

1. 연립부등식 $\begin{cases} 2(x+6) > 4a \\ -4(3x-2) > -28 \end{cases}$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$2(x+6) > 4a, x+6 > 2a$
 $\therefore x > 2a-6$
 $-4(3x-2) > -28, 3x-2 < 7$
 $\therefore x < 3$
 $2a-6 < x < 3$ 이므로 $2a-6 = -2$
 $\therefore a = 2$

2. 이차부등식 $x^2 - 2x + m + 3 > 0$ 의 해가 모든 실수일 때, 상수 m 값의 범위를 구하면?

① $m > -2$

② $m < -2$

③ $0 < m < -2$

④ $0 < m \leq -2$

⑤ $0 \leq m < -2$

해설

주어진 부등식이 항상 성립하려면
판별식이 0 보다 작아야 한다.

$$\frac{D}{4} = 1^2 - (m + 3) < 0 \Rightarrow m > -2$$

3. 이차부등식 $x^2 + ax + b < 0$ 의 해가 $-2 < x < 3$ 일 때, 이차부등식 $x^2 - ax + b < 0$ 의 해는?

- ① $-3 < x < 2$ ② $-2 < x < 3$ ③ $2 < x < 3$
④ $-\frac{1}{2} < x < \frac{1}{3}$ ⑤ $-\frac{1}{3} < x < \frac{1}{2}$

해설

$$x^2 + ax + b = (x + 2)(x - 3) < 0$$

$$\therefore a = -1, b = -6$$

$$x^2 - ax + b = x^2 + x - 6$$

$$= (x - 2)(x + 3) < 0$$

$$\therefore -3 < x < 2$$

4. 이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근의 합이 10일 때, 방정식 $f(4x - 3) = 0$ 의 두 근의 합은?

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

해설

$f(x) = 0$ 의 두 근을 α, β 라 하면 $\alpha + \beta = 10$

$f(x) = a(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ 로 놓으면

$f(4x - 3) = a(4x - 3 - \alpha)(4x - 3 - \beta) = 0$

$x = \frac{3 + \alpha}{4}, \frac{3 + \beta}{4}$

$\therefore$ 두 근의 합은 $\frac{6 + \alpha + \beta}{4} = 4$

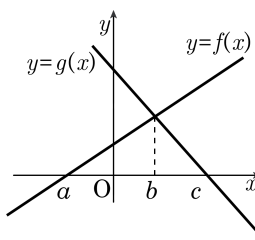
5. x 에 대한 이차방정식 $x^2 - 2kx - 2k + 3 = 0$ 이 두 실근을 가지도록 실수 k 의 값의 범위를 정하면?

- ① $k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$ ② $-3 \leq k \leq 1$
③ $k = -3$ 또는 $k = 1$ ④ $k < -3$ 또는 $k > 1$
⑤ $-3 < k < 1$

해설

두 실근을 갖는다는 것은
서로 다른 두 실근 또는 중근을 갖는다는 것이므로
 $D' = k^2 - (-2k + 3) \geq 0$
 $k^2 + 2k - 3 \geq 0$
 $(k + 3)(k - 1) \geq 0$
 $\therefore k \leq -3$ 또는 $k \geq 1$

6. 두 개의 일차함수 $y = f(x)$, $y = g(x)$ 의 그래프가 다음 그림과 같을 때, 이차부등식 $f(x)g(x) \geq 0$ 의 해는?



- ① $a \leq x \leq b$ ② $a \leq x \leq c$
 ③ $b \leq x \leq c$ ④ $x \leq b, x \geq c$
 ⑤ $x \leq a, x \geq c$

해설

$f(x)g(x) \geq 0$ 을 만족하는 경우는 다음과 같이 두 가지의 경우가 있다.

$f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$ 또는 $f(x) \leq 0, g(x) \leq 0$

그런데 그래프에서 $f(x) \leq 0, g(x) \leq 0$ 의 경우는 없으므로 $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$ 을 만족하는

x 의 범위를 구하면 된다.

주어진 함수의 그래프를 살펴 보면

$x \leq a$ 일 때, $f(x) \leq 0, g(x) \geq 0$

$a \leq x \leq c$ 일 때, $f(x) \geq 0, g(x) \geq 0$

$x \geq c$ 일 때, $f(x) \geq 0, g(x) \leq 0$

따라서 구하는 해는 $a \leq x \leq c$

7. 다음과 같은 포물선과 직선이 있다.

$$\begin{aligned}y &= x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 \\ y &= x + 1\end{aligned}$$

포

물선이 직선보다 항상 위쪽에 존재하도록 m 의 범위를 정하면?

- ① $m < -2, \quad m > \frac{2}{3}$

② $m < -1, \quad m > \frac{2}{3}$
- ③ $m < -2, \quad m > 2$

④ $m < 2, \quad m > \frac{2}{3}$
- ⑤ $m < -5, \quad m > \frac{2}{3}$

해설

$x^2 + (m-1)x + m^2 + 1 > x + 1$ 을
항상 만족시키도록 m 을 정하면 된다.
 $x^2 + (m-2)x + m^2 > 0$ 에서 판별식
 $D = (m-2)^2 - 4m^2 < 0,$
 $(m-2+2m)(m-2-2m) < 0$
 $(3m-2)(m+2) > 0$
 $\therefore m < -2, m > \frac{2}{3}$

8. 연립부등식 $\begin{cases} x^2 - x - 6 \leq 0 \\ x^2 - 5x + 4 > 0 \end{cases}$ 을 만족하는 정수해는 몇 개인가?

- ① 7개 ② 6개 ③ 5개 ④ 4개 ⑤ 3개

해설

$x^2 - x - 6 \leq 0$
 $\Rightarrow (x - 3)(x + 2) \leq 0$
 $\Rightarrow -2 \leq x \leq 3 \quad \dots \quad \textcircled{1}$
 $x^2 - 5x + 4 > 0$
 $\Rightarrow (x - 1)(x - 4) > 0$
 $\Rightarrow x < 1 \text{ 또는 } x > 4 \quad \dots \quad \textcircled{2}$
①, ②의 공통범위는: $-2 \leq x < 1$
 $\therefore$ 정수의 해: $-2, -1, 0$

9. 이차부등식 $x^2 - 3x + 2 < 0$ 을 만족하는 모든 x 가 이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 을 만족할 때, 상수 a 의 값의 범위는?

- ① $a > 0$ ② $a > 1$ ③ $0 < a < 1$
 ④ $0 \leq a \leq 1$ ⑤ $a \geq 1$

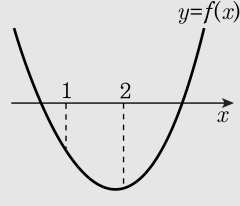
해설

$$x^2 - 3x + 2 < 0 \text{에서 } (x-1)(x-2) < 0$$

$$\therefore 1 < x < 2$$

이차부등식 $x^2 - 2ax + a - 1 < 0$ 이 $1 < x < 2$ 에서 항상 성립해야하므로

$f(x) = x^2 - 2ax + a - 1$ 로 놓으면 다음 그림과 같이 $f(1) \leq 0$, $f(2) \leq 0$ 이어야 한다.



$$f(1) = 1 - 2a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 0 \dots\dots \text{㉠}$$

$$f(2) = 4 - 4a + a - 1 \leq 0 \text{에서 } a \geq 1 \dots\dots \text{㉡}$$

㉠, ㉡에서 $a \geq 1$

10. 함수 $f(x) = ax + b$ 가 $2 \leq f(1) \leq 4$, $0 \leq f(2) \leq 3$ 을 만족할 때, $f(3)$ 의 최댓값과 최솟값의 합은?

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$f(1) = a + b$, $f(2) = 2a + b$
 $f(3) = 3a + b$ 이므로 $f(3) = 2f(2) - f(1)$
조건에서 $2 \leq f(1) \leq 4$ ㉠
 $0 \leq f(2) \leq 3$ ㉡
㉠에서 각 변에 -1 을 곱하면
 $-4 \leq -f(1) \leq -2$ ㉢
㉡에서 각 변에 2 를 곱하면
 $0 \leq 2f(2) \leq 6$ ㉣
 $\therefore -4 \leq f(3) \leq 4$
따라서, $f(3)$ 의 최댓값은 4 , 최솟값은 -4 이다.

11. 다음 연립부등식을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라.

$$\begin{cases} \frac{2x+4}{3} \geq \frac{x-2}{2} - x \\ 0.3(2x-3) \leq 0.2(x+6) + 0.3 \\ 1.2x - \frac{1}{2} < 0.8x + \frac{3}{5} \end{cases}$$

▶ 답: 개

▶ 정답: 2 개

해설

$$\begin{aligned} \frac{2x+4}{3} &\geq \frac{x-2}{2} - x \text{의 양변에 } 6 \text{을 곱하면 } 2(2x+4) \geq 3(x-2)-6x, \\ 4x+8 &\geq 3x-6-6x, \\ x &\geq -2 \\ 0.3(2x-3) &\leq 0.2(x+6)+0.3 \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면 } 3(2x-3) \leq 2(x+6)+3, \\ 6x-9 &\leq 2x+12+3, \\ x &\leq 6 \\ 1.2x - \frac{1}{2} &< 0.8x + \frac{3}{5} \text{의 양변에 } 10 \text{을 곱하면} \\ 12x - 5 &< 8x + 6, \\ 4x &< 11, \\ x &< \frac{11}{4} \end{aligned}$$

연립부등식의 해는 $-2 \leq x < \frac{11}{4}$ 이고 속하는 자연수는 1, 2의 2개이다.

12. 연립부등식 $\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \\ |x| < a \end{cases}$ 의 해가 없을 때, 양수 a 의 값의 범위를 구하여라.

① $3 < a \leq 4$

② $0 < a \leq 3$

③ $0 < a < 3$

④ $0 < a \leq 4$

⑤ $0 < a < 4$

해설

$$\begin{cases} 6 < -x + 2 < -2x - 1 \cdots \textcircled{1} \\ |x| < a \cdots \textcircled{2} \end{cases}$$

$\textcircled{1}$ 에서 $6 < -x + 2$ 의 해는 $x < -4$

$-x + 2 < -2x - 1$ 의 해는 $x < -3$

$\therefore x < -4$

$\textcircled{2}$ 에서 $|x| < a$ 는 $-a < x < a$ 두 연립부등식의 해가 없으려면

$-a \geq -4, a \leq 4,$

그런데 a 는 양수이므로 a 의 값의 범위는 $0 < a \leq 4$ 이다.

13. 테니스 공을 한 사람당 7개씩 나누어 주었을 때 30개가 남았고, 9개씩 나누어 주었을 때에는 마지막 받은 사람이 5개 이상 7개 미만으로 테니스 공을 받았다고 한다. 테니스 공의 개수는 몇 개인가?

▶ 답: 개

▶ 정답 : 149개

해설

사람의 수를 x 명이라고 하였을 때, 테니스 공의 개수는 $(7x+30)$ 개다.

“9개씩 나누어 주었을 때에는 마지막 받은 사람이 5개 이상 8개 미만”이라는 것은 $(x-1)$ 명까지는 9개를 받았고 나머지 한명이 다르게 받은 것이므로, 마지막 사람이 5개를 받은 경우는 $9(x-1)+5$ (개)이고, 7개를 받는 경우는 $9(x-1)+7$ (개)이다. 따라서 테니스 공의 개수는 마지막 사람이 5개 이상 받은 경우와 7개 미만 받은 경우 사이에 있으므로, 이를 식으로 나타내면 $9(x-1)+5 \leq 7x+30 < 9(x-1)+7$ 이다. 연립방정식으로 나타

내면 $\begin{cases} 9(x-1)+5 \leq 7x+30 \\ 7x+30 < 9(x-1)+7 \end{cases}$ 이다. 간단히 하면, $\begin{cases} x \leq 17 \\ x > 16 \end{cases}$

이다. 따라서 x 의 범위는 $16 < x \leq 17$ 이다.

따라서 테니스의 공의 개수는 $7 \times 17 + 30 = 149$ (개)이다.

14. 부등식 $|x^2 - 1| + 3x < 3$ 의 해가 $\alpha < x < \beta$ 일 때, 상수 $\alpha + \beta$ 의 합을 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

절댓값 기호 안을 0으로 하는 x 의 값을 경계로 하여 구간을 나누어 본다.

(i) $x^2 - 1 \geq 0$,

즉 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = x^2 - 1$ 이므로 주어진 부등식은

$x^2 - 1 + 3x < 3$, $x^2 + 3x - 4 < 0$

$(x + 4)(x - 1) < 0$

$\therefore -4 < x < 1$

이 때 조건에서 $x \leq -1$ 또는 $x \geq 1$ 이므로

이를 만족하는 x 값의 범위는 $-4 \leq x \leq -1$

(ii) $x^2 - 1 < 0$,

즉 $-1 < x < 1$ 일 때,

$|x^2 - 1| = -x^2 + 1$ 이므로 주어진 부등식은

$-x^2 + 1 + 3x < 3$, $x^2 - 3x + 2 > 0$

$(x - 1)(x - 2) > 0$

$\therefore x < 1$ 또는 $x > 2$

이 때 조건에서 $-1 < x < 1$ 이므로

이를 만족하는 x 의 값의 범위는 $-1 < x < 1$

(i), (ii)로부터 주어진 부등식의 해는 $-4 < x < 1$

따라서 $\alpha = -4$, $\beta = 1$, $\alpha + \beta = -3$

15. 어떤 상점에서 스캐너를 한 개에 10만원씩 판매할 때 한 달에 100개가 팔리고, 한 개의 가격을 x 만원 인상하면 월 판매량이 $4x$ 개 줄어드는 것으로 조사되었다. 한 달의 총 판매액이 1200만원 이상이 되도록 하려면 한 개의 가격을 얼마로 하면 좋을까?
- ① 15만원 이상 20만원 이하 ② 10만원 이상 15만원 이하
③ 5만원 이상 10만원 이하 ④ 4만원 이상 8만원 이하
⑤ 2만원 이상 4만원 이하

해설

$(10 + x)(100 - 4x) \geq 1200, 4x^2 - 60x + 200 \leq 0$
 $x^2 - 15x + 50 = (x - 5)(x - 10) \leq 0$
 $\therefore 5 \leq x \leq 10$
10만원씩 판매할 때보다 5만 원 이상 10만 원 이하 인상해야 하므로 한 개의 가격을 15만 원 이상 20만 원 이하가 되도록 하면 된다.

16. 두 부등식 $x < -1$, $x > 2$, $2x^2 + (5+2a)x + 5a < 0$ 을 동시에 만족하는 정수 x 의 값이 $x = -2$ 뿐일 때, 실수 a 의 최솟값은? (단, $a < \frac{5}{2}$)

① -3 ② -2 ③ 1 ④ 2 ⑤ -5

해설

$$2x^2 + (5+2a)x + 5a = (2x+5)(x+a) < 0$$

$$-\frac{5}{2} < x < -a \left(\because a < \frac{5}{2} \right)$$

두 부등식을 만족하는 정수가 $x = -2$ 뿐이므로 $-2 < -a \leq 3$

$$\therefore -3 \leq a < 2$$

따라서, 구하는 a 의 최솟값은 -3

17. 이차방정식 $x^2 + ax + 2a - 3 = 0$ 의 두 근이 $-2, 1$ 사이에 있을 때, 실수 a 의 값의 범위는?

- ① $\frac{2}{3} < a \leq 2$ ② $-2 < a < 4$ ③ $-4 \leq a \leq 2$
④ $\frac{2}{3} < a \leq 4$ ⑤ $a \geq 6$

해설

$f(x) = x^2 + ax + 2a - 3$ 으로 놓으면
이차방정식 $f(x) = 0$ 의 두 근이 -2 와 1
사이에 있으므로

(i) $D = a^2 - 4(2a - 3) \geq 0$ 에서
 $a^2 - 8a + 12 \geq 0$, $(a - 2)(a - 6) \geq 0$
 $\therefore a \leq 2$ 또는 $a \geq 6$

(ii) $f(-2) = 4 - 2a + 2a - 3 > 0$ 에서
 $1 > 0$ 이므로 항상 성립한다.

(iii) $f(1) = 1 + a + 2a - 3 > 0$ 에서

$3a > 2 \quad \therefore a > \frac{2}{3}$

(iv) 이차함수 $y = f(x)$ 의 그래프의 축의

방정식이 $x = -\frac{a}{2}$ 이므로

$-2 < -\frac{a}{2} < 1$

$\therefore -2 < a < 4$

따라서 a 의 값의 범위는 $\frac{2}{3} < a \leq 2$

18. 실수 a, b, c 와 p, q, r 에 대하여 $a > b > c, p < q < r, p + q + r = 0$ 이 성립할 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

① $p < 0$

② $q < 0$

③ $r > 0$

④ $ap + bq + cr < 0$

⑤ $p + q - r < 0$

해설

$p < q < r$ 에서

$$3p = p + p + p < p + q + r = 0 \therefore p < 0$$

또한, $0 = p + q + r < r + r + r = 3r \therefore r > 0$

$a > b, p < 0$ 에서 $ap < bp$

$b > c, r > 0$ 에서 $br > cr$

$$\therefore ap + bq + cr < bp + bq + br = b(p + q + r) = 0$$

$p + q + r = 0$ 에서 $p + q = -r$

$$\therefore p + q - r = -2r < 0$$

19. $x + y = 13$ 일 때, $5x - 9 < 2x + 3y < 2y + 9$ 를 만족하는 x 의 값 중 가장 큰 정수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : -5

해설

주어진 부등식 $5x - 9 < 2x + 3y < 2y + 9$ 에 $y = 13 - x$ 를 대입하면,

$$5x - 9 < 2x + 3(13 - x) < 2(13 - x) + 9$$

$$5x - 9 < -x + 39 < -2x + 35$$

둘로 나누어 풀면,

$$5x - 9 < -x + 39$$

$$6x < 48$$

$$\therefore x < 8$$

$$-x + 39 < -2x + 35$$

$$\therefore x < -4$$

따라서 해가 $x < -4$ 이므로 x 의 값 중 가장 큰 정수는 -5이다.

20. 세 자연수의 평균이 5 이하이고, 세 자연수 중 두 개씩을 골라 합을 구했을 때, 그 비가 $6:9:11$ 인 세 자연수 중 가장 큰 수를 구하여라.

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

세 자연수를 각각 x, y, z 라 하면 세 자연수 중 두 개씩을 골라 합을 구했을 때, 그 비가 $6:9:11$ 이므로

$$x + y = 6k$$

$$y + z = 9k$$

$$z + x = 11k$$

$$\text{각 변끼리 더하면 } x + y + z = 13k$$

$$\text{따라서 } x = 4k, y = 2k, z = 7k$$

그런데 세 수의 평균이 5 이하이므로

$$\frac{x + y + z}{3} \leq 5 \text{ 에서 } 13k \leq 15$$

$$\therefore k \leq \frac{15}{13}$$

k 는 자연수이므로 $k = 1$

따라서 $x = 4, y = 2, z = 7$ 이고,

이 중 가장 큰 수는 7 이다.

21. 팩스전송요금은 다음과 같이 결정된다.

기본요금 : 1000 원

1 회당 전송요금 : 50 원

팩스를 40 회 전송할 때 평균요금이 60 원이상, 65 원 이하가 되려면
최대 몇 회의 팩스전송을 기본요금에 포함시킬 수 있는지 구하여라.

▶ 답 : 회

▷ 정답 : 10 회

해설

기본요금에 포함될 수 있는 팩스 전송 회수를 x 라 하면

$$60 \leq \frac{1000 + 40 \times 50}{x + 40} \leq 65$$

$$\therefore \frac{80}{13} \leq x \leq 10$$

따라서 최대 10 회를 기본요금에 포함시킬 수 있다.

22. 4% 소금물 300g 과 8% 의 소금물을 섞어서 7% 이상의 소금물을 만들었다. 이 때, 8% 의 소금물은 몇 g 이상 섞었는가?

① 600g

② 700g

③ 800g

④ 900g

⑤ 1000g

해설

8%의 소금물의 양을 xg 이라 하면

$$\frac{4}{100} \times 300 + \frac{8}{100} \times x \geq \frac{7}{100} \times (300 + x)$$

$$1200 + 8x \geq 2100 + 7x$$

$$8x - 7x \geq 2100 - 1200$$

$$\therefore x \geq 900$$

23. 6 시에 야구경기가 시작되는 야구장에 야구경기를 보기 위해 사람들이 찾아오고 있다. 5시부터 표를 팔기 시작하는 데 표 발매 시작 전에 이미 1800 명의 사람들이 줄을 서 있다. 이후에도 계속 매분 20 명이 경기시작 전까지 찾아온다. 야구장에서는 10 곳의 발권창구를 마련하고 있고 1 분당 3 명에게 표를 판매하고 있고 무인발권기 10 대를 운영하고 있다. 야구장을 찾은 관중의 수가 3000 명일 경우 경기 시작 전에 모두에게 표가 발매될 수 있다고 한다. 주말을 맞아 야구장을 찾는 관중의 수가 1000 명 이상 늘어날 것으로 예상된다고 할 때 경기시작 전에 모두 입장이 가능하려면 무인발권기를 최소 몇 대 더 설치해야 하는지 구하여라. (단, 무인발권기 한 대당 발매하는 표의 수는 모두 같다.)

▶ 답: 대

▶ 정답 : 9대

해설

전체 관중수가 $1800 + 20 \times 60\text{분} = 3000\text{명}$ 이므로 무인발권기 한 대가 1 분당 발매하는 표의 수를 x 장이라 하면

$$10 \times 60\text{분} \times 3\text{명} + 10 \times 60\text{분} \times x = 3000$$

$$\therefore x = 2$$

추가로 설치할 무인발권기의 수를 y 대라 하면

$$y \times 2 \times 60 > 1000$$

$$\therefore y \geq 8.3$$

따라서 최소 9 대의 무인발권기를 추가로 설치해야 한다.

24. $n \leq x < n+1$ (단, n 은 정수)인 실수 x 에 대하여 $\{x\} = n-2$, $\{x\} = n+2$ 로 정한다. $1 \leq x < 2$, $3 \leq y < 4$ 일 때, $\{x+y\} + \{x-y\}$ 가 나타낼 수 있는 정수들의 총합을 구하면?

① 3

② 4

③ 5

④ 6

⑤ 7

해설

$1 \leq x < 2$, $3 \leq y < 4$ 에서

$4 \leq x+y < 6$, $-3 < x-y < -1$

그런데 $n \leq x < n+1$ 이므로 조건에 맞게 범위를 나누어 값을 구해보면

$4 \leq x+y < 5$ 에서 $\{x+y\} = 2$

$5 \leq x+y < 6$ 에서 $\{x+y\} = 3$

$-3 < x-y < -2$ 에서 $\{x-y\}$ 은 정의되지 않는다.

$-2 \leq x-y < -1$ 에서 $\{x-y\} = 0$

$\therefore \{x+y\} + \{x-y\} = 0 + 2 + 3$

$\therefore$ 정수들의 총합은 5

25. 이차방정식 $x^2 - (a+2)bx + (a+1)b = 0$ ($a > 0, b > 0$)이 서로 다른 두 개의 실근을 가질 때, 두 개의 근이 모두 1보다 크기 위해서 필요한 조건은?

- ① $b > 1$ ② $b < 1$ ③ $b > 2$ ④ $b < 2$ ⑤ $b > 3$

해설

실근을 가질 조건은 $(a+2)^2b^2 - 4(a+1)b > 0$

$\therefore b > \frac{4(a+1)}{(a+2)^2} \dots (i)$

여기서, 두 근이 모두 1 이하라 하면

(두 근의 합) = $(a+2)b \leq 2 \dots (ii)$

(i), (ii)에서 $\frac{4(a+1)}{a+2} < 2$

$\therefore a < 0$

이것은 문제의 조건에 모순된다.

$\therefore$ 적어도 한 개의 근은 1보다 크다.

그러므로 $f(1) > 0$ 이면 두 근이 모두 1보다 크게 된다.

$\therefore f(1) = 1 - (a+2)b + (a+1)b > 0 \therefore b < 1$