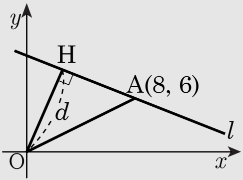
27. 좌표평면 위에서 점 $A(8,\ 6)$ 을 지나는 임의의 직선과 원점사이의 거리의 최댓값은?

① 6 ② 8 ③ 10 ④ 12 ⑤ 14

해설

점 $A(8,\ 6)$ 을 지나는 직선을 l , 원점 O 에서 직선 l 에 내린 수선의 발을 H 라 하면 직각삼각형 OAH 에서 $\overline{OH} \le \overline{OA}$ 이므로, 원점 O 에서 직선 l 까지의 거리 d 는 $d \le \overline{OA} = \sqrt{8^2+6^2} = 10$

$\therefore\ d \le 10$



따라서 d 의 최댓값은 10 이다.

28. x, y 에 대한 방정식 $xy+x+y-1=0$ 을 만족시키는 정수 x, y 를 좌표평면 위의 점 $(x,\ y)$ 로 나타낼 때, 이 점들을 꼭지점으로 하는 사각형의 넓이는?

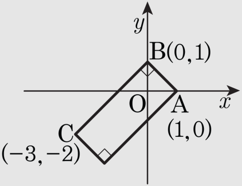
① 2　　② 6　　③ 8　　④ $3\sqrt{2}$　　⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$xy+x+y-1=0$ 에서 $(x+1)(y+1)=2\cdots$ ㉠ 이고, x, y 는 정수이므로

㉠ 을 만족하는 정수해를 순서쌍으로 나타내면 $(0,\ 1)$, $(1,\ 0)$, $(-2,-3)$, $(-3,-2)$ 이다.

네 점을 꼭짓점으로 하는 사각형은 그림과 같다.



사각형 $ABCD$ 는 직사각형이고 넓이는

$\overline{AB}\times\overline{BC}=\sqrt{2}\times3\sqrt{2}=6$

29. 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 이 이루는 각을이등분하는 직선이 점 $(a,-1)$ 를 지날 때, a 의 값의 합은?

① -8　② -6　③ -4　④ -2　⑤ 0

해설

두 직선이 이루는 각의 이등분선 위의 점을 $\mathrm{P}(a,\ -1)$ 라 하면 점 P 에서 두 직선 $2x-y-1=0$, $x+2y-1=0$ 까지의 거리가 같으므로

$$d=\frac{|2a+1-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2}}=\frac{|a-2-1|}{\sqrt{1^2+2^2}}$$

$|2a|=|a-3|$

$\therefore\ 2a=a-3$ 또는 $2a=-(a-3)$ 이므로

$a=-3$ 또는 $a=1$

따라서 a 의 값의 합은 $-3+1=-2$